109

F

109F

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

صبح جمعه
۹۲/۱۲/۱۶
دفترچه شماره (۱)

آزمـــون ورودی
دوره‌های دکتـــری (نیمه متمرکز) داخل
ســـال ۱۳۹۳

مجموعه ریاضی
ریاضی کاربردی (کد ۲۲۳۴)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱ـ جبر خطی ـ آنالیز عددی ۱ ـ آنالیز عددی پیشرفته ـ آنالیز حقیقی ۱ـ تحقیق در عملیات پیشرفته ۱)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- در فضای متریک (X , d) کدام گزینه صحیح است؟ (E° نشان دهنده مجموعه نقاط درونی E و E' نشان دهنده مجموعه نقاط حدی E است.)

۱) اگر $E^\circ = \varnothing$ آنگاه $X \setminus E$ در X چگال است.

۲) اگر E حداکثر شمارا باشد آنگاه $X \setminus E$ در X چگال است.

۳) اگر $E' = \varnothing$ آنگاه $X \setminus E$ در X چگال است.

۴) هیچ‌کدام

۲- اگر از هر بازه $\frac{۱}{۳}$ میانی که در حین ساختن مجموعه کانتور حذف می‌شود، یک عضو انتخاب و مجموعهٔ A را بسازیم، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟ (A° درون A و $\bar{A}$ بستار A است.)

۱) $A^\circ = \varnothing$ و $\bar{A}$ شمارا است.

۲) $A^\circ \neq \varnothing$ و $\bar{A}$ ناشمارا است.

۳) $A^\circ = \varnothing$ و $\bar{A}$ ناشمارا است.

۴) $A^\circ \neq \varnothing$ و $\bar{A}$ شمارا است.

۳- مقدار $\lim_{n\to\infty} n\sin(۲\pi n!e)$ کدام است؟

۱) $\circ$

۲) π

۳) ۲π

۴) موجود نیست.

۴- سری $\sum_{n=۱}^{\infty} \frac{(\cos n)(\sin(na))}{n}$ به ازای چه مقادیر a همگراست؟

۱) فقط برای $a \geq \circ$

۲) به ازای تمام مقادیر $a \in \mathbb{R}$

۳) فقط برای $a < \circ$

۴) به ازای هیچ مقدار $a \in \mathbb{R}$

۵- کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر (X , d) یک فضای متریک باشد که در آن هر مجموعهٔ باز همبند است آنگاه X تک عضوی است.

۲) اگر (X , d) یک فضای متریک با خاصیت هاینه ـ بورل باشد آنگاه X یک فضای متریک کامل است.

۳) اگر (X , d) یک فضای متریک همبند با بیش از دو عضو باشد، آنگاه X ناشمارا است.

۴) اگر (X , d) یک فضای متریک فشرده باشد مجموعه نقاط تنهای آن متناهی است.

۶- تابع $f \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ را با ضابطه $f(x) = \inf\{|x - me| : m \in \mathbb{Z}\}$ در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد دنباله $\{f(n)\}_{n=1}^{\infty}$ صحیح است؟

۱) همگراست.

۲) مجموعه‌ی حدهای زیر دنباله‌ای آن بازه‌ی $[0, \frac{e}{2}]$ است.

۳) زیر دنباله‌ی همگرا ندارد.

۴) مجموعه حدهای زیر دنباله‌ای آن حداکثر شمارا است.

۷- کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر $f : [a,b] \cap \mathbb{Q} \to \mathbb{R}$ تابعی مشتق‌پذیر باشد و f' تغییر علامت ندهد آنگاه f لزوماً یکنوا نیست.

۲) اگر $A \subseteq \mathbb{R}$ و x_0 نقطه درونی A و $f : A \to \mathbb{R}$ تابعی مشتق‌پذیر باشد و $\lim\limits_{x \to x_0} f'(x)$ موجود باشد، آنگاه f' در x_0 پیوسته است.

۳) اگر $A \subseteq \mathbb{R}$ و x_0 نقطه درونی A باشد و تابع $f : A \to \mathbb{R}$ در نقطه x_0 مشتق چپ و راست داشته باشد، آنگاه f در x_0 پیوسته است.

۴) اگر $f : [a,b] \cap \mathbb{Q} \to \mathbb{R}$ تابعی مشتق‌پذیر باشد که مشتق آن متحد با صفر است، آنگاه f تابعی ثابت است.

۸- ماتریس‌های $A, B \in M_2(\mathbb{R})$ موجودند که $A^2 = B^2 = I$ در این صورت مقادیر ویژهٔ AB کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

۱) $1 \pm \sqrt{3}$

۲) $3 \pm 2\sqrt{2}$

۳) $2, \frac{1}{2}$

۴) $2 \pm 2\sqrt{3}$

۹- فرض کنید $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ تبدیلی خطی باشد که $T(a,b,c) = (0,a,b)$ در این صورت اگر $f_i(x)$ چند جمله ای ویژه T^i باشد مقدار $f_1 + f_2 - 2f_3$ کدام است؟

۱) -1

۲) 0

۳) 1

۴) 2

۱۰- اگر S ماتریسی باشد که $S^T=-S$ و عدد مختلط $\lambda=a+bi$ مقدار ویژه S باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $a=0$

۲) $b=0$

۳) $b\lambda$ مقدار ویژه S است.

۴) $a\lambda$ مقدار ویژه S است.

۱۱- فرض کنید V یک فضای برداری ۵ بعدی روی میدان F و W زیر فضایی ۲ بعدی از V باشد. اگر $S=\{T:V\to V \mid \text{روی } W \text{ صفر است } T\}$ آن‌گاه بعد S به عنوان زیر فضایی از $L(V,V)$ برابر است با:

۱) ۲۱

۲) ۷

۳) ۱۰

۴) ۱۵

۱۲- معادلهٔ $X^{10}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ در $M_2(\mathbb{R})$ دارای چند جواب است؟

۱) ۴

۲) ۲

۳) ۱۰

۴) بی‌نهایت

۱۳- فرض کنید $A,B\in M_{10}(\mathbb{R})$ و ABA=A در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $tr(AB)=0$

۲) $5\le tr(AB)\le 15$

۳) $0\le tr(AB)\le 10$

۴) $tr(AB)\ge 10$

۱۴- فرض کنید $A,B,C\in M_n(\mathbb{R})$ و معادلهٔ $AX-XB=C$ را با ماتریس مجهول $X\in M_n(\mathbb{R})$ در نظر بگیرید. کدام گزینه صحیح نیست؟

۱) اگر ماتریس غیر صفر Y وجود داشته باشد که $AY=YB$ آنگاه ماتریس C وجود دارد بطوریکه معادله مزبور حداکثر دارای n جواب است.

۲) اگر ماتریس غیر صفر Y وجود داشته باشد که $AY=YB$ آنگاه ماتریس C وجود دارد بطوریکه معادله مزبور دارای جواب نیست.

۳) اگر ماتریس غیر صفر Y وجود داشته باشد که $AY=YB$ آنگاه ماتریس C وجود دارد بطوریکه معادله مزبور حداکثر دارای بی‌نهایت جواب است.

۴) اگر هیچ ماتریس غیر صفر Y وجود داشته باشد که $AY=YB$ آنگاه معادله مورد نظر برای هر $C\in M_n(\mathbb{R})$ دارای جواب منحصر بفرد است.

محل انجام محاسبات

۱۵- تابع $\cos x$ را با چه اندازه گام h، در بازه‌ای به طول یک، باید جدول‌بندی کرد تا خطای حاصل از درون‌یابی خطی نابیشتر از $\frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۴}$ شود؟

۱) ۰/۰۲۵
۲) ۰/۰۳
۳) ۰/۰۲
۴) ۰/۰۴

۱۶- اگر n عددی طبیعی باشد، معادله $\cos ۸x = x^{۲n}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۰

۱۷- فرض کنید $f(x) = e^{\sin x} - x$. می‌دانیم که یک ریشه $f(x) = ۰$ به $[۰,\pi]$ تعلق دارد. مقدار $x_۳$ به روش دو بخشی (تنصیف) کدام است؟

۱) $\frac{۵\pi}{۸}$
۲) $\frac{\pi}{۸}$
۳) $\frac{۳\pi}{۴}$
۴) $\frac{۷\pi}{۸}$

۱۸- فرض کنید $f(x) = e^{۳x}$. اگر $x_۰ = ۰$ و نقاط $x_۰$، $x_۱$، ...، x_n متساوی الفاصله باشند و برای هر $۰ \le i \le n-۱$ داشته باشیم $x_{i+۱} - x_i = h$ مقدار $\Delta^n f_۰$ کدام است؟

۱) $(e^{۳h}+۱)^n e^{۳x}$
۲) $(e^{۳h}-۱)^n$
۳) $(e^{۳h}-۱)^{n-۱} e^h$
۴) $(e^{۳h}-۱)^n e^{۳x}$

۱۹- چند جمله‌ای درجه‌ی سوم $p(x)$ که در نقاط $x_۰ = ۰$ و $x_۱ = ۱$ با $f(x)$ هم مقدار (به ترتیب ۰ و ۱) و $p'(x)$ نیز در همان نقاط با $f'(x)$ هم مقدار (به ترتیب ۳- و ۹) باشد، کدام است؟

۱) $x^۳ - x$
۲) $x - x^۳$
۳) $۳x^۳ - ۴x$
۴) $۴x^۳ - ۳x$

۲۰- فرض کنید معادله $x^3+ax+b=0$ دارای دو جواب حقیقی مثبت، α و β باشد. شرط کافی برای همگرایی دنباله $x_{k+1}=\frac{-(ax_k+b)}{x_k}$, $k=0,1,\dots$ با x_0 بزرگتر و نزدیک α، در کدام گزینه آمده است؟

۱) $|\alpha|<|\beta|$

۲) $|\alpha|>|\beta|$

۳) $|\alpha+\beta|>1$

۴) $2|\alpha|<|\beta|$

۲۱- روش سری تیلر مرتبه ۲ (تا مشتق دوم y) برای حل عددی معادله دیفرانسیل با شرط اولیه به صورت $y'(x)=xy^2-y^2$ ، $y(0)=1$، پس از یک تکرار به ازای $h=0/1$ به مقدار ... به عنوان تخمین $y(0/1)$ می‌رسد.

۱) ۰/۹۰۵

۲) ۰/۰۱۵

۳) ۰/۹۱

۴) ۰/۹۱۵

۲۲- فرض کنید $\{E_n\}$ دنباله‌ای از مجموعه‌های اندازه‌پذیر در فضای اندازه (X,M,μ) باشد که برای هر n، $\mu(E_n)>\frac{1}{100}$.

برای مجموعه $F=\{x\in X :$ به تعداد نامتناهی E_n تعلق دارد $x\}$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) F لزوماً اندازه‌پذیر نیست.

۲) F اندازه‌پذیر است و $\mu(F)=\infty$.

۳) F اندازه‌پذیر است و اگر $\mu(X)<\infty$ آنگاه $\mu(F)\geq\frac{1}{100}$.

۴) F اندازه‌پذیر است و اگر $\mu(X)<\infty$ آنگاه $\mu(F)=0$.

۲۳- فرض کنید m اندازه لبگ بر $\mathbb{R}$ و A زیر مجموعه‌ای لبگ اندازه‌پذیر از $\mathbb{R}$ با اندازه‌متناهی ناصفر باشد. تابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ را به صورت $f(x)=m((-\infty,x]\cap A)$ تعریف می‌کنیم.

کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) تابع f پیوسته است.

۲) تابع f روی $\mathbb{R}$ انتگرال‌پذیر لبگ است.

۳) تابع f در هر نقطه A ناپیوسته است.

۴) تابع f در هر نقطه $\mathbb{R}\setminus A$ ناپیوسته است.

۲۴- مجموعه اعداد حقیقی $\mathbb{R}$ را با اندازه لبگ در نظر بگیرید. در مورد دنبالهٔ توابع $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ روی $\mathbb{R}$ با ضابطه $f_n(x) = \frac{1}{n^2}\chi_{[0,n^2]}(x)$ کدام گزینه نادرست است؟

۱) $f_n \to 0$ به طور یکنواخت روی $\mathbb{R}$

۲) $f_n \to 0$ در اندازه

۳) $f_n \to 0$ در $L^1(\mathbb{R})$

۴) $f_n \to 0$ تقریباً همه جا روی $\mathbb{R}$

۲۵- فرض کنید (X, M, μ) یک فضای با اندازه متناهی و $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع اندازه‌پذیر از X به $\mathbb{R}$ باشد. برای هر $n \in \mathbb{N}$ قرار می‌دهیم $E_n = \{x \in X \mid f_n(x) \neq 0\}$. کدام گزینه نتیجه می‌دهد دنباله $\{f_n\}$ در اندازه به صفر همگرا است؟

۱) به ازای هر m و n متمایز $E_n \cap E_m = \phi$

۲) به ازای هر n، $E_n \subseteq E_{n+1}$

۳) به ازای هر n، $E_{n+1} \subseteq E_n$

۴) به ازای هر n، $E_n \cap E_{n+1} \neq \phi$

۲۶- فرض کنید $C^k[0,1]$ فضای توابع $f:[0,1] \to \mathbb{R}$ باشد که مشتقات f تا مرتبهٔ k موجود و پیوسته هستند و این فضا با نرم یکنواخت $\|f\|_\infty = \sup\limits_{0 \le x \le 1} |f(x)|$ مجهز شده باشد.

نگاشت $D: C^n[0,1] \to C^{n-1}[0,1]$ را برای $1 \le n$ با ضابطهٔ $Df = f'$ تعریف می‌کنیم. کدام گزینه صحیح است؟

۱) نگاشت D خطی و کراندار است.

۲) نگاشت D خطی و پوشا است.

۳) نمودار (گراف) D بسته نیست.

۴) نگاشت D گوی یکهٔ باز فضای $C^n[0,1]$ را به گوی یکهٔ باز فضای $C^{n-1}[0,1]$ می‌نگارد.

۲۷- فرض کنید X یک فضای برداری نرمدار و $f: X \to \mathbb{R}$ تابعک خطی غیر صفر باشد. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر f ناپیوسته باشد ممکن است هستهٔ f در X چگال نباشد.

۲) اگر f ناپیوسته باشد آنگاه برای هر $a \in X$ و هر $0 < r$، $f(B(a,r)) = \mathbb{R}$، که در آن $B(a,r)$ گوی باز به مرکز a و شعاع r است.

۳) اگر هستهٔ f در X چگال باشد آنگاه f ممکن است پیوسته باشد.

۴) اگر f کراندار باشد هستهٔ f نیز در X کراندار است.

۲۸- فرض کنید (X,M,μ) یک فضای اندازه باشد، $1 \le p,q < \infty$ و $f \in L^p(x,\mu)$. کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر $q < p$ آنگاه $f-1 \in L^q(X)$.

۲) $f-1 \in L^\infty(X)$.

۳) اگر $p < q$ آنگاه $f-1 \in L^q(X)$.

۴) اگر $f-1 \in L^q(X)$ آنگاه $\mu(X) < \infty$.

۲۹- مقدار محاسبه شده برای $D = \dfrac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2}$ در یک ماشین محاسبه باروند عدد یک برابر 10^{-6}، به ازای مقادیر $\dfrac{|h|}{|a|}$ کوچک‌تر از 10^{-6} برابر است با ... .

۱) صفر

۲) $10^{12} f(a)$

۳) $f''(a)$

۴) $f'(a)$

۳۰- اگر $L_j(x)$، برای $j = 0,1,\dots,n$، چند جمله‌ای‌های لاگرانژ مبتنی بر نقاط متمایز $x_0, x_1, \dots, x_n$ باشند و $s_m = \sum_{j=0}^{n} L_j(0) x_j^m$، کدام گزینه نادرست است؟

۱) $s_0 = 1$

۲) $s_n = (-1)^{n-1} x_0 \dots x_{n-1}$

۳) $s_{n+1} = (-1)^n x_0 x_1 \dots x_n$

۴) $s_m = 0$ برای $m = 1,2,\dots,n-1$

۳۱- فرض کنید (x_i, y_i)، $i = 1,\dots,n$، $n \ge 2$، نقاط داده شده‌ی متمایز و چند جمله‌ای‌های $p_L(x)$ و $p_R(x)$، چند جمله‌ای‌هایی از درجه‌ی $n-2$، به ترتیب درونیاب در نقاط $x_1, \dots, x_{n-1}$ و $x_2, \dots, x_n$ باشند. قرار دهید:

$p(x) = \dfrac{T_1 p_L(x) - T_2 p_R(x)}{x_1 - x_n}$. در این صورت، $p(x)$ چند جمله‌ای درونیاب در نقاط $x_1, \dots, x_n$ است، اگر T_1 و T_2 به ترتیب برابر باشند با ... .

۱) $(x - x_1)$ و $(x - x_n)$

۲) $(x - x_n)$ و $(x - x_1)$

۳) $(x_n - x_1)$ و $(x_1 - x_n)$

۴) $(x_1 - x_n)$ و $(x_n - x_1)$

۳۲- تابع درجه دوم $q(x)=\frac{1}{2}x^TGx+x^Tg$ را که در آن، G، $n\times n$، $n>1$، متقارن و معین مثبت است و $g\in R^n$ در نظر بگیرید. روش نیوتن برای محاسبه مینیمم کننده‌ی q ... همگرا می‌شود.

۱) با هر نقطه شروع و دست کم n تکرار

۲) به ازای برخی نقطه‌ی شروع پس از n تکرار

۳) به ازای برخی نقطه‌ی شروع با نرخ همگرایی خطی

۴) با هر نقطه شروع در یک تکرار به جواب یکتای سراسری

۳۳- فرض کنید A، $n\times m$، $m=$ رتبه (A)، $A=QR$ که در آن، Q، $n\times n$، قائم نرمال ($Q^TQ=I$) و R بالا مثلثی، $n\times m$ است. در این صورت، برای هر بردار c، $m\times 1$، مقدار $\min_x \|A^TAx-c\|_2$ ...

۱) می‌تواند یک عدد مثبت باشد

۲) ممکن است موجود نباشد

۳) برابر است با صفر به ازای مینیمم کننده‌هایی بی‌شمار

۴) برابر است با صفر به ازای یک مینیمم کننده‌ی یکتای بدست آمده از حل دستگاه‌هایی مثلثی

۳۴- نقاط قاعده انتگرال‌گیری گاوس- چبیشف بسته $(n+1)$ نقطه‌ای کدامند؟

۱) $\cos\frac{(2h-1)\pi}{2n}$ ، $h=1,2,\ldots,n,n+1$

۲) $\cos\frac{h\pi}{2n}$ ، $h=0,1,\ldots,n$

۳) $\cos\frac{(2h-1)\pi}{n}$ ، $h=1,2,\ldots,n,n+1$

۴) $\cos\frac{h\pi}{n}$ ، $h=0,1,2,\ldots,n$

۳۵- تخمین انتگرال $I=\int_a^b f(x)dx$ را با یک روش نیوتن- کوته‌ی (Newton-Cotes) وقتی در نظر بگیرید. می‌دانیم:

$$I=I_1+c_m f^{(d+1)}(\theta_1)\left(\frac{b-a}{m-1}\right)^{d+1},$$

$$I=I_2+\frac{c_m}{2^{d+1}}f^{(d+1)}(\theta_2)\left(\frac{b-a}{m-1}\right)^{d+1},$$

که در آن، $\theta_1,\theta_2\in[a,b]$، d درجه‌ی چند جمله‌ای به کار رفته در روش نیوتن- کوته، I_1 تخمین بدست آمده از فرمول نیوتن کوته‌ی m نقطه‌ای روی $[a,b]$ و I_2 تخمین بدست آمده از فرمول نیوتن کوته‌ی m نقطه‌ای روی هر یک از دو زیر فاصله‌ی مساوی پس از تقسیم $[a,b]$ هستند. در این صورت، تخمین خطای انتگرال برای I_2، یعنی $|I-I_2|$، برابر است با ... .

۱) $|I_2-I_1|/(2^{d+1}-1)$

۲) $|I_2-I_1|/2^{d+2}$

۳) $|I_1|/(2^{d+1}-1)$

۴) $|I_2|/(2^{d+1}-1)$

محل انجام محاسبات

۳۶- جدول آغازین متناظر با یک مسأله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر است.

مقدار $x_۱ \times x_۴$ در هر جواب شدنی پایه‌ای ... .

	z	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$x_۴$	$x_۵$	$x_۶$	RHS
z		۴	۳	۳	۰	۰	۰	۰
		۱	-۵	-۴	۱	۰	۰	۲
		-۲	۱	-۵	۰	۱	۰	۳
		-۳	-۲	۱	۰	۰	۱	۴

۱) همواره صفر است

۲) بین صفر و یک است

۳) همواره یک است

۴) همواره بزرگ‌تر از یک است

۳۷- فرض کنید $\text{rank}\,(A_{m\times n}) = m = n-۱$ و $S=\{x \mid Ax=b,\, x\geq ۰\}$.

گزینه درست را انتخاب کنید.

۱) S دقیقاً دو نقطه رأسی دارد.

۲) S حداکثر دو نقطه رأسی دارد.

۳) S دقیقاً n نقطه رأسی دارد.

۴) S دقیقاً $n-۱$ نقطه رأسی دارد.

۳۸- برای بردار دلخواه $c \in \mathbb{R}^n$، مسأله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & x + A^T y = ۰ \\ & Ax = ۰ \end{aligned}$$

گزینه درست را انتخاب کنید.

۱) مقدار بهینه مسأله مثبت است.

۲) مقدار بهینه مسأله منفی است.

۳) مسأله شدنی و نامتناهی است.

۴) مقدار بهینه مسأله صفر است.

-۳۹ مسأله‌های (P) و (P') را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\min Z = c^T x \quad \text{s.t.} \quad Ax = b,\ x \geq 0 \qquad (P)$$

$$\min V(M) = c^T x + M\sum_{i=1}^{m} y_i \quad \text{s.t.} \quad Ax + y = b,\ x \geq 0,\ y \geq 0. \qquad (P')$$

فرض کنید $V(M_1)$ و $V(M_2)$ به ترتیب مقادیر بهینه‌ی مسأله (P') به ازای M_1 و M_2 هستند و $M_1 \leq M_2$. در این صورت، ... .

۱) $V(M_1) \neq V(M_2)$

۲) $V(M_1) \leq V(M_2)$

۳) $V(M_1) \geq V(M_2)$

۴) رابطه‌ی مشخصی بین $V(M_1)$ و $V(M_2)$ وجود ندارد

-۴۰ فرض کنید در هر جدول الگوریتم سیمپلکس، آزمون مقدار مینیمم نسبت‌ها برای انتخاب متغیر خارج شونده یکتاست. در این صورت، ... .

۱) مسأله هرگز به دور نمی‌افتد

۲) ممکن است مسأله در حضور تباهیدگی به دور بیفتد

۳) مسأله در حالت مینیمم‌سازی به دور می‌افتد

۴) قاعده ممانعت دوری بلاند کارساز نیست

-۴۱ مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\min c^T x$$
$$\text{s.t.}$$
$$x \in S = \{x \mid Ax \geq b\ ,\ x \geq 0\}.$$

ناحیه شدنی دو گان این مسأله را با T نمایش دهید.

در این صورت، S و T نمی‌توانند هر دو ... باشند.

۱) تهی

۲) ناتهی

۳) بی‌کران

۴) ناتهی و کران‌دار

-۴۲ در الگوریتم سیمپلکس برای مسأله با متغیرهای کران‌دار، اگر عنصر لولا (محوری) منفی باشد، آن‌گاه، پس از محورگیری ...

۱) شدنی بودن از بین نمی‌رود، زیرا سمت راست متناظر با عنصر لولا (محوری) صفر است

۲) شدنی بودن از بین نمی‌رود، زیرا سمت راست به طور جداگانه بهنگام‌سازی می‌شود

۳) در غیاب تباهیدگی، شدنی بودن از دست می‌رود

۴) شدنی بودن از دست می‌رود

۴۳- فرض کنید دستگاه $Ax = b$ جواب دارد. گزینه‌ی درست را انتخاب کنید.

۱) دستگاه $A^T u = 0$، $u^T b \neq 0$ جواب دارد.

۲) u وجود دارد به طوری که $A^T u = 0$ و $u^T b < 0$.

۳) دستگاه $A^T u = 0$، $u^T b \neq 0$ جواب ندارد.

۴) u وجود دارد به طوری که $A^T u = 0$ و $u^T b > 0$.

۴۴- مسأله‌های شدنی اولیه و دوگان زیر را در نظر بگیرید:

$$(P)\quad \min\ c^T x \quad \text{s.t.}\quad Ax \geq b,\ x \geq 0 \qquad\qquad (D)\quad \max\ b^T y \quad \text{s.t.}\quad A^T y \leq c,\ y \geq 0$$

اگر در هر جواب بهینه‌ی مسأله (P) داشته باشیم $x_k = 0$، آن گاه ... .

۱) به ازای y، هر جواب بهینه‌ی مسأله (D) داریم $c_k - y^T a_k > 0$.

۲) به ازای y، هر جواب بهینه‌ی مسأله (D) داریم $c_k - y^T a_k = 0$.

۳) جواب بهینه‌ی $\bar{y}$ برای مسأله (D) وجود دارد به طوری که $c_k - \bar{y}^T a_k > 0$.

۴) جواب بهینه‌ی $\bar{y}$ برای مسأله (D) وجود دارد به طوری که $c_k - \bar{y}^T a_k = 0$.

۴۵- مسأله‌های اولیه (P) و دوگان آن (D) و مجموعه‌ی F^+ را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$(P)\quad \min\ z = c^T x \quad \text{s.t.}\quad Ax = b,\ x \geq 0, \qquad\qquad (D)\quad \max\ u = y^T b \quad \text{s.t.}\quad A^T y + s = c,\ s \geq 0,$$

$$F^+ = \{(x, y, s) \mid Ax = b\ ,\ A^T y + s = c\ ,\ x > 0\ ,\ s > 0\}.$$

فرض کنید x^* و (y^*, s^*) به ترتیب برای (P) و (D) بهینه هستند. در این صورت، (x^*, y^*, s^*) ... .

۱) در مجموعه‌ی F^+ قرار ندارد

۲) در مجموعه F^+ قرار دارد

۳) ممکن است در مجموعه F^+ قرار داشته باشد

۴) در مجموعه‌ی F^+ قرار دارد اگر و تنها اگر $F^+ \neq \phi$