

127A

127

A

نام:  
نام خانوادگی:  
محل امضا:

دفترچه شماره (1)



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
امام خمینی (ره)

صبح جمعه  
۱۳۹۴/۱۲/۱۴

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) – سال ۱۳۹۵

علوم کامپیوتر (کد ۲۲۰۷)

تعداد سؤال: ۴۵
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	عنوان دروس اختصاصی، تعداد و شماره سؤال‌ها	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.  
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

## ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها:

- ۱- همه موارد زیر صحیح‌اند، به‌غیراز:
- (۱) اگر  $P = NP$  باشد آنگاه  $NP = NP\text{-complete}$  خواهد بود.
- (۲) هر مسئله از کلاس  $NP$  می‌تواند در زمان نمایی حل شود.
- (۳) مسئله «برای هر  $n = p \times q$  که در آن  $p$  و  $q$  اعداد اول  $k$  بیتی هستند،  $p$  و  $q$  را پیدا کن» یک مسئله از کلاس  $NP$  است.
- (۴) اگر یک مسئله  $X$  بتواند به یک مسئله شناخته‌شده از کلاس  $NP\text{-Hard}$  کاهش یابد، آنگاه  $X$  باید از کلاس  $NP\text{-Hard}$  باشد.
- ۲- دو پیمایش  $\text{Preorder} = \{A, B, C, D\}$  و  $\text{Postorder} = \{A, B, C, D\}$  از درختی در دسترس هستند. تعداد درخت‌های پوشش‌دهنده این دو پیمایش چند تا است؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۱۴
- ۳- کدام گزینه در مورد رابطه بازگشتی  $T(n) = T(c_1n) + T(c_2n) + f(n)$  به‌طوری‌که  $f(n)$  یک تابع برحسب  $n$  و همچنین  $c_1, c_2 > 0$ ، درست است؟
- (۱) اگر  $c_1 + c_2 = 1$  در این صورت  $T(n) = O(f(n))$
- (۲) اگر  $c_1 + c_2 = 1$  در این صورت  $T(n) = O(\log n \times O(f(n)))$
- (۳) اگر  $c_1 + c_2 < 1$  در این صورت  $T(n) = O(\log n \times O(f(n)))$
- (۴) اگر  $c_1 + c_2 > 1$  در این صورت  $T(n) = O(f(n))$
- ۴- مقدار تابع زیر به ازای  $n \geq 1$  چقدر است؟
- function  $F_n(n)$
- ```
{
  if  $n \leq 0$  return ۱;
  else
    return  $F_n(n-1) + 2^n + 4^n$ ;
}
```
- (۱)  $3^n - 2^n$
- (۲)  $2^n + 4^n$
- (۳)  $-\frac{7}{3} + \frac{1}{3}4^{n+1} + 2^{n+1}$
- (۴)  $\frac{7}{3} + \frac{1}{3}4^{n+1} + 2^n$
- ۵- در یک درخت جستجوی دودویی شامل اعداد  $\{1, 2, 3, \dots, 2n\}$  در یک برگ قرار گرفته است. اگر  $x$  اشاره‌گر به گره حاوی  $n$  باشد، مقدار برگشتی  $\text{ancest}(x)$  چیست؟
- ```
int ancest(node *x){
  node *p = x->parent;
  while(p != NULL && x == p->right){
    x = p;
    p = x->parent;
  }
  return p->value;
}
```
- (۱) ۱
- (۲)  $n-1$
- (۳)  $n+1$
- (۴)  $2n$

۶- تعداد درخت‌های جستجوی دودویی با  $n$  ( $n \geq 2$ ) کلید متمایز، توسط کدام یک از روابط بازگشتی زیر می‌توانند تولید شوند؟

$$C_n = \frac{4n-2}{n+1} C_{n-1} \quad (2) \qquad C_n = \frac{4n-1}{n+1} C_{n-1} \quad (1)$$

$$C_n = \frac{4n-2}{n-1} C_{n-1} \quad (4) \qquad C_n = \frac{5n-3}{n+1} C_{n-1} \quad (3)$$

۷- اگر  $F_n$ ،  $n$  امین عدد فیبونیچی ( $F_1 = 1, F_0 = 0$ ) و  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  باشد و  $G_h$  کمینه تعداد گره‌های یک درخت  $Avl$  با ارتفاع  $h$  باشد ( $G_1 = 2, G_0 = 1$ ) آنگاه:

$$G_h = F_{h-1} + 1 \quad (2) \qquad G_h = F_{h+2} - 1 \quad (1)$$

$$G_h = F_{h-1} + 3 \quad (4) \qquad G_h = F_{h+2} + 1 \quad (3)$$

۸- آرایه‌ای با  $n$  عنصر را با **quicksort** می‌خواهیم مرتب کنیم. بعد از اولین تکرار، داده‌ها به صورت زیر درآمده است. کدام داده **pivot** بوده است؟

۲, ۵, ۱, ۷, ۹, ۱۲, ۱۱, ۱۰

(۱) ۷ یا ۹ (۲) می‌تواند ۷ باشد ولی نمی‌تواند ۹ باشد.

(۳) نمی‌تواند ۷ باشد ولی می‌تواند ۹ باشد. (۴) نه ۷ و نه ۹

۹- مجموعه  $s$  با  $n \geq 2$  از اعداد نامرتب و متمایز را در نظر بگیرید. می‌خواهیم دو عدد  $x$  و  $y$  در  $s$  را طوری بیابیم که

$$|x - y| \leq \frac{1}{n-1} (\max(s) - \min(s))$$

بود؟

$$O(\log n) \quad (2) \qquad O(n \log n) \quad (1)$$

$$O(n) \quad (4) \qquad O(n^2) \quad (3)$$

۱۰- در گراف وزن دار فاصله دو رأس به صورت طول کوتاه‌ترین مسیر بین آن دو رأس تعریف می‌شود. قطر گراف نیز برابر بیشترین فاصله بین جفت رأس‌های گراف تعریف می‌شود. بهترین الگوریتم برای یافتن قطر یک درخت ریشه‌دار با  $n$  گره، دارای چه مرتبه زمانی است؟

$$O(\log n^2) \quad (2) \qquad O(n \log n) \quad (1)$$

$$O(n) \quad (4) \qquad O(n^2) \quad (3)$$

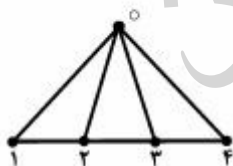
۱۱- گراف **Fan** زیر را برای  $n = 4$  در نظر بگیرید. به طور کلی گراف **Fan** همواره دارای  $n+1$  گره و ساختاری مشابه شکل زیر دارد. اگر  $t_n$  تعداد درخت‌های پوشای (**Spanning**) گراف **Fan** با  $n+1$  گره باشد، و  $t_0 = 1$  در این صورت کدام یک از روابط زیر برای  $n \geq 1$  صادق است؟

$$t_{n+1} = 2t_n + 1 \quad (1)$$

$$t_{n+1} = 2t_n + 2 \quad (2)$$

$$t_{n+1} = t_n + \sum_{i=0}^n t_i \quad (3)$$

$$t_{n+1} = t_n + 2 \sum_{i=0}^n t_i \quad (4)$$



۱۲- تعداد درختان پوشا (spanning) برای یک گراف با  $2n$  رأس که از اتصال دو گراف کامل  $(k_n)$  با یک یال به دست می آید چقدر است؟

$$(۱) \quad n^{n-4}$$

$$(۲) \quad n^{2n-4}$$

$$(۳) \quad 2n^{n-2}$$

$$(۴) \quad 2n^{2n-2}$$

۱۳- حداقل و حداکثر طول کد یک عنصر در فشرده سازی  $n$  عنصر با روش هافمن چقدر می توانند باشند؟

$$(۱) \quad n-1, \log_2 n$$

$$(۲) \quad n-2, \log_2 n$$

$$(۳) \quad n-1, \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$$

$$(۴) \quad n-2, \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$$

۱۴- مسئله حاصل ضرب زنجیره ای ماتریس ها را در نظر بگیرید:

$$M = M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n$$

آیا الگوریتم حریمانه زیر منجر به یافتن ترتیب بهینه (از نظر تعداد ضربها) برای مسئله می شود؟  
الگوریتم - در هر مرحله ماتریس هایی که مجاورند و بُعد مشترک آنها از بُعد مشترک هر دو ماتریس مجاور دیگر بیشتر باشد، در هم ضرب می شوند و این کار تا رسیدن به ماتریس  $M$  ادامه می یابد.

(۱) بلی - همیشه منجر به جواب بهینه می شود.

(۲) خیر - گاهی اوقات منجر به جواب بهینه نمی شود.

(۳) خیر - الگوریتم داده شده هیچ وقت جواب بهینه را تولید نمی کند.

(۴) بلی - برای  $n$  های کوچک منجر به جواب بهینه می شود.

۱۵- فرض کنید برای هر عدد صحیح نامنفی  $k$ ، ماتریس  $H_k$  به ابعاد  $2^k \times 2^k$  به صورت زیر تعریف شود:

می خواهیم بردار  $V$  با  $n$  عنصر ( $n = 2^k$ ) را به صورت  $H_k \times V$  ضرب کنیم. بهترین الگوریتم برای انجام این کار دارای چه مرتبه زمانی خواهد بود؟

$$(۱) \quad O(n)$$

$$(۲) \quad O(n^2)$$

$$(۳) \quad O(\log_2 n)$$

$$(۴) \quad O(n \log_2 n)$$

$$H_0 = [1]$$

$$H_k = \begin{bmatrix} H_{k-1} & H_{k-1} \\ H_{k-1} & -H_{k-1} \end{bmatrix}, \quad k > 0$$

مبانی نظریه محاسبه:

۱۶- کدام گزینه در مورد مسئله دلخواه  $P$  صحیح نیست؟

(۱) همواره می توان مسئله  $P$  را به صورت یک تابع بیان کرد.

(۲) حداقل توان محاسباتی برای حل تمام نمونه های مسئله  $P$  یکسان است.

(۳) هر نمونه از مسئله  $P$  را می توان به یک نمونه از مسئله دیگر  $P'$  تبدیل کرد که حل  $P'$  سخت تر از  $P$  نیست.

(۴) همواره می توان مسئله جواب داشتن هر نمونه از مسئله  $P$  را به عنوان مقدار یک تابع با خروجی بله / خیر بیان کرد.



۱۷- زبان دلخواه  $L$  بر روی الفبای  $A$  مفروض است. در چه صورتی زبان دیگری مانند  $L'$  بر روی الفبای  $B$  وجود دارد که یک تناظر یک‌به‌یک بین اعضای  $L$  و  $L'$  وجود داشته باشد؟

(۱) فقط در صورتی که اندازه  $B$  و  $A$  مساوی باشند.

(۲) فقط در صورتی که  $A$  زیرمجموعه  $B$  باشد.

(۳) کافی است  $B$  شامل حداقل یک حرف باشد.

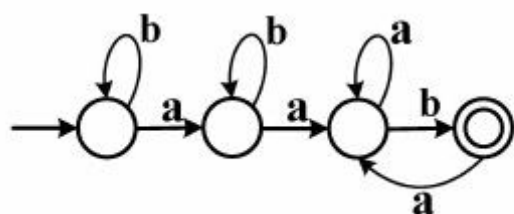
(۴) فقط در صورتی که  $B$  شامل حداقل دو حرف باشد.

۱۸- اتوماتون متناهی قطعی  $M$  با مجموعه حالات  $Q_M$  و زبان  $L_M$  مفروض است. برای هر دو حالت  $p, q \in Q_M$ ،  $L_{pq}$  برابر با مجموعه کلماتی است که برای هر کدام از این کلمات با شروع از حالت  $p$  و پس از مصرف آن کلمه در  $M$  به حالت  $q$  می‌رسیم. کدام گزینه صحیح است؟

$$\forall M, \forall p, q \in Q_M \mid L_{pq} \subseteq L_M \quad (۲) \qquad \exists M \mid \bigcup_{p, q \in Q_M} L_{pq} \subseteq L_M \quad (۱)$$

$$\forall M, L_M = \bigcup_{p, q \in Q_M} L_{pq} \quad (۴) \qquad \forall M, \exists p, q \in Q_M \mid L_{pq} = L_M \quad (۳)$$

۱۹- عبارت منظم متناظر با اتوماتون متناهی قطعی زیر کدام است؟



(۱)  $(a+b)^* ab^* ab$

(۲)  $b^* ab^* aa^* b$

(۳)  $b^* ab^* aa^* b(a^* b)$

(۴)  $b^* ab^* aa^* b(ab)^*$

۲۰- در گرامر  $G$  با الفبای  $A$  و متغیرهای  $V$  هر قاعده  $\alpha \rightarrow \beta$  به صورت  $\alpha \in AU(V^*), \alpha \in V$  است. کدام گزینه در مورد گرامر  $G$  صحیح است؟

(۱)  $G$  منظم است.

(۲)  $G$  مستقل از متن است ولی الزاماً منظم نیست.

(۳)  $G$  الزاماً حساس به متن نیست.

(۴)  $G$  حساس به متن است ولی الزاماً مستقل از متن نیست.

۲۱- دو گرامر مستقل از متن و نامبهم  $G_1$  و  $G_2$  با متغیرهای شروع  $S_1$  و  $S_2$  مفروض است. گرامر  $G_3$  را از اجتماع دو گرامر  $G_1$  و  $G_2$  با متغیر شروع  $S_3$  و با افزودن دو قاعده  $S_3 \rightarrow S_1$  و  $S_3 \rightarrow S_2$  می‌سازیم. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) زبان گرامر  $G_3$  ذاتاً مبهم است.

(۲) زبان گرامر  $G_3$  ذاتاً مبهم نیست ولی گرامر  $G_3$  مبهم است.

(۳) گرامر  $G_3$  و در نتیجه زبان گرامر  $G_3$  مبهم نیست.

(۴) مسئله تعیین مبهم بودن زبان گرامر  $G_3$  تصمیم‌ناپذیر است.

۲۲- در گرامر  $G$  که تعداد متغیرهای آن  $n$  و در شکل نرمال چامسکی است کلمه  $w$  با طول  $L$  با به‌کارگیری  $m$  قاعده ساخته شده است. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) در صورتی که  $m > n$  آنگاه زبان گرامر  $G$  نامتناهی خواهد بود.

(۲) در صورتی که  $L > n$  آنگاه زبان گرامر  $G$  نامتناهی خواهد بود.

(۳) در صورتی که  $m > n$  و  $L > n$  آنگاه زبان گرامر  $G$  نامتناهی خواهد بود.

(۴) این اطلاعات در مورد تعیین نامتناهی بودن زبان گرامر  $G$  کافی نیست.

۲۳- در مورد زبان حالت پایانی یک اتوماتون پشته‌ای کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر بیشترین اندازه پشته مصرفی هنگام محاسبه هر کلمه کمتر از طول آن کلمه باشد آنگاه زبان این اتوماتون منظم است.

(۲) اگر بیشترین اندازه پشته مصرفی هنگام محاسبه هر کلمه کمتر از طول آن کلمه باشد آنگاه این اتوماتون قطعی است.

(۳) اگر محاسبه هر کلمه بدون برداشتن از پشته انجام شود، آنگاه زبان این اتوماتون منظم است.

(۴) حداکثر اندازه پشته مصرفی هنگام محاسبه هر کلمه همواره تابعی از طول آن کلمه است.

۲۴- در یک اتوماتون پشته‌ای غیرقطعی که تعداد حالات آن  $n$  و تعداد حروف الفبای آن  $m$  است در هر وضعیت با مشاهده حداکثر  $k$  حرف ابتدای بخش باقی‌مانده ورودی، تنها گذار ممکن به صورت یکتا مشخص می‌شود. کدام گزینه در

مورد تبدیل این اتوماتون به یک اتوماتون پشته‌ای قطعی صحیح است؟

(۱) این اتوماتون را لزوماً نمی‌توان به یک اتوماتون پشته‌ای قطعی تبدیل کرد.

(۲) می‌توان یک اتوماتون پشته‌ای قطعی معادل برای آن با حداکثر  $n+k+m$  حالت ساخت.

(۳) می‌توان یک اتوماتون پشته‌ای قطعی معادل برای آن با حداکثر  $n \times k \times m$  حالت ساخت ولی با  $n+k+m$  حالت لزوماً چنین چیزی امکان‌پذیر نیست.

(۴) می‌توان یک اتوماتون پشته‌ای قطعی معادل برای آن با حداکثر  $n \times m^k$  حالت ساخت ولی با  $n \times k \times m$  حالت لزوماً چنین چیزی امکان‌پذیر نیست.

۲۵- کدام کلمه توسط گرامر زیر با متغیر شروع  $S$  تولید می‌شود؟

$S \rightarrow abS \mid A$

$bA \rightarrow Aa$

$aA \rightarrow AC$

$aC \rightarrow Ca$

$AC \rightarrow bD$

$DC \rightarrow bD \mid b$

(۱) abababab

(۲) abbaabba

(۳) aaaabbbb

(۴) ababbbba

- ۲۶- در مورد زبان حالت پذیرش ماشین تورینگ  $M$  که محتوای نوار آن غیر قابل تغییر است کدام گزینه صحیح است؟
- (۱) زبان  $M$  همواره منظم است.
  - (۲) فقط در صورتی که  $M$  قطعی باشد زبان  $M$  منظم است.
  - (۳) زبان  $M$  همواره مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.
  - (۴) زبان  $M$  لزوماً مستقل از متن نیست.
- ۲۷- برای زبان دلخواه  $L \subseteq A^*$  تابع جزئی  $P_L : A^* \rightarrow \{1\}$  بدین ترتیب تعریف شده است که  $P_L(x) = 1$  اگر و تنها اگر  $x \in L$ . کدام گزینه در مورد تابع  $P_L$  صحیح است؟
- (۱) تابع  $P_L$  خوش تعریف نیست.
  - (۲) تابع  $P_L$  را همواره می توان با یک ماشین تورینگ محاسبه کرد.
  - (۳) تابع  $P_L$  را فقط در صورتی می توان محاسبه کرد که  $L$  شمارش پذیر بازگشتی باشد.
  - (۴) تابع  $P_L$  را فقط در صورتی می توان محاسبه کرد که  $L$  بازگشتی باشد.
- ۲۸- کدام یک از مسائل زیر در مورد ماشین تورینگ دلخواه  $M$  هنگام محاسبه روی ورودی دلخواه  $w$  تصمیم پذیر است؟
- (۱) آیا  $M$  حرفی غیر از Blank روی نوار خود می نویسد.
  - (۲) آیا  $M$  حرف خاص  $a$  را روی نوار خود می نویسد.
  - (۳) آیا  $M$  در وضعیت پذیرش متوقف می شود.
  - (۴) آیا  $M$  متوقف می شود.
- ۲۹- زبان  $L_1$  توسط ماشین تورینگ  $M$  با مجموعه حالات  $Q$  پذیرفته می شود. ماشین تورینگ جدید  $M'$  برای هر ورودی  $w$  رفتار ماشین  $M$  را شبیه سازی کرده و دنباله تغییر حالات  $M$  را بر روی نوار دوم خود ثبت می کند. کدام گزینه در مورد زبان  $L$  که به صورت زیر تعریف شده است، صحیح است؟
- $$L = \{x \in Q^* \mid (\exists w \in L_1 \mid \text{هنگام پردازش } w \text{ است})\}$$
- (۱)  $L$  منظم است.
  - (۲)  $L$  تصمیم پذیر است ولی لزوماً منظم نیست.
  - (۳)  $L$  شمارش پذیر بازگشتی نیست.
  - (۴)  $L$  شمارش پذیر بازگشتی است ولی تصمیم پذیر نیست.
- ۳۰- کدام گزینه در مورد توابع بازگشتی (Recursive)، بازگشتی اولیه (Primitive Recursive) و بازگشتی جزئی (Partial Recursive) صحیح است؟
- (۱) هر تابع بازگشتی، بازگشتی جزئی است.
  - (۲) هر تابع بازگشتی، بازگشتی اولیه است.
  - (۳) هر تابع بازگشتی جزئی، بازگشتی اولیه است.
  - (۴) هر تابع دلخواه یا بازگشتی یا بازگشتی اولیه یا بازگشتی جزئی است.

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

۳۱- پوچی ماتریس مقابل کدام است؟

- (۱)  
۱ (۲)  
۲ (۳)  
۳ (۴)

۳۲- فرض کنید  $U$  و  $W$  دو زیر فضای متمایز با بعد ۴ از فضای برداری  $V$  با بعد ۶ باشند آنگاه بعد  $U \cap W$  کدام است؟

- ۱ یا ۱ (۱)  
۲ یا ۲ (۲)  
۳ یا ۳ (۳)  
۳ یا ۲ یا ۱ (۴)

۳۳- اگر  $V = M_p(\mathbb{R}) \times M_p(\mathbb{R})$  آنگاه  $\dim_{\mathbb{R}} V$  کدام گزینه است؟

- ۵ (۱)  
۶ (۲)  
۱۳ (۳)  
۲۶ (۴)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

کدام است؟

۳۴- درجه چند جمله‌ای مینیمال

- ۱ (۱)  
۲ (۲)  
۳ (۳)  
۴ (۴)

۳۵- تحت چه شرطی بردار  $(-1, 2, 0, 5)$  در فضای تولیدشده توسط بردارهای  $(1, 1, -3, 2)$ ،  $(1, 0, 1, 1)$ ،  $(-1, 0, 1, 1)$ ، $(1, -1, b, -1)$  قرار دارد؟

- $b \neq 1$  (۱)  
 $b \neq 3$  (۲)  
 $b = 2$  (۳)

(۴) به ازای هیچ مقدار  $b$



۳۶- فرض کنید  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  وارون‌پذیر روی میدان  $\mathbb{C}$  باشد به طوری که  $\det A = 1$  و  $\text{tr}(A) = \text{tr}(A^{-1}) = 0$ .  
آنگاه داریم:

$$A^2 = I \quad (1)$$

$$A^4 = I \quad (2)$$

$$A + A^{-1} = I \quad (3)$$

$$A^2 = I \quad (4)$$

۳۷- اگر  $V$  یک فضای برداری با بعد متناهی روی میدان  $\mathbb{C}$  باشد و  $T: V \rightarrow V$  یک تبدیل خطی روی  $V$  باشد، بعد زیر فضای  $\ker T \cap T(V)$  کدام است؟

$$\dim T(V) - \dim T^2(V) \quad (1)$$

$$\dim T^2(V) \quad (2)$$

$$\dim T(V) - \dim T^3(V) \quad (3)$$

$$\dim T(V) - \dim T^2(V) - \dim T^3(V) \quad (4)$$

۳۸- فرض کنید  $P_n(\mathbb{R})$  مجموعه تمام چندجمله‌ای‌های از درجه حداکثر  $n$  باشد که ضرایب آن‌ها اعدادی حقیقی‌اند. فرض

$$\text{کنید: } T: P_4(\mathbb{R}) \rightarrow P_4(\mathbb{R}) \text{ که } T(f(x)) = 2f'(x) + 3 \int_0^x f(t) dt$$

در این صورت رتبه  $T$  کدام است؟

$$1 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

۳۹- ماتریس بلوکی  $A = \begin{bmatrix} I & B \\ O & B \end{bmatrix}$ ، که در آن  $B$  ماتریسی  $3 \times 3$  است که تمام درآیه‌های آن ۱ هستند، را در نظر

بگیرید. اگر  $A^4 = \begin{bmatrix} I & C \\ O & B^4 \end{bmatrix}$ ، آنگاه  $C$  برابر است با:

$$4 \circ B \quad (1)$$

$$8 \circ B \quad (2)$$

$$242B \quad (3)$$

$$121B \quad (4)$$

۴۰- اگر  $A$  و  $B$  ماتریس‌های  $3 \times 3$  و ناصفری باشند و  $AB + BA = 0$ ، کدام یک از احکام زیر درست است؟

$$A^2 = 0 \quad (1)$$

(۲)  $A$  وارون‌پذیر است.

$$\text{tr}A = 0 \quad (3)$$

(۴)  $AB$  وارون‌پذیر نیست.

۴۱- فرض کنید  $A$  ماتریسی است که  $A^2 = 2I$ ، در این صورت کدام یک از ماتریس‌های زیر ممکن است وارون‌پذیر نباشد؟

(۱)  $A - I$

(۲)  $A + 2I$

(۳)  $A^2 - 2A + 2I$

(۴)  $A^2 - \sqrt{2}A$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

۴۲- بعد فضای تولیدشده توسط بردارهای ویژه ماتریس روبه‌رو کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۴۳- فرض کنید  $A$  یک ماتریس حقیقی  $7 \times 7$  باشد و  $A^3 = 5A^2 - 6A$ ، اگر  $\text{tr}(A) = 8$  آنگاه رتبه  $A$  برابر است با:

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۴۴- فرض کنید  $A$  ماتریسی  $8 \times 8$  باشد که عناصر روی قطر آن ۱ است و بقیه درایه‌های آن ۱ هستند. در این صورت مجموع درایه‌های وارون  $A$  برابر است با:

(۱)  $-\frac{3}{4}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $-\frac{4}{3}$

(۴)  $\frac{4}{3}$

$$45- \text{فرض } A = \begin{pmatrix} 1394 & 1 & \sqrt{2} & -4 \\ 4 & 1395 & 9 & \sqrt{5} \\ -\sqrt{7} & 3 & 1396 & 96 \\ 13 & 97 & \sqrt{3} & 1397 \end{pmatrix} \text{ در این صورت داریم:}$$

- (۱)  $A$  وارون ناپذیر و ۱ مقدار ویژه آن می‌باشد.  
 (۲)  $A$  وارون پذیر است و ۱ مقدار ویژه آن می‌باشد.  
 (۳)  $A$  وارون ناپذیر است و ۱ مقدار ویژه آن نمی‌باشد.  
 (۴)  $A$  وارون پذیر است و ۱ مقدار ویژه آن نمی‌باشد.

پروفسور  
تحقیقاتی آرمان

موسسه تحقیقاتی آرمان