



320
F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

صباح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱ از ۲

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره های دکتری (نیمه متمرکز) داخل - سال ۱۳۹۴

فوتونیک (کد ۲۲۳۹)

تعداد سؤال: ۴۵
مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (فیزیک مدرن - مکانیک کوانتومی پیشرفته، الکتروپنایمیک)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه - سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با منخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- ذره A به جرم سکون αM_0 با ذره ساکن B به جرم M_0 برخورد می‌کند. پس از برخورد علاوه بر ذره A و B دو ذره X و پادذره آن \bar{X} نیز تولید می‌شوند: $A+B \rightarrow A+B+X+\bar{X}$. جرم سکون ذره X برابر βM_0 است. حداقل انرژی جنبشی اولیه ذره A چقدر باید باشد، تا این فرآیند انجام پذیر باشد؟

$$(1) \quad 2\alpha(\alpha+\beta+1)M_0c^2$$

$$(2) \quad 2\beta(\alpha+\beta+1)M_0c^2$$

$$(3) \quad 2\beta(\alpha+2)M_0c^2$$

$$(4) \quad 2\alpha(\beta+2)M_0c^2$$

۲- ذره بارداری با بار الکتریکی q، جرم سکون m_0 و تندی ثابت v در یک میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B}_0

در مداری دایره‌ای شکل حرکت می‌کند. سرعت زاویه‌ای این ذره کدام است؟ $\omega_0 = \frac{|q|B_0}{m_0}$

$$(1) \quad \omega_0 / (1 - (v/c)^2)$$

$$(2) \quad \omega_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

$$(3) \quad \omega_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

$$(4) \quad \omega_0 (1 - (v/c)^2)$$

۳- در برخورد کشسان فوتونی با فرکانس v با یک پروتون ساکن با جرم سکون M_p ، بیشترین مقدار انرژی

جنبشی که پروتون می‌تواند به دست آورد، کدام است؟ $\alpha = \frac{M_p c^2}{h\nu}$

$$(1) \quad 2h\nu / (2 + \alpha)$$

$$(2) \quad 2h\nu\alpha / (1 + 2\alpha)$$

$$(3) \quad h\nu / (1 + \alpha)$$

$$(4) \quad h\nu\alpha / (1 + \alpha)$$

۴- در طیف پرتو ایکس تولید شده از یک مولد پرتو ایکس که ولتاژ شتابدهنده آن 50 kV است بیشینه بسامد

پرتو تولید شده چند هرتز است؟

$$(1) \quad 1.61 \times 10^7$$

$$(2) \quad 1.61 \times 10^{10}$$

$$(3) \quad 1.21 \times 10^{16}$$

$$(4) \quad 1.21 \times 10^{19}$$

۵- تکانه خطی ذره‌ای $6 \times 10^{-20} \text{ J}\cdot\text{s/m}$ و انرژی جنبشی آن $9 \times 10^{-12} \text{ J}$ است. جرم سکون این ذره تقریباً چند MeV/c^2 است؟

- (۱) ۴۲
- (۲) ۸۴
- (۳) ۱۶۸
- (۴) ۱۴۱

۶- انرژی لازم برای برانگیختن یون Li^{++} از حالت پایه به دومین حالت برانگیخته، چند الکترون ولت است؟

- (۱) ۱۰۸/۸
- (۲) ۳۶/۳
- (۳) ۱۲/۱
- (۴) ۴۸/۳

۷- طول موج دوبروی الکترونی که با تندی $2/4 \times 10^8 \text{ m/s}$ حرکت می‌کند چند متر است؟

- (۱) $2/48 \times 10^{-12}$
- (۲) $5/16 \times 10^{-12}$
- (۳) $1/86 \times 10^{-12}$
- (۴) $3/10 \times 10^{-12}$

۸- در آزمایشگاه، پدیده هنجار زیمان برای اتمی قابل آشکارسازی است که ...

- (۱) اسپین ذاتی آن نیمه صحیح باشد.
- (۲) حالت اسپینی آن یگانه ($S=0$) باشد.
- (۳) تکانه زاویه‌ای کل آن از تکانه زاویه‌ای کمتر باشد.
- (۴) هر سه مورد

۹- اولین خط طیف نوری (بلندترین طول موج) سری بالمر در اتم هیدروژن به رنگ نارنجی و طول موج آن 6562 \AA است. طول موج اولین خط طیف سری بالمر در اتم پوزیترونیم تقریباً چند آنگستروم است؟

- (۱) ۳۲۸۲
- (۲) ۶۵۶۲
- (۳) ۹۸۴۶
- (۴) ۱۳۱۲۴

۱۰- اتم پوزیترونیم در یک حالت با تکانه زاویه‌ای مداری l و مولفه سوم تکانه زاویه‌ای مداری m است. پاریته کلی این اتم در این حالت کدام است؟

(۱) $(-1)^{l+1}$

(۲) $(-1)^{m+1}$

(۳) $(-1)^l$

(۴) $(-1)^m$

۱۱- عدد جرمی یک عنصر پرتوزا ۲۱۸ و عدد اتمی آن ۸۴ است. این عنصر ذره آلفا گسیل می‌کند. اتم دختر تشکیل شده می‌تواند کدام باشد؟

(۱) ${}_{82}^{218}X$

(۲) ${}_{84}^{218}X$

(۳) ${}_{82}^{214}X$

(۴) ${}_{84}^{214}X$

۱۲- در تمام واپاشی‌های بتا زا ذره ... تولید می‌شود، تا کمیت ... در این نوع تلاشی پایسته باشد.

(۱) نوترون ، پاریته

(۲) نوترینو ، پاریته

(۳) نوترون ، تکانه خطی و انرژی

(۴) نوترینو ، تکانه خطی و انرژی

۱۳- جرم پروتون و نوترون حدود دو هزار برابر جرم الکترون است. گشتاور دو قطبی مغناطیسی اتم هلیوم سه

${}^3\text{He}$ تقریباً چند برابر گشتاور دو قطبی مغناطیسی اتم هیدروژن سه ${}^3\text{H}$ است؟

(۱) 10^3

(۲) 10^{-3}

(۳) 10^{-1}

(۴) ۱

۱۴- در اثر همجوشی هسته‌ای سه ذره آلفا با یکدیگر در ستارگان کربنی، یک اتم ^{12}C تولید می‌شود. در این واکنش چند MeV انرژی آزاد می‌شود؟

$$m_{\alpha} = 4.00260 \text{ amu}, m_{^{12}\text{C}} = 12 \text{ amu} \text{ و } 1 \text{ amu} = 931.5 \text{ MeV}$$

(۱) ۹/۶

(۲) ۷/۳

(۳) ۴/۸

(۴) ۲/۴

۱۵- برای بلوری که فاصله صفحات متوالی آن 0.25 nm است، پراش مرتبه یک در زاویه 18.5° مشاهده می‌شود. برای این بلور چند مرتبه دیگر پراش (به جز مرتبه یک) قابل مشاهده است؟ $\cos 37^\circ = 0.8$

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۱

(۴) ۲

۱۶- بردارهای حالت غیر متعامد $|\alpha\rangle$ و $|\beta\rangle$ ویژه بردارهای عملگر یکانی U به ترتیب با ویژه مقدارهای α و β هستند. چه رابطه‌ای همواره میان این ویژه مقدارها وجود دارد؟ ستاره نشانگر مزدوج مختلط یک عدد است.

(۱) $\alpha\beta^* = 1$

(۲) $\alpha\beta = 1$

(۳) $\alpha = \beta^*$

(۴) $(\alpha\beta)^2 = 1$

۱۷- عملگر مشاهده‌پذیر A در یک فضای دوبعدی اثر می‌کند. اگر a_1 و a_2 ویژه مقدارهای این عملگر و P_1 و P_2 به ترتیب احتمال به دست آمدن این ویژه مقدارها در اندازه‌گیری کمیت A باشند، عدم قطعیت در

$$\Delta A = \left(\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2 \right)^{1/2} \text{ اندازه‌گیری این کمیت کدام است؟}$$

(۱) $\sqrt{2a_1a_2P_1P_2}$

(۲) $\sqrt{a_1a_2P_1P_2}$

(۳) $|a_1 - a_2| \sqrt{P_1P_2}$

(۴) $|a_1 - a_2| \sqrt{2P_1P_2}$

۱۸- ذره بارداری به جرم m و بار الکتریکی q در میدان مغناطیسی با پتانسیل برداری $\vec{A}(\vec{x}, t)$ حرکت می‌کند. اگر x_i مولفه i ام عملگر مکان و p_i مولفه i ام عملگر تکانه خطی کانونیک آن باشد، حاصل جابجاگر

$$\left[p_j, \frac{dx_k}{dt} \right] \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{i\hbar q}{m} \frac{\partial A_k}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{i\hbar q}{m} \frac{\partial A_j}{\partial x_k} \quad (2)$$

$$\frac{-i\hbar q}{m} \delta_{jk} \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

۱۹- هامیلتونی یک ذره به شکل $H = \omega_0 J_z$ است که J_z مولفه سوم عملگر تکانه زاویه‌ای کل ذره و ω_0 ضریب ثابت مثبتی است. متوسط عملگر J_x در زمان دلخواه $t > 0$ کدام است؟ $\langle J_i \rangle_0$ متوسط عملگر J_i در لحظه $t = 0$ است.

$$\langle J_x \rangle_0 \cos \omega_0 t - \langle J_y \rangle_0 \sin \omega_0 t \quad (1)$$

$$\langle J_x \rangle_0 \sin \omega_0 t + \langle J_z \rangle_0 \cos \omega_0 t \quad (2)$$

$$\langle J_y \rangle_0 \cos \omega_0 t - \langle J_x \rangle_0 \sin \omega_0 t \quad (3)$$

$$\langle J_y \rangle_0 \sin \omega_0 t + \langle J_z \rangle_0 \cos \omega_0 t \quad (4)$$

۲۰- مقدار میانگین عملگر $e^{i\lambda(a-a^\dagger)}$ در حالت پایه نوسانگر هماهنگ یک بعدی کدام است؟ a عملگر پایین‌بر و λ ضریب ثابت حقیقی است.

$$e^{-\lambda^2} \quad (1)$$

$$e^{\lambda^2} \quad (2)$$

$$e^{-\lambda^2/2} \quad (3)$$

$$e^{\lambda^2/2} \quad (4)$$

۲۱- نوسانگر هماهنگ یک بعدی با بسامد زاویه‌ای ω_0 در لحظه $t=0$ در حالت همدوس $|\beta\rangle$ است $(a|\beta\rangle = \beta|\beta\rangle)$ که عملگر پایین بر β عددی مختلط است $(\beta = \beta_r + i\beta_i)$. عدم قطعیت در عملگر تعداد در لحظه دلخواه $t > 0$ کدام است؟

$$\beta_r^2 + \beta_i^2 \quad (1)$$

$$\sqrt{\beta_r^2 + \beta_i^2} \quad (2)$$

$$\sqrt{\beta_r^2 + \beta_i^2} \cos \omega_0 t \quad (3)$$

$$(\beta_r^2 + \beta_i^2) \cos \omega_0 t \quad (4)$$

۲۲- ماتریس چگالی برای آنسامبل کانونیک از الکترون‌هایی که در معرض یک میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت $\vec{B} = B_0 \hat{k}$ در تماس با چشمه حرارتی در دمای مطلق T قرار دارند، کدام است؟ از انرژی جنبشی الکترون‌ها

$$\lambda = \frac{\hbar |e| B_0}{2 k_B T m_e c} \quad \text{چشم پوشی شود و}$$

$$\frac{1}{2 \cosh \lambda} \begin{pmatrix} e^{-2\lambda} & 1 \\ 1 & e^{2\lambda} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2 \sinh \lambda} \begin{pmatrix} e^{-2\lambda} & 1 \\ 1 & e^{2\lambda} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2 \cosh \lambda} \begin{pmatrix} e^{-\lambda} & 0 \\ 0 & e^{\lambda} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2 \sinh \lambda} \begin{pmatrix} e^{-\lambda} & 0 \\ 0 & e^{\lambda} \end{pmatrix} \quad (4)$$

۲۳- اگر H عملگر هامیلتونی یک سیستم کوانتومی، \vec{J} عملگر بردار تکانه زاویه‌ای کل سیستم و Θ عملگر وارونی زمان باشند، کدام عبارت نادرست است؟

$$(1) \text{ عملگرهای } \Theta \text{ و } \vec{J} \text{ پاد جابجا می‌شوند.}$$

$$(2) \Theta |\vec{P}'\rangle = |-\vec{P}'\rangle \text{ که ویژه حالت تکانه خطی است.}$$

$$(3) \text{ اگر } [H, \Theta] = 0 \text{ باشد، همواره ویژه توابع انرژی، حقیقی هستند.}$$

$$(4) \text{ اگر } [H, \Theta] = 0 \text{ باشد، همواره ویژه توابع انرژی، ویژه توابع عملگر } \Theta^2 \text{ با ویژه مقدارهای } \pm 1 \text{ هستند.}$$

۲۴- یک سامانه متشکل از دو ذره به ترتیب با عملگرهای اسپین $\vec{S}^{(1)}$ و $\vec{S}^{(2)}$ در نظر گرفته شود. اگر عملگر اسپین کل $\vec{S} = \vec{S}^{(1)} + \vec{S}^{(2)}$ باشد، در پایه‌ای که از ویژه بردارهای مشترک عملگرهای S_z و S^2 ساخته شده است، کدام عملگر نمی‌تواند قطری باشد؟

$$S_z^{(1)} S_z^{(2)} \quad (1)$$

$$\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(1)} \quad (2)$$

$$\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)} \quad (3)$$

$$(4) \text{ گزینه‌های ۱ و ۳}$$

۲۵- هامیلتونی سیستمی متشکل از سه الکترون به شکل $H = A(3S_z^2 - S^2) + B(S_+^2 - S_-^2)$ است که در آن \vec{S} عملگر اسپین کل و S_z مولفه سوم عملگر اسپین کل و $S_{\pm} = S_x \pm iS_y$ هستند. مقدار چشمداشتی انرژی در حالتی که هر سه الکترون اسپین موازی داشته باشند، کدام است؟

$$3\hbar^2 \left(A + \frac{B}{2} \right) \quad (1)$$

$$3\hbar^2 (A+B) \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} A \hbar^2 \quad (3)$$

$$3A \hbar^2 \quad (4)$$

۲۶- هامیلتونی ذره‌ای با اسپین ۱ به شکل $H = \frac{\omega_1}{\hbar} S_z^2 + \frac{\omega_2}{\hbar} (S_x^2 - 3S_y^2)$ است. نمایش ماتریس هامیلتونی ذره در پایه متشکل از ویژه بردارهای مشترک S_z و S^2 کدام است؟

$$\hbar \begin{pmatrix} \omega_1 + 4\omega_2 & 0 & -2\omega_2 \\ 0 & 8\omega_2 & 0 \\ -2\omega_2 & 0 & \omega_1 + 4\omega_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\hbar \begin{pmatrix} \omega_1 - 2\omega_2 & 0 & 4\omega_2 \\ 0 & -4\omega_2 & 0 \\ 4\omega_2 & 0 & \omega_1 - 2\omega_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\hbar \begin{pmatrix} \omega_1 - \omega_2 & 0 & -\omega_2 \\ 0 & -2\omega_2 & 0 \\ -\omega_2 & 0 & \omega_1 - \omega_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\hbar \begin{pmatrix} \omega_1 - \omega_2 & 0 & 2\omega_2 \\ 0 & -2\omega_2 & 0 \\ 2\omega_2 & 0 & \omega_1 - \omega_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

۲۷- آنسامبل مخلوطی از الکترون‌ها در حالت اسپینی $|S_z + \rangle$ یا $|S_z - \rangle$ را در نظر بگیرید. اگر گشتاور دوقطبی مغناطیسی متوسط هر الکترون $\mu_B/4$ باشد، در این آنسامبل ... درصد از ذرات در حالت اسپینی $|S_z + \rangle$ و

... درصد از ذرات در حالت اسپینی $|S_z - \rangle$ هستند. $\mu_B = e\hbar / 2m_e$

(۱) ۴۰ ، ۶۰

(۲) ۳۰ ، ۷۰

(۳) ۲۵ ، ۷۵

(۴) ۳۵ ، ۶۵

۲۸- ذره‌ای به جرم m در حالت پایه یک چاه پتانسیل بی نهایت یک بعدی است که دیواره‌های آن در $x=0$ و $x=a$ واقع است. ناگهان دیوار واقع در $x=a$ به مکان $x=3a$ انتقال می‌یابد. احتمال آن که انرژی ذره

در وضعیت جدید دقیقاً برابر انرژی اولیه‌اش باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۲۹- سیستمی دو ترازه با دو ویژه حالت انرژی $|1\rangle$ و $|2\rangle$ به ترتیب با انرژی‌های $\hbar\omega_0$ و $\hbar\omega_0(1+\beta)$ در نظر بگیرید. در لحظه $t=0$ سیستم در حالت خالص $|1\rangle$ قرار دارد. از لحظه $t=0$ به بعد تحت انرژی پتانسیل

تناوبی $V(t) = \lambda \hbar\omega_0 (e^{i\omega_0 t} |1\rangle\langle 2| + e^{-i\omega_0 t} |2\rangle\langle 1|)$ قرار می‌گیرد که ω_0 بسامد زاویه‌ای ثابت و λ

ضریب ثابت حقیقی است. کوتاهترین زمان که احتمال یافتن سیستم در حالت $|2\rangle$ بیشینه باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{\omega_0} (4\lambda^2 - (1-\beta)^2)^{-1/2}$

(۲) $\frac{\pi}{\omega_0} (4\lambda^2 + (1-\beta)^2)^{-1/2}$

(۳) $\frac{\pi}{2\omega_0} (\lambda^2 + (1-\beta)^2)^{-1/2}$

(۴) $\frac{\pi}{2\omega_0} (\lambda^2 - (1-\beta)^2)^{-1/2}$

۳۰- سطح مقطع کل پراکندگی ذره‌ای به جرم m و انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ در حد انرژی‌های کم ($ka \ll 1$) از یک

کره نرم با پتانسیل $V(r) = \begin{cases} V_0 & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases}$ در تقریب اول بورن کدام است؟

$$\frac{m^2 V_0 a^6}{\hbar^2} \quad (1)$$

$$\frac{4m^2 V_0 a^6}{9\hbar^2} \quad (2)$$

$$\frac{16\pi m^2 V_0 a^6}{9\hbar^2} \quad (3)$$

$$\frac{4\pi m^2 V_0 a^6}{\hbar^2} \quad (4)$$

۳۱- معادله پواسون برای حلقه نازکی به شعاع R که بار q به طور یکنواخت روی آن توزیع شده، در مختصات دکارتی کدام است؟ مبدا مختصات بر مرکز حلقه و صفحه $x-y$ بر صفحه حلقه منطبق هستند.

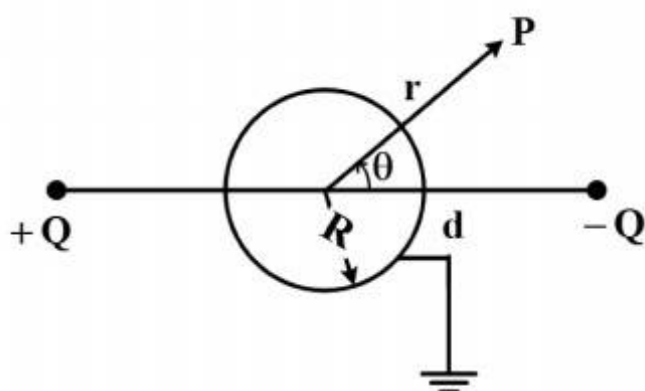
$$\nabla^2 \phi(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \delta(\sqrt{x^2 + y^2} - R) \delta(z) \quad (1)$$

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \delta(\sqrt{x^2 + y^2} - R) \delta(z) \quad (2)$$

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R} \delta(\sqrt{x^2 + y^2} - R) \delta(z) \quad (3)$$

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R} \delta(\sqrt{x^2 + y^2}) \delta(z - R) \quad (4)$$

۳۲- کره رسانایی به شعاع R و متصل به زمین را در نظر بگیرید. دو بار الکتریکی Q و $-Q$ هر یک به فاصله $d > R$ از مرکز کره و در طرفین آن مطابق شکل زیر قرار دارند. خط واصل دو بار از مرکز کره می‌گذرد. پتانسیل الکتریکی در نقطه P خارج از کره و به فاصله r از مرکز آن کدام است ($r \gg d$)؟



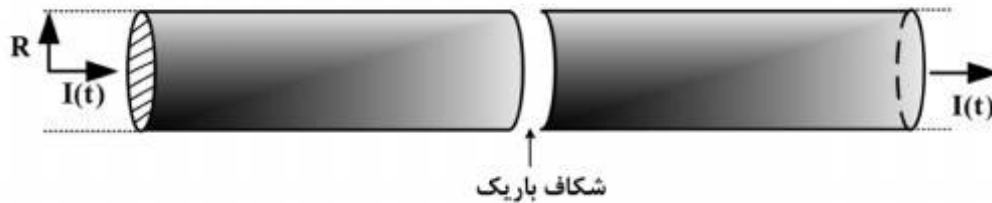
$$\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 d^2 r^2} (R^2 - r^2) \cos \theta \quad (1)$$

$$\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 d^2 r^2} (R^2 - d^2) \cos \theta \quad (2)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d^2 r^2} (R^2 - d^2) \cos \theta \quad (3)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d^2 r^2} (R^2 - r^2) \cos \theta \quad (4)$$

۳۳- از استوانه مستقیم رسانای بلندی به شعاع R جریان وابسته به زمان $I(t) = I_0 \frac{t}{T_0}$ عبور می‌کند. در لحظه $t = 0$ مطابق شکل زیر یک شکاف باریک عرضی در استوانه ایجاد می‌شود که استوانه را به دو نیمه تقسیم می‌کند. در لحظه $t = 0$ بار الکتریکی اولیه‌ای روی سطوح شکاف وجود ندارد. در لحظه دلخواه $t > 0$ اندازه میدان الکتریکی $\vec{E}(r, t)$ درون شکاف کدام است؟ r فاصله از محور استوانه و I_0 و T_0 مقادیر ثابتی هستند.



$$\frac{I_0 t^2}{2\pi \epsilon_0 R^2 T_0} \quad (1)$$

$$\frac{I_0 t^2}{4\pi \epsilon_0 R^2 T_0} \quad (2)$$

$$\frac{I_0 t^2}{\pi \epsilon_0 R^2 T_0} \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

۳۴- در سوال ۳۳ در لحظه دلخواه $t > 0$ اندازه میدان مغناطیسی $\vec{B}(r, t)$ درون شکاف کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 I_0 t^2}{2\pi R^2 T_0} r \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 I_0 t}{4\pi R^2 T_0} r \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0 I_0 t}{2\pi R^2 T_0} r \quad (4)$$

۳۵- یک کره عایق به شعاع R و بار الکتریکی Q ، با توزیع حجمی یکنواخت، حول یکی از قطره‌های خود با سرعت زاویه‌ای ω در حال چرخش است. اندازه گشتاور دو قطبی مغناطیسی این کره کدام است؟

$$\frac{1}{15} Q \omega R^2 \quad (1)$$

$$\frac{2}{15} Q \omega R^2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} Q \omega R^2 \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} Q \omega R^2 \quad (4)$$

۳۶- یک محیط خطی و همسانگرد را به عنوان چشمه‌ی قطبش خارجی \vec{P}_{ext} و مغناطش خارجی \vec{M}_{ext} در نظر بگیرید. ضرایب گذردهی و تراوایی مغناطیسی این محیط ϵ و μ مستقل از زمان و مکان هستند. در این محیط چشمه ماکروسکوپی بار و جریان الکتریکی وجود ندارد. پتانسیل‌های برداری و اسکالر در این محیط در کدام روابط صدق می‌کنند؟

$$\epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \frac{\partial \vec{P}_{ext}}{\partial t} + \mu \vec{\nabla} \times \vec{M}_{ext} \quad \text{و} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \epsilon\mu \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{A} = \mu \frac{\partial \vec{P}_{ext}}{\partial t} + \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{M}_{ext} \quad \text{و} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \epsilon\mu \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$$\epsilon\mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi = -\frac{1}{\epsilon_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{P}_{ext} \quad \text{و} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

$$\epsilon\mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi = -\frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \cdot \vec{P}_{ext} \quad \text{و} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

۳۷- بر روی صفحه تخت بسیار بزرگ غیررسانایی بار الکتریکی با چگالی یکنواخت $\sigma = 5 \frac{\text{pC}}{\text{m}^2}$ توزیع شده است. در وسط این صفحه روزنه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع 4 cm ایجاد می‌شود. محور Z عمود بر صفحه بار و گذرنده از مرکز روزنه و مبدا مختصات بر مرکز روزنه منطبق است. میدان الکتریکی در نقطه‌ای روی محور Z و به فاصله 3 cm از مرکز روزنه چند N/C است؟

$$0/46 \quad (1)$$

$$0/34 \quad (2)$$

$$0/23 \quad (3)$$

$$0/17 \quad (4)$$

۳۸- درون یک ناحیه استوانه‌ای بسیار بلند به شعاع R ، میدان مغناطیسی در امتداد محور استوانه به شکل

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \hat{k}$$

تراوایی مغناطیسی خلا و I_0 ضریب ثابتی است. بردار پتانسیل مغناطیسی در داخل استوانه در مختصات استوانه‌ای کدام است؟

$$\frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \left(\frac{r}{R} \right) \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \hat{e}_\phi \quad (1)$$

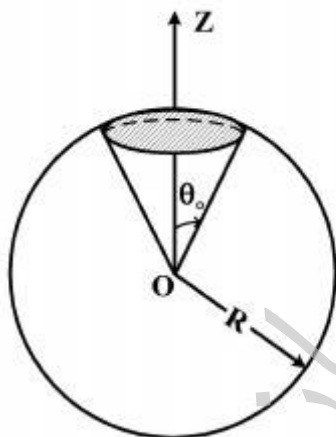
$$\frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \hat{e}_\phi \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \left(\frac{r}{R} \right) \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \hat{e}_r \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \hat{e}_r \quad (4)$$

۳۹- در ناحیه‌ای از فضا پتانسیل برداری در مختصات کروی به شکل $\vec{A}(r, \theta) = \beta \frac{1 - \cos \theta}{r \sin \theta} \hat{\phi}$ وجود دارد که

β ضریب ثابتی است. شار میدان مغناطیسی گذرنده از کلاهکی از سطح کروی به شعاع R مطابق شکل زیر محصور در $0 \leq \theta \leq \theta_0$ کدام است؟ مبدا مختصات منطبق بر مرکز کره است.



$$4\pi\beta \sin^2 \theta_0 \quad (1)$$

$$2\pi\beta \cos \theta_0 \quad (2)$$

$$2\pi\beta \sin^2 \left(\frac{\theta_0}{2} \right) \quad (3)$$

$$4\pi\beta \sin^2 \left(\frac{\theta_0}{2} \right) \quad (4)$$

۴۰- کدام چگالی جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی به صورت $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\vec{r} \times \vec{\nabla} f(\vec{r})}{r}$ در فضا ایجاد می کند؟
 $f(\vec{r})$ تابعی مستقل از زمان است که در معادله لاپلاس صدق می کند.

$$\frac{-1}{\mu_0} \left[\frac{1}{r} \vec{\nabla} f + \frac{1}{r} \frac{\vec{r}}{r} \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} f \right) \right] \quad (1)$$

$$\frac{-1}{\mu_0} \left[\frac{1}{r} \vec{\nabla} f + \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{\nabla} f \right] \quad (2)$$

$$\frac{-1}{\mu_0} \left[\frac{1}{r} \vec{\nabla} f + \frac{1}{r} \frac{\vec{r}}{r} \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} f \right) + \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{\nabla} f \right] \quad (3)$$

$$\frac{-1}{\mu_0} \left[\frac{1}{r} \frac{\vec{r}}{r} \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} f \right) + \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{\nabla} f \right] \quad (4)$$

۴۱- در یک محیط دی الکتریک خطی، همگن، همسانگرد و غیر پاشنده در غیاب چشمه بار و جریان الکتریکی موج تخت الکترومغناطیس عرضی با میدان الکتریکی $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ و میدان مغناطیسی $\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ انتشار یافته است. نسبت $\frac{E_0}{H_0}$ کدام است؟ n ضریب شکست محیط است.

$$\frac{1}{n} \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \quad (1)$$

$$\frac{1}{n} \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \quad (2)$$

$$n \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \quad (3)$$

$$n \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \quad (4)$$

۴۲- موج الکترومغناطیسی تخت با قطبش دایره‌ای خالص با طول موج 600 nm و توان 90 W بر یک قرص بسیار کوچک ساکن به شعاع 3 mm و جرم 10^{-2} g به طور عمودی می تابد و به طور کامل توسط این قرص جذب می شود. برای موج با قطبش دایره‌ای، متوسط زمانی مولفه تکانه زاویه‌ای در راستای انتشار، برابر حاصل ضرب انرژی موج در بسامد زاویه‌ای آن است. اگر این قرص بتواند به طور آزادانه حول محور تقارن عمود بر صفحه‌اش بچرخد، تقریباً پس از چند ثانیه از شروع تابش، سرعت زاویه‌ای قرص به مقدار 1 rad/s می رسد؟

$$157 \quad (1)$$

$$314 \quad (2)$$

$$78 \quad (3)$$

$$247 \quad (4)$$

۴۳- فرض شود در ناحیه‌ای از فضا یک میدان الکترواستاتیکی و نیز یک میدان مغناطواستاتیکی وجود دارد. اگر

\vec{S} بردار پوینتینگ و سطح S_0 سطح بسته دلخواهی در فضا باشد، کدام عبارت نا درست است؟

(۱) ممکن است در برخی نقاط این ناحیه مقدار کمیت $\vec{S} \cdot \hat{n}$ غیر صفر باشد.

(۲) در تمام نقاط این ناحیه $\vec{\nabla} \cdot \vec{S}$ صفر است.

(۳) همواره انتگرال $\oint_{S_0} \vec{S} \cdot \hat{n} da$ صفر است.

(۴) ممکن است انتگرال $\oint_{S_0} \vec{S} \cdot \hat{n} da$ غیر صفر باشد.

۴۴- هر یک از دو صفحه یک خازن تخت، مربعی به ضلع a است و اندازه بار روی صفحات خازن $\pm Q$ است. از

دید ناظر لختی که با سرعت ثابت نسبیتی v موازی صفحات خازن حرکت می‌کند، میدان الکتریکی در

فضای میان دو صفحه کدام است؟

$$(1) \frac{Q}{\epsilon_0 a^2} \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

$$(2) \frac{Q}{\epsilon_0 a^2} \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$(3) \left(1 - \frac{v}{c}\right) \frac{Q}{\epsilon_0 a^2}$$

$$(4) \frac{Q}{\epsilon_0 a^2}$$

۴۵- ذره‌ای به جرم m و بار q در میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم نازک مستقیم و بسیار طویل در راستای

محور z و حامل جریان ثابت I قرار دارد. هامیلتونی این ذره کدام است؟ r_0 ثابتی با بعد طول است.

$$(1) \frac{1}{2m} \left[\left(P_x - \frac{\mu_0 I q}{4\pi} \ln \frac{y}{r_0} \right)^2 + \left(P_y + \frac{\mu_0 I q}{4\pi} \ln \frac{x}{r_0} \right)^2 + P_z^2 \right]$$

$$(2) \frac{1}{2m} \left[\left(P_x + \frac{\mu_0 I q}{4\pi} \ln \frac{y}{r_0} \right)^2 + \left(P_y + \frac{\mu_0 I q}{4\pi} \ln \frac{x}{r_0} \right)^2 + P_z^2 \right]$$

$$(3) \frac{1}{2m} \left[P_x^2 + P_y^2 + \left(P_z + \frac{\mu_0 I q}{4\pi} \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r_0} \right)^2 \right]$$

$$(4) \frac{1}{2m} \left[P_x^2 + P_y^2 + \left(P_z + \frac{\mu_0 I q}{4\pi} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r_0} \right)^2 \right]$$

موسسه تحقیقاتی آرمان