www.isijournal.net

266

F

266F

نام:
نام خانوادگی:
محل امضاء:

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱ از ۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۴

رشته مهندسی مکانیک ـ تبدیل انرژی ـ کدرشته ۲۳۲۴

تعداد سوال: ۴۵ | مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	ضریب
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، مکانیک سیالات پیشرفته، ترمودینامیک پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵	۴

این آزمون نمره منفی دارد.
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه ـ سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

www.isijournal.net

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، مکانیک سیالات پیشرفته، ترمودینامیک پیشرفته):

۱- برای توابع ویژه و مقادیر ویژه مسئله روبرو، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) \end{cases}$$

۱) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = 2\alpha_n$، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۲) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = \alpha_n$، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۳) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n) = \alpha_n$، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۴) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\cot(\alpha_n \pi) = \alpha_n$، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۲- پاسخ کراندار $w(x,t)$ مسئله مقدار اوّلیه کرانه‌ای زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} & , \quad x > 0 \ , \ t > 0 \\ w(x,0) = \dfrac{\partial w(x,0)}{\partial t} = 0 & , \quad x \geq 0 \\ \dfrac{\partial w(0,t)}{\partial x} = \cos t & , \quad t \geq 0 \end{cases}$$

۱) $-2\sin\left(\dfrac{t-x}{2}\right)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۲) $-\dfrac{1}{2}\sin(2t-2x)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۳) $-\sin(t-x)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۴) پاسخ کراندار ندارد.

۳- یک راه‌حل مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای (یا مرزی) به صورت زیر:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(x,t) & , \ 0 < x < L \ , \ t > 0 \\ u(x,0) = g(x), u_t(x,0) = h(x) \\ u(0,t) = 0 = u(L,t) & , \ t > 0 \end{cases}$$

(f و g و h توابع تکه‌ای هموار داده شده‌اند) آن است که شرایط اولیه داده شده و توابع f (معلوم) و u (مجهول) را بر حسب یک پایه متعامد مناسب $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$، به صورت زیر بسط دهیم:

$$h(x) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \phi_k(x) \ , \ g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \phi_k(x) \ , \ f(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t)\phi_k(x) \ , \ u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t)\phi_k(x),$$

و سپس با قرار دادن این کاندیداها در معادلات مسئله داده شده، مجهولات $u_k(t)$ را بیابیم. در این صورت پایه متعامد $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$، کدام است؟

۱) $\left\{\sin\dfrac{k\pi x}{L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۲) $\left\{\cos\dfrac{k\pi x}{L}\right\}_{k=0}^{\infty}$

۳) $\left\{\sin\dfrac{(2k-1)\pi x}{2L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۴) $\left\{\cos\dfrac{(2k-1)\pi x}{2L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

www.isijournal.net

۴- سری فوریه سینوسی نیم‌دامنه تابع $f(x)=x\sin x$، $0\le x\le \pi$، کدام است؟

۱) $\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۲) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-8m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۳) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۴) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2m-1)x$

۵- برای تابع $f(x)=x\cos x$، $0<x<\pi$، سری فوریه کسینوسی نیم‌دامنه را درنظر می‌گیریم. سه جمله اول این سری، کدام است؟

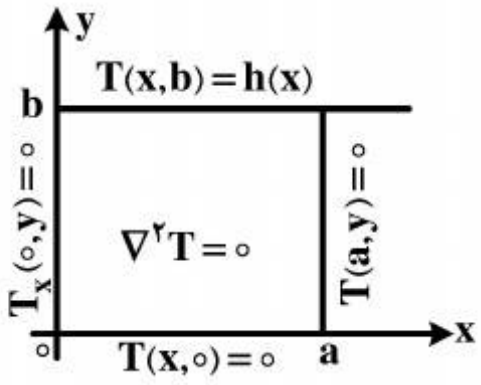
۱) $-\frac{2}{\pi}+\pi\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۲) $-\frac{2}{\pi}+\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۳) $-\frac{2}{\pi}+\frac{\pi}{2}\cos x-\frac{10}{9\pi}\cos 2x$

۴) $-\frac{2}{\pi}+\frac{\pi}{2}\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۶- در مسئله مقدار مرزی معادله دیفرانسیل لاپلاس زیر، پایهٔ متعامد بسط تابع $h(x)$ داده شده به سری فوریه، کدام است؟



۱) $\left\{\cos\frac{k\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۲) $\left\{\cos\frac{(2k-1)\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

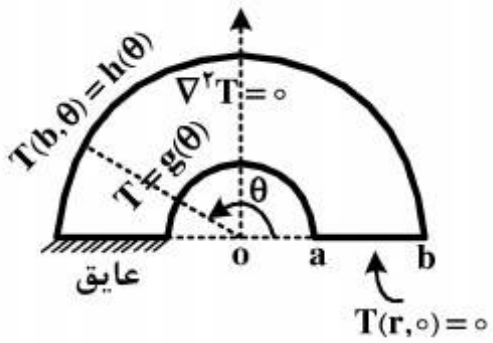
۳) $\left\{\sin\frac{(2k-1)\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۴) $\left\{\frac{1}{2},\cos\frac{\pi x}{a},\cos\frac{2\pi x}{a},\ldots,\cos\frac{k\pi x}{a},\ldots\right\}$

موسسه تحقیقاتی آرمان

www.isijournal.net

۷- برای مسئله مقدار مرزی زیر، در مورد معادله دیفرانسیل لاپلاس در داخل یک نیم‌طوق، کاندید جواب به کدام صورت است؟



۱) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}A_k r^k \sin(k\theta)$

۲) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}(A_k r^k + B_k r^{-k})\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$

۳) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}A_k r^{\alpha_k}\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$ ، $\alpha_k=(\frac{2k-1}{2})$

۴) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}(A_k r^{\alpha_k} + B_k r^{-\alpha_k})\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$ ، $\alpha_k=(\frac{2k-1}{2})$

۸- در معادله رویه مینیمال $(1+u_x^2)u_{yy}-uu_xu_yu_{xy}+(1+u_y^2)u_{xx}=0$، جواب‌هایی به‌صورت $u(x,y)=F(x)+G(y)$، کدام هستند؟

۱) $u(x,y)=\frac{-1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(-cy+d_1)+d_2$

۲) $u(x,y)=\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(-cy+d_1)+d_2$

۳) $u(x,y)=\frac{-1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cy+d_1)+d_2$

۴) $u(x,y)=\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cy+d_1)+d_2$

۹- با فرض اینکه، جواب مسئلهٔ مقدار اولیه $\begin{cases}u_t-u_{xx}=0\\u(x,0)=\phi(x)\end{cases}$ ($-\infty<x<\infty$ و ϕ تابع معلوم)، به‌صورت $u(x,t)=\frac{1}{2\sqrt{\pi t}}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\zeta)e^{\frac{-(x-\zeta)^2}{4t}}d\zeta$ باشد، در حالت خاصی که شرط اولیه به‌صورت $\phi(x)=\begin{cases}T_1 & x>0\\T_2 & x<0\end{cases}$ (T_1 و T_2 ثابت) باشد، آنگاه کدام مورد، صحیح است؟

۱) $u(x,t)=\frac{T_1+T_2}{2}+\frac{T_1-T_2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha$

۲) $u(x,t)=\frac{T_1-T_2}{2}+\frac{T_1+T_2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha$

۳) $u(x,t)=(T_1-T_2)(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha)$

۴) $u(x,t)=(T_1+T_2)(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha)$

www.isijournal.net

۱۰- مقدار انتگرال $I = \int_{0}^{\infty} \frac{(Lnx)^2}{1+x^2} dx$، کدام است؟

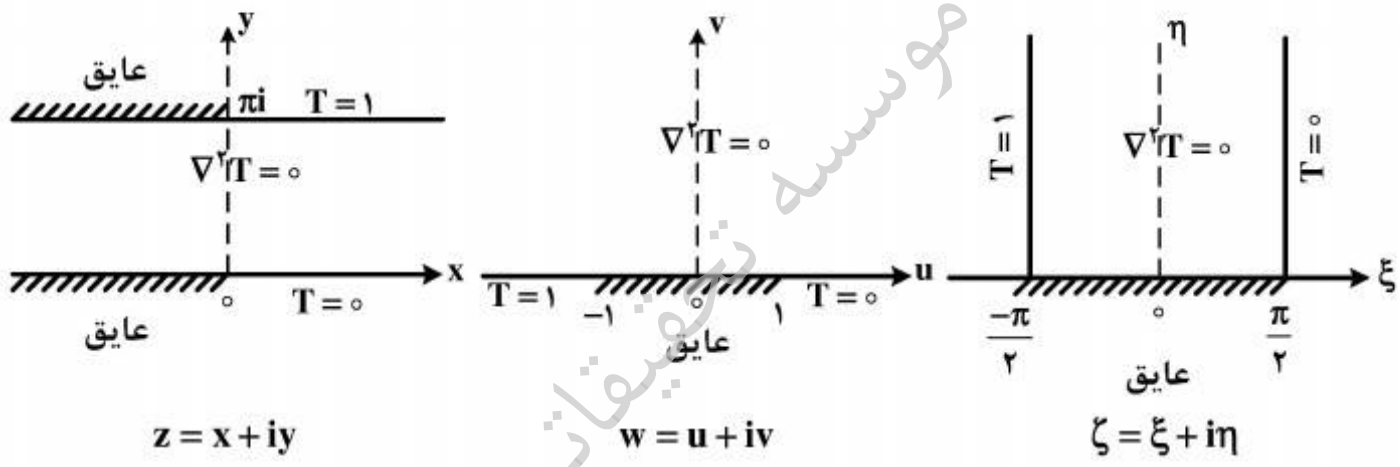
۱) $\frac{\pi^3}{16}$

۲) $\frac{\pi^3}{8}$

۳) $\frac{\pi^3}{4}$

۴) $\frac{\pi^3}{8} + \frac{\pi^2}{4}$

۱۱- سه مسئله مقدار مرزی زیر، برای معادله دیفرانسیل لاپلاس داده شده‌اند. جواب کراندار در نیمه نوار قائم و دو نگاشت مناسب از صفحهٔ ζ به صفحه w و سپس از صفحه w به صفحه z، که جواب‌های کراندار دو مسئله مقدار مرزی دیگر را بدهند، کدامند؟



۱) $z = e^w \;،\; w = \sin\zeta \;،\; T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$

۲) $w = Logz \;،\; \zeta = \sin w \;،\; T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\xi - \frac{\pi}{2})$

۳) $w = Logz \;،\; w = \sin\zeta \;،\; T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$

۴) $z = Logw \;،\; w = \sin\zeta \;،\; T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$

۱۲- با انتگرال‌گیری از تابع مختلط $f(z) = \frac{e^{az}}{1+e^z}$ ($0 < a < 1$ ثابت) روی کرانه مستطیل $|x| < R$، $0 \le y \le 2\pi$، در جهت مثلثاتی، و سپس میل دادن $R \to \infty$، مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x}$، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{\sin(\pi a)}$

۲) $\frac{2\pi}{\sin(\pi a)}$

۳) $\frac{\pi}{\sinh(\pi a)}$

۴) $\frac{2\pi}{\sinh(\pi a)}$

موسسه تحقیقاتی آرمان

www.isijournal.net

۱۳- اگر $f(z)$ تابع تام، $|chz\ f(z)| \le 1$، و $f(0) = 2$، آنگاه مقدار $f(Ln2)$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{3}{4}$

۳) ۱

۴) $\frac{8}{5}$

۱۴- در صورتی‌که به ازای هر نقطه $z = re^{i\theta}$ در داخل دایره $\zeta = r_0 e^{i\phi}$، $0 \le \phi < 2\pi$، داشته باشیم $f(re^{i\theta}) = \frac{r_0^2 - r^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f(r_0 e^{i\phi})}{|\zeta - z|^2} d\phi$، که در آن f در درون و روی دایره مذکور تحلیلی است، و u قسمت حقیقی f باشد، آنگاه $u(r,\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_0, r, \phi - \theta) u(r_0, \phi) d\phi$. در این صورت، کدام‌یک از موارد زیر، صحیح نیست؟

۱) $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_0, r, \phi - \theta) d\phi = 1$

۲) $P(r_0, r, \phi - \theta) = \frac{r_0^2 - r^2}{r_0^2 + 2rr_0 \cos(\phi - \theta) + r^2}$

۳) تابع $P(r_0, r, \phi - \theta)$ همیشه مثبت است.

۴) $P(r_0, r, \phi - \theta)$ تابعی زوج و دوره‌ای (متناوب) از $(\phi - \theta)$ است.

۱۵- در مورد خودالحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل زیر، کدام عبارت صحیح است؟

$$xy'' + (1-x)y' + ay = 0$$

۱) با ضرب در x خودالحاق می‌شود.

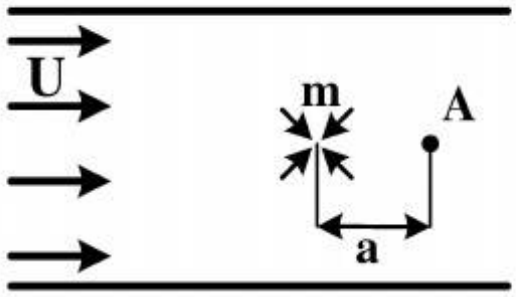
۲) با ضرب در $\frac{1}{x}$ خودالحاق می‌شود.

۳) با ضرب در e^{-x} خودالحاق می‌شود.

۴) خودالحاق است.

www.isijournal.net

۱۶- در یک رودخانه، سیال با سرعت یکنواخت U در حال حرکت است. در مسیر جریان، یک چاه با قدرت m قرار دارد. کمترین فاصله ذره A از چاه (a) چقدر باشد تا این ذره وارد چاه نشود؟



۱) $\frac{m}{۲\pi U}$
۲) $\frac{m}{\pi U}$
۳) $\frac{m}{۲U}$
۴) $\frac{m}{U}$

۱۷- در جریان آرام، دائم و توسعه‌یافته در کانالی با مقطع مربع شکل، تنش برشی روی دیواره هر مقطع، چگونه است؟

مقطع کانال

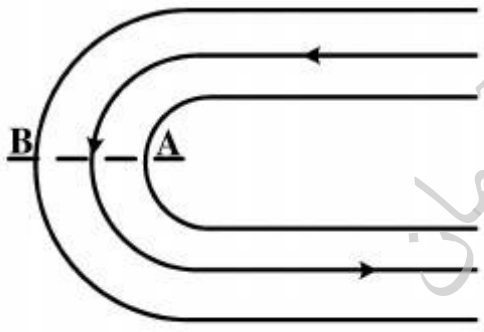
۱) یکنواخت است.
۲) در وسط ضلع مربع، حداکثر و در گوشه‌ها، صفر است.
۳) در وسط ضلع مربع، صفر و در گوشه‌ها، حداکثر است.
۴) مخالف صفر و در وسط ضلع مربع، حداکثر و در گوشه‌ها، حداقل است.

۱۸- در سیالات، تغییر سرعت دو نقطه در همسایگی یکدیگر را می‌توان به صورت زیر نوشت. جملات اول و دوم داخل براکت، به‌ترتیب نشان‌دهنده کدامند؟

$$d\vec{V} = \left[\frac{۱}{۲}(\nabla\vec{V} + \nabla\vec{V}^{T}) + \frac{۱}{۲}(\nabla\vec{V} - \nabla\vec{V}^{T})\right].d\vec{x}$$

۱) نرخ کرنش و نرخ چرخش بین این دو نقطه
۲) نرخ چرخش و نرخ کرنش بین این دو نقطه
۳) نرخ کرنش زاویه‌ای و نرخ کرنش نرمال بین این دو نقطه
۴) نرخ کرنش نرمال و نرخ کرنش زاویه‌ای بین این دو نقطه

۱۹- مقطع AB را از جریان سیال در مجرای شکل روبرو، درنظر بگیرید. کدام مورد، صحیح است؟



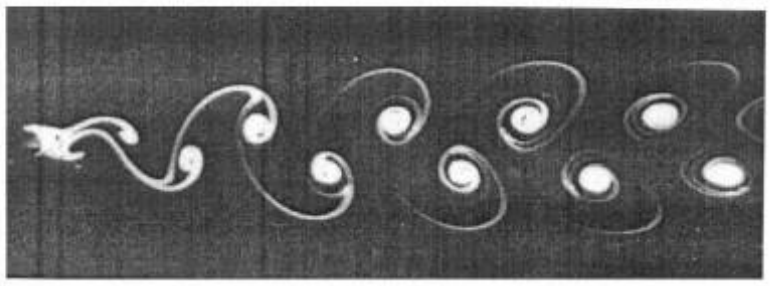
۱) طبق معادله برنولی، فشار در A و B یکسان است.
۲) طبق معادله برنولی، فشار در B بیشتر از فشار در A است.
۳) طبق معادله ممنتوم، فشار در B بیشتر از فشار در A است.
۴) طبق معادله ممنتوم، فشار در A بیشتر از فشار در B است.

۲۰- کدام مورد، صحیح است؟

۱) یک جریان چرخشی، همواره یک جریان اولر است.
۲) یک جریان اولر، همواره یک جریان غیرچرخشی است.
۳) یک جریان غیرچرخشی، همواره یک جریان اولر است.
۴) بین جریان غیرچرخشی و پتانسیل، ارتباطی وجود ندارد.

www.isijournal.net

۲۱- در جریان دو بعدی سیال نیوتنی در پشتِ یک استوانه، خیابان گردابه‌های کارمن، مطابق شکل زیر، تشکیل می‌شود. کدام مورد، صحیح‌تر است؟



۱) اگر جریان سیال مغشوش باشد، گردابه‌ها جابه‌جا نبوده، بلکه در مقابل هم قرار می‌گیرند.
۲) جریان سیال در پشت استوانه (خیابان گردابه‌های کارمن)، آرام اما ناپایا است.
۳) در اعداد رینولدز بالا، ممکن است این ساختار (خیابان گردابه‌های کارمن) تشکیل نشود.
۴) تشکیل ساختار فوق، فقط در محدوده خاصی از جریان آرام سیال صورت می‌گیرد.

۲۲- با توجه به میدان سرعت دوبعدی زیر، خط مسیری که در زمان صفر از نقطه A به مختصات $(x_0, y_0) = (1,1)$ می‌گذرد، کدام است؟

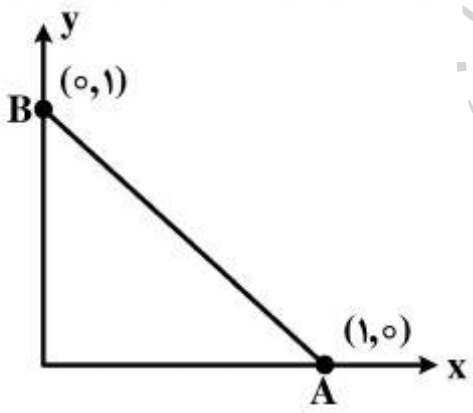
$$\begin{cases} u = x(1+2t) \\ v = y \end{cases}$$

۱) $x = y$
۲) $x = y^{1-\ln y}$
۳) $x = y^{1+\ln y}$
۴) $y = x^{1+\ln x}$

۲۳- مایعی حاوی ذرات ریز گل‌ولای است که می‌توانند در طی حرکت ته‌نشین شوند. بقای جرم این مخلوط در هر نقطه کدام است؟ ($\vec{V}$ بردار سرعت و ρ چگالی مخلوط است.)

۱) $\nabla.\vec{V} = 0$
۲) $\frac{D\rho}{Dt} = 0$
۳) $\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla.\vec{V} = 0$
۴) $\frac{D\rho}{Dt} = 0$ و $\nabla.\vec{V} = 0$

۲۴- میدان سرعت جریان دوبعدی غیرقابل تراکم، به‌صورت $\vec{V} = 2(x^2 - y^2)\hat{i} - 4xy\hat{j}$ داده شده است. مقدار دبی حجمی عبوری از عرض خط AB چقدر است؟



۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{4}{3}$
۴) ۲

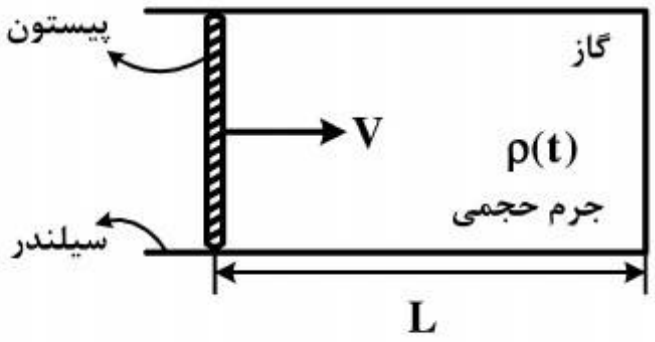
۲۵- سیلندری به شعاع R و طول زیاد در فضای بی‌نهایت از سیال لزج، با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. میدان سرعت سیال کدام است؟

۱) $u_\theta = \omega r$
۲) $u_\theta = R^2 \frac{\omega}{r}$
۳) $u_\theta = \omega(r - \frac{R^2}{r})$
۴) $u_\theta = \omega(r + \frac{R^2}{r})$

موسسه تحقیقاتی آرمان

www.isijournal.net

۲۶- یک پیستون با سرعت ثابت V درون یک سیلندر حرکت کرده و گاز را متراکم می‌کند. جرم حجمی اولیه گاز ρ_0 می‌باشد که به ازای طول اولیه L_0 به‌دست می‌آید. با فرض اینکه سرعت گاز در حدفاصل بین پیستون و کف سیلندر، به‌صورت خطی از V به صفر کاهش یابد، جرم حجمی گاز بر حسب زمان t کدام است؟



۱) $\rho_0(1-\frac{Vt}{L_0})^2$

۲) $\rho_0(1-\frac{Vt}{L_0})$

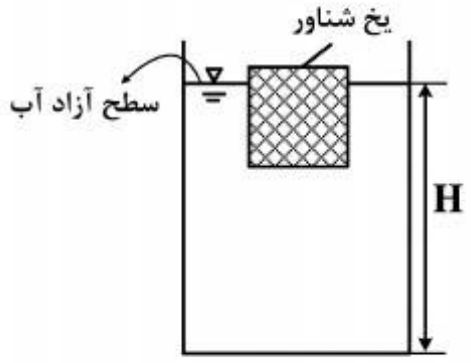
۳) $\rho_0(1-\frac{Vt}{L_0})^{-2}$

۴) $\rho_0(1-\frac{Vt}{L_0})^{-1}$

۲۷- افت فشار در واحد طول لوله در جریان لایه‌ای (laminar) در حال توسعه (developing flow)، نسبت به جریان لایه‌ای توسعه‌یافته (fully developed) در لوله، چگونه است؟

۱) کمتر است.
۲) بیشتر است.
۳) مساوی است.
۴) قابل مقایسه نیستند.

۲۸- قطعه یخی مکعب‌شکل، بر روی سطح آزاد آب درون یک لیوان شناور است. اگر یخ در شرایطی‌که دمای کل مجموعه یکنواخت باشد، کاملاً ذوب شود، کدام مورد در خصوص ارتفاع سطح آب لیوان، صحیح است؟



۱) پایین می‌رود.
۲) بالا می‌رود.
۳) تغییر نمی‌کند.
۴) در طول فرایند ذوب یخ، ارتفاع بالا رفته و سپس پایین می‌آید.

۲۹- کدام مورد، در خصوص ارتباط شرط عدم لغزش روی یک مرز جامد با لزجت سیالی که در مجاورت آن جریان دارد، صحیح است؟

۱) هیچ‌گونه رابطه‌ای وجود ندارد.
۲) شرط عدم لغزش، به‌واسطه لزجت سیال است.
۳) شرط عدم لغزش، فقط به جنس مرز جامد بستگی دارد.
۴) شرط عدم لغزش، علاوه بر لزجت سیال، به جنس مرز جامد نیز بستگی دارد.

۳۰- کدام مورد، در خصوص میدان تنش در جریان سیال، صحیح است؟

۱) یک بردار با ۳ عضو است.
۲) یک تانسور با ۹ عضو است.
۳) درون جریان تانسوری با ۹ عضو و بر روی سطوح مرزی جریان برداری با ۳ عضو است.
۴) همه موارد، در صورتی‌که سیال نیوتنی باشد.

موسسه تحقیقاتی آرمان

www.isijournal.net

۳۱- انهدام اگزرژی در یک شیر فشارشکن بی‌دررو که گازی ایده‌ال با ثابت R از آن عبور می‌کند و نسبت فشار در آن برابر با ۱۰ باشد، چقدر است؟ (T_0 دمای محیط، c_{P_0} گرمای ویژه در فشار ثابت و $k=\frac{c_{P_0}}{c_{V_0}}$)

۱) صفر

۲) $T_0 R \ln ۱۰$

۳) $T_0 R \ln \frac{۱}{۱۰}$

۴) $c_{P_0} T_0 \ln(\frac{P_۲}{P_۱})^{\frac{k-۱}{k}} - R \ln \frac{P_۲}{P_۱}$

۳۲- علامت $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ برای یک مادهٔ خالص، چگونه است؟

۱) منفی
۲) مثبت
۳) مثبت یا صفر
۴) منفی یا صفر

۳۳- یک سیستم ترمودینامیکی حاوی مایع و بخار، چندجزیی (Multi-Component) و چندفازی (Multi-phase) است. شرط لازم و کافی برای تعادل این سیستم، کدام است؟

۱) دما در همه فازها یکسان باشد.
۲) فشار در همه فازها یکسان باشد.
۳) دما، فشار و نرخ تبخیر و میعان در همه فازها یکسان باشد.
۴) دما و فشار در همه فازها ثابت باشد و پتانسیل شیمیایی هر جزء (μ_i) در تمام فازها یکسان باشد.

۳۴- گازی دارای معادلات حالت $P=\frac{U}{V}$ و $T=۳B\left(\frac{U^۲}{NV}\right)^{\frac{۱}{۳}}$ است. اگر گاز از دمای اولیه T_i و فشار اولیه P_i یک انبساط ژول تامسون انجام دهد و فشار نهایی آن P_f باشد، دمای نهایی T_f چقدر است؟ (B یک ثابت مثبت است و در آن P، U، V، N و T، به‌ترتیب فشار، انرژی داخلی، حجم، مول و دمای گاز هستند)

۱) T_i

۲) $۲T_i$

۳) $T_i\left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{۱}{۳}}$

۴) $T_i\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$

۳۵- یک سیستم بولتزمن با سه سطح انرژی غیردیژنره (Non degenerate energy level) با واحد ۰، ۱ و ۲ حاوی ۱۰۰۰۰ ذره و دارای انرژی کلی ۲۰۰۰ واحد است. تعداد حالت ماکرو (Macrostate) در این سیستم، کدام است؟

۱) ۵۰۰,۰۰۰
۲) ۱۰۰۱
۳) ۱۰۰۰
۴) ۵۰۱

www.isijournal.net

۳۶- تفاوت اساسی آمار کلاسیک (classical statistics) و آمار کوانتومی (quantum statistics)، در کدام مورد است؟

۱) توزیع ذرات در توزیع کلاسیک، دو برابر توزیع ذرات کوانتومی است.
۲) در توزیع کلاسیک، ذرات غیرقابل تمیزند و در توزیع کوانتومی، ذرات قابل تمیزند.
۳) در توزیع کلاسیک، ذرات قابل تمیزند و در توزیع کوانتومی، ذرات غیرقابل تمیزند.
۴) در توزیع کلاسیک، در هر تراز کوانتومی تنها یک ذره قرار می‌گیرد و در مدل کوانتومی، چنین محدودیتی وجود ندارد.

۳۷- دو ساچمه سنگ‌زنی هر یک با جرم m و گرمای ویژه c و دمای اولیه T_1 با سرعت V، به یکدیگر برخورد می‌کنند و ساکن می‌شوند. با فرض اینکه در این فرایند، هیچ‌گونه انرژی به محیط داده نمی‌شود، دمای نهایی دو ساچمه کدام است؟

۱) $2mcV$
۲) $T_1+\frac{V^2}{2c}$
۳) $2mcV+T_1$
۴) $m(T_1+\frac{V^2}{2c})$

۳۸- با توجه به منحنی تابع توزیع سرعت ماکسول ـ بولتزمن برای فضای سه‌بعدی، نقطه کار بهینه سیستم در کجا اتفاق می‌افتد؟

۱) در محتمل‌ترین سرعت
۲) در سرعت‌های بالا
۳) در سرعت‌های پایین
۴) به سایر پارامترهای سیستم نیز نیاز است.

۳۹- دو گاز ایده‌آل در دما و فشار برابر، در یک محفظه عایق قرار داشته و توسط یک غشاء جدا شده‌اند. پس از برداشتن غشاء و اختلاط گازها، تغییر انتروپی ناشی از اختلاط ΔS_m کدام است؟

n_1	n_2
P	P
T	T

$\left(x_1=\frac{n_1}{n_1+n_2}\ ,\ x_2=\frac{n_2}{n_1+n_2}\right)$

۱) صفر
۲) $\bar{R}\sum_{i=1}^{2} x_i \ln\frac{1}{x_i}$
۳) $-\bar{R}\sum_{i=1}^{2} x_i \ln\frac{1}{x_i}$
۴) $\sum x_i S_{mi}+\sum x_i S_{\circ,mi}+R(\sum x_i \ln\frac{1}{x_i}-\ln P_r)$

۴۰- معادله حالت کلوزیوس برای یک گاز $P(v-b)=RT$ است. اگر R ثابت گاز باشد، کار انجام شده از حالت ۱ تا حالت ۲ در یک فرایند برگشت‌پذیر دما ثابت، چقدر است؟

۱) $mRT\ln\frac{P_1}{P_2}$
۲) $mRT\ln\frac{P_2}{P_1}$
۳) $mRT\ln\frac{v_1}{v_2}$
۴) $mRT\ln(\frac{v_1-b}{v_2-b})$

www.isijournal.net

۴۱- سیستمی حاوی ۵ ذره و هفت سِل، از توزیع آماری فِرمی ـ دیراک (Fermi-Dirac) تبعیت می‌کند و در هر سل، بیشتر از یک ذره قرار نمی‌گیرد. تعداد حالات محتمل برای این سیستم، کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲۱
۳) ۳۶
۴) ۷۲

۴۲- اگر ثابت تعادل برای واکنش تعادلی $2H_2 + O_2 \rightleftharpoons 2H_2O$ برابر k_p باشد، ثابت تعادل برای واکنش تعادلی $H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightleftharpoons H_2O$، کدام است؟

۱) $2k_p$
۲) k_p
۳) $\frac{k_p}{2}$
۴) $\sqrt{k_p}$

۴۳- مقدار مول اکسیژن خالص موردنیاز برای سوختن یک مول خالص کربن که مول‌های مساوی CO و CO_2 حاصل شود، کدام است؟

۱) ۰/۷۵
۲) ۱/۵
۳) ۲
۴) ۳

۴۴- اگر ضریب ژول تامسون $\mu_j = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_h$ و ضریب انبساط حجمی $\alpha = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$ باشد، دما در نقطه وارونگی (Inversion Point)، چقدر است؟

۱) $\alpha(1-\alpha)$
۲) $\frac{1}{1-\alpha}$
۳) $\frac{1}{\alpha^2}$
۴) $\frac{1}{\alpha}$

۴۵- مخزنی حاوی ۱ kmol هوا با دمای محیط برابر ۳۰۰K و فشار ۶۰۰kPa، در مجاورت فضای خلاء با دو برابر حجم هوا قرار دارد. اگزرژی هوا چقدر است؟

هوا	خلاء
V	۲ V

۱) $8/314 \times 300 \ln 6$
۲) $8/314(300\ln 6 - 100)$
۳) $8/314(300\ln 6 - 150)$
۴) $8/314(300\ln 6 - 250)$