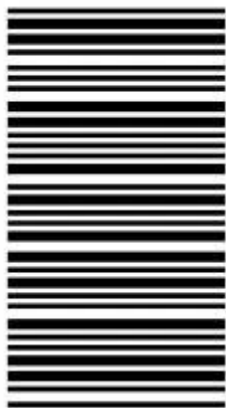


265

F

نام:
نام خانوادگی:
محل امضاء:



265F

صبح جمعه

۹۳/۱۲/۱۵

دفترچه شماره ۱ از ۲



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

**آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۴**

رشته مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات - کدرشته ۲۳۲۳

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	ضریب
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پیشرفته، ارتعاشات و کنترل پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵	۴

این آزمون نمره منفی دارد.
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه - سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پیشرفته، ارتعاشات و کنترل پیشرفته):

۱- برای توابع ویژه و مقادیر ویژه مسئله روبرو، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) \end{cases}$$

(۱) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = 2\alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۲) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۳) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n) = \alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۴) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\cot(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

۲- پاسخ کراندار $w(x, t)$ مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} & , x > 0, t > 0 \\ w(x, 0) = \frac{\partial w(x, 0)}{\partial t} = 0 & , x \geq 0 \\ \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = \cos t & , t \geq 0 \end{cases}$$

(۱) $-2 \sin\left(\frac{t-x}{2}\right) u(t-x)$ ، که در آن، u تابع پله واحد است.

(۲) $-\frac{1}{2} \sin(2t - 2x) u(t-x)$ ، که در آن، u تابع پله واحد است.

(۳) $-\sin(t-x) u(t-x)$ ، که در آن، u تابع پله واحد است.

(۴) پاسخ کراندار ندارد.

۳- یک راه حل مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای (یا مرزی) به صورت زیر:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = g(x), u_t(x, 0) = h(x) \\ u(0, t) = 0 = u(L, t) & , t > 0 \end{cases}$$

f و g و h توابع تکه‌ای هموار داده شده‌اند آن است که شرایط اولیه داده شده و توابع f (معلوم) و u

(مجهول) را بر حسب یک پایه متعامد مناسب $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ به صورت زیر بسط دهیم:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \phi_k(x) , f(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) \phi_k(x) , g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \phi_k(x) , h(x) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \phi_k(x)$$

و سپس با قرار دادن این کاندیدها در معادلات مسئله داده شده، مجهولات $u_k(t)$ را بیابیم. در این صورت

پایه متعامد $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ ، کدام است؟

$$\left\{ \cos \frac{k\pi x}{L} \right\}_{k=0}^{\infty} \quad (۲) \qquad \left\{ \sin \frac{k\pi x}{L} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (۱)$$

$$\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2L} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (۴) \qquad \left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{2L} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (۳)$$

۴- سری فوریه سینوسی نیم دامنه تابع $f(x) = x \sin x$ ، $0 \leq x \leq \pi$ ، کدام است؟

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx) \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-8m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx) \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx) \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2m-1)x \quad (4)$$

۵- برای تابع $f(x) = x \cos x$ ، $0 < x < \pi$ ، سری فوریه کسینوسی نیم دامنه را در نظر می‌گیریم. سه جمله اول این سری، کدام است؟

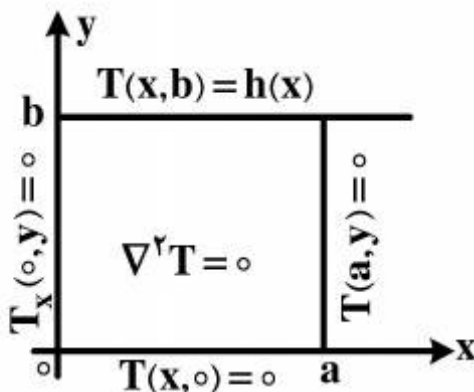
$$-\frac{2}{\pi} + \pi \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x \quad (1)$$

$$-\frac{2}{\pi} + \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x \quad (2)$$

$$-\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} \cos x - \frac{10}{9\pi} \cos 2x \quad (3)$$

$$-\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x \quad (4)$$

۶- در مسئله مقدار مرزی معادله دیفرانسیل لاپلاس زیر، پایه متعامد بسط تابع $h(x)$ داده شده به سری فوریه، کدام است؟



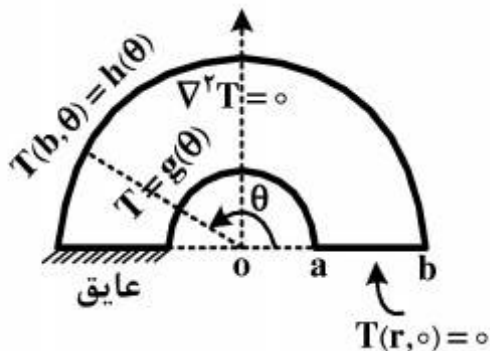
$$\left\{ \cos \frac{k\pi x}{2a} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (1)$$

$$\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2a} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (2)$$

$$\left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{2a} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (3)$$

$$\left\{ \frac{1}{2}, \cos \frac{\pi x}{a}, \cos \frac{2\pi x}{a}, \dots, \cos \frac{k\pi x}{a}, \dots \right\} \quad (4)$$

۷- برای مسئله مقدار مرزی زیر، در مورد معادله دیفرانسیل لاپلاس در داخل یک نیم‌طوق، کاندید جواب به کدام صورت است؟



$$T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k r^k \sin(k\theta) \quad (1)$$

$$T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k r^k + B_k r^{-k}) \sin\left(\frac{r^{k-1}}{r}\right) \theta \quad (2)$$

$$\alpha_k = \left(\frac{r^{k-1}}{r}\right), T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k r^{\alpha_k} \sin\left(\frac{r^{k-1}}{r}\right) \theta \quad (3)$$

$$\alpha_k = \left(\frac{r^{k-1}}{r}\right), T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k r^{\alpha_k} + B_k r^{-\alpha_k}) \sin\left(\frac{r^{k-1}}{r}\right) \theta \quad (4)$$

۸- در معادله روبه مینیمال $(1+u_x^2)u_{yy} - uu_x u_y u_{xy} + (1+u_y^2)u_{xx} = 0$ ، جواب‌هایی به صورت $u(x, y) = F(x) + G(y)$ کدام هستند؟

$$u(x, y) = \frac{-1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(-cy + d_1) + d_2 \quad (1)$$

$$u(x, y) = \frac{1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(-cy + d_1) + d_2 \quad (2)$$

$$u(x, y) = \frac{-1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(cy + d_1) + d_2 \quad (3)$$

$$u(x, y) = \frac{1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(cy + d_1) + d_2 \quad (4)$$

۹- با فرض اینکه، جواب مسئله مقدار اولیه $\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 \\ u(x, 0) = \phi(x) \end{cases}$ و $-\infty < x < \infty$ و ϕ تابع معلوم، به صورت

$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\zeta) e^{-\frac{(x-\zeta)^2}{4t}} d\zeta$$

در حالت خاصی که شرط اولیه به صورت

$$\phi(x) = \begin{cases} T_1, & x > 0 \\ T_2, & x < 0 \end{cases}$$

باشد، آنگاه کدام مورد، صحیح است؟

$$u(x, t) = \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \quad (1)$$

$$u(x, t) = \frac{T_1 - T_2}{2} + \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \quad (2)$$

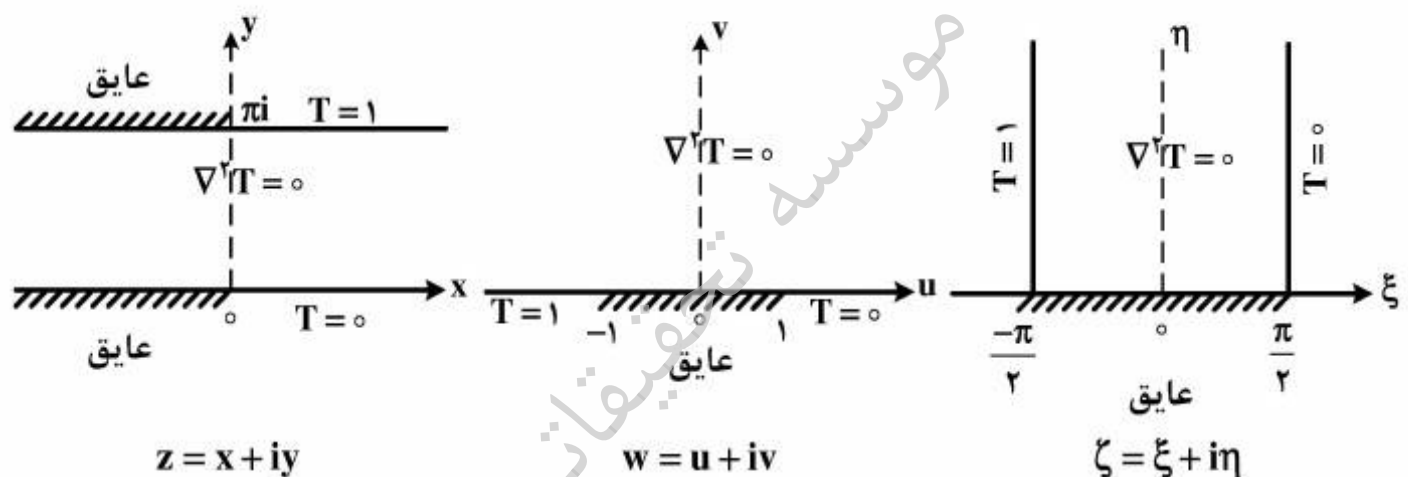
$$u(x, t) = (T_1 - T_2) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \right) \quad (3)$$

$$u(x, t) = (T_1 + T_2) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \right) \quad (4)$$

۱۰- مقدار انتگرال $I = \int_0^{\infty} \frac{(\ln x)^2}{1+x^2} dx$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi^2}{16}$
- (۲) $\frac{\pi^2}{8}$
- (۳) $\frac{\pi^2}{4}$
- (۴) $\frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi^2}{4}$

۱۱- سه مسئله مقدار مرزی زیر، برای معادله دیفرانسیل لاپلاس داده شده‌اند. جواب کراندار در نیمه نوار قائم و دو نگاشت مناسب از صفحه ζ به صفحه w و سپس از صفحه w به صفحه z ، که جواب‌های کراندار دو مسئله مقدار مرزی دیگر را بدهند، کدامند؟



- (۱) $z = e^w, w = \sin \zeta, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$
- (۲) $w = \text{Log} z, \zeta = \sin w, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi}(\xi - \frac{\pi}{2})$
- (۳) $w = \text{Log} z, w = \sin \zeta, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$
- (۴) $z = \text{Log} w, w = \sin \zeta, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$

۱۲- با انتگرال‌گیری از تابع مختلط $f(z) = \frac{e^{az}}{1+e^z}$ ($a < 1$ ثابت) روی کرانه مستطیل $|x| < R$,

$0 \leq y \leq 2\pi$ ، در جهت مثلثاتی، و سپس میل دادن $R \rightarrow \infty$ ، مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x} dx$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{\sin(\pi a)}$
- (۲) $\frac{2\pi}{\sin(\pi a)}$
- (۳) $\frac{\pi}{\sinh(\pi a)}$
- (۴) $\frac{2\pi}{\sinh(\pi a)}$

۱۳- اگر $f(z)$ تابع تام، $|f(z)| \leq 1$ و $f(0) = 2$ ، آنگاه مقدار $f(Ln 2)$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{8}{5}$

۱۴- در صورتی که به ازای هر نقطه $z = re^{i\theta}$ در داخل دایره $\zeta = r_0 e^{i\phi}$ ، $0 \leq \phi < 2\pi$ ، داشته باشیم

که در آن $f(re^{i\theta}) = \frac{r_0^2 - r^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f(r_0 e^{i\phi})}{|\zeta - z|^2} d\phi$ ، f در آن درون و روی دایره مذکور تحلیلی است، و u قسمت

حقیقی f باشد، آنگاه $u(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_0, r, \phi - \theta) u(r_0, \phi) d\phi$ در این صورت، کدام یک از موارد

زیر، صحیح نیست؟

$$(1) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_0, r, \phi - \theta) d\phi = 1$$

$$(2) P(r_0, r, \phi - \theta) = \frac{r_0^2 - r^2}{r_0^2 + 2r r_0 \cos(\phi - \theta) + r^2}$$

(۳) تابع $P(r_0, r, \phi - \theta)$ همیشه مثبت است.

(۴) $P(r_0, r, \phi - \theta)$ تابعی زوج و دوره‌ای (متناوب) از $(\phi - \theta)$ است.

۱۵- در مورد خودالحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل زیر، کدام عبارت صحیح است؟

$$xy'' + (1-x)y' + ay = 0$$

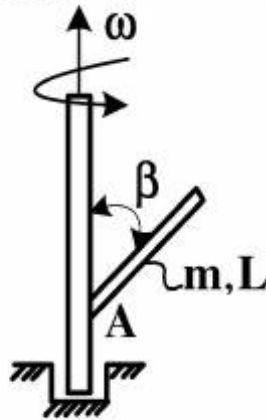
(۱) با ضرب در x خودالحاق می‌شود.

(۲) با ضرب در $\frac{1}{x}$ خودالحاق می‌شود.

(۳) با ضرب در e^{-x} خودالحاق می‌شود.

(۴) خودالحاق است.

۱۶- انتهای میله بسیار باریک و یکنواختی به طول L و به جرم m ، به یک محور گردان که با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد، با زاویه β جوش داده شده است. مقدار لنگر حرکتی \bar{H}_A میله حول نقطه A ، چند برابر $mL^2\omega$ است؟



(۱) $\frac{1}{12} \sin \beta$

(۲) $\frac{1}{6} \cos \beta \sin \beta$

(۳) $\frac{1}{3} \sin \beta$

(۴) $\frac{1}{3} \cos \beta$

۱۷- توپی به جرم m ، از وضعیت سکون در لحظه $t = 0$ از ارتفاع h رها شده و بر روی سطحی می‌افتد. چنانچه ضریب جبران (ارتجاع) مابین سطح و توپ e باشد، مدت زمان موردنیاز برای آنکه حالت پَرش (بالا و پایین آمدن) توپ متوقف شود، چند برابر $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ است؟

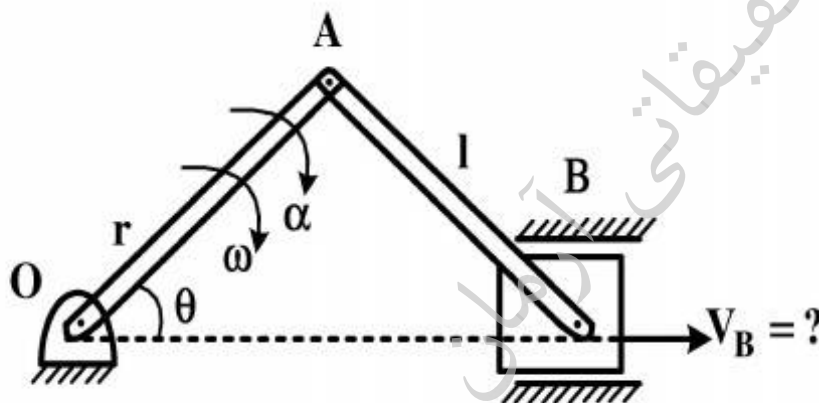
(۲) $(1+e)e$

(۴) $\frac{1+e}{1-e}$

(۱) $1+e$

(۳) $\frac{1-e}{1+e}$

۱۸- سرعت لحظه‌ای لغزنده B در مکانیزم لنگ و لغزنده زیر، چند برابر $r\omega$ است؟ (سرعت و شتاب زاویه‌ای لنگ، به ترتیب ω و α می‌باشد).



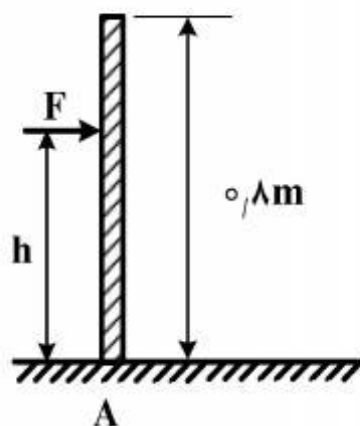
(۱) $\sin \theta$

(۲) $\frac{r\alpha}{\omega^2} \sin \theta$

(۳) $\sin \theta + \frac{\sin \theta \cos \theta}{\sqrt{\frac{l^2}{r^2} - \sin^2 \theta}}$

(۴) $\frac{r \cos \theta}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \theta}} - \sin \theta$

۱۹- میله همگن و باریکی به جرم ۴ کیلوگرم، مطابق شکل زیر، به حالت ایستاده در حال تعادل است. تقریباً در ارتفاع چند متری از میله (h) می‌توان نیروی افقی F را به آن وارد کرد، بدون آنکه میله در محل تماس با سطح زمین (A) بلغزد؟



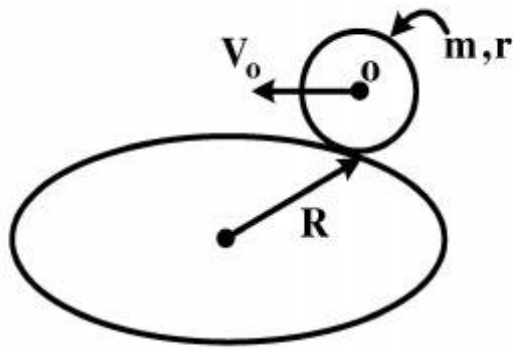
(۱) ۰٫۷۰

(۲) ۰٫۵۳

(۳) ۰٫۴۵

(۴) ۰٫۳۰

۲۰- دیسک همگنی به جرم m و شعاع r و مرکز O ، در صفحه قائم قرار داشته و روی صفحه افقی در مسیر دایره‌ای به شعاع R بدون لغزش می‌غلتد و سرعت مرکز آن V_0 است. انرژی سینتیک آن، کدام است؟



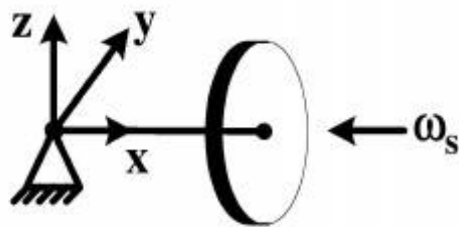
$$\frac{1}{2}mV_0^2\left(\frac{3}{2} + \frac{r^2}{4R^2}\right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mV_0^2\left(\frac{3}{2} + \frac{r^2}{3R^2}\right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}mV_0^2\left(\frac{3}{2} + \frac{3r^2}{R^2}\right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{2}mV_0^2\left(\frac{3}{2} + \frac{4r^2}{R^2}\right) \quad (4)$$

۲۱- ژيروسکپی به چرخش درمی‌آید، به طوری که مطابق شکل زیر، بردار چرخش آن به سمت تکیه‌گاه و نیروی ثقلی به سمت پایین است. بردار سرعت زاویه‌ای تقدیم (Precession)، در کدام جهت خواهد بود؟



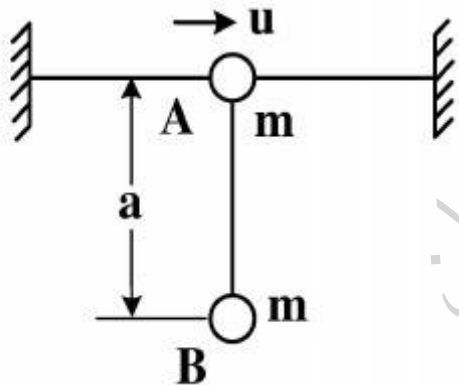
(۱) بالا

(۲) پایین

(۳) عمود بر صفحه، به طرف خارج

(۴) عمود بر صفحه، به طرف داخل

۲۲- مهره A به جرم m در امتداد مفتول افقی قرار دارد و مهره B به وسیله طنابی به طول a ، به مهره A متصل شده است. هر دو مهره در شرایط سکون قرار دارند. اگر به مهره A سرعت u در امتداد مفتول داده شود، حداکثر زاویه انحراف مهره B از وضع قائم چقدر است؟ (از اصطکاک بین مفتول و مهره A صرف نظر و فرض شود u در محدوده‌ای است که موجب دوران کامل B حول A نمی‌شود.)



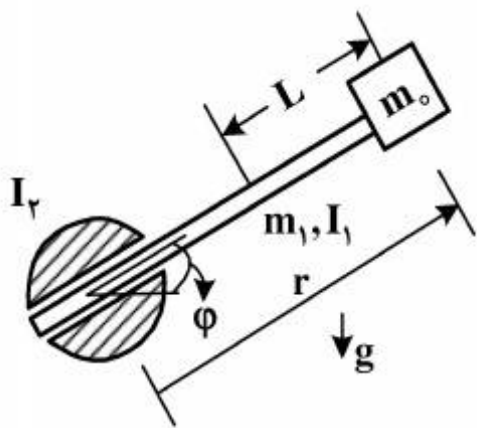
$$\text{Arccos}\left(1 - \frac{u^2}{4ga}\right) \quad (1)$$

$$\text{Arccos}\left(1 - \frac{u^2}{2ga}\right) \quad (2)$$

$$\text{Arccos}\left(1 - \frac{u^2}{ga}\right) \quad (3)$$

$$\text{Arccos}\left(\frac{u^2}{2ga} - 1\right) \quad (4)$$

۲۳- در بازوی دو درجه آزادی نشان داده شده زیر، انرژی جنبشی منهای انرژی پتانسیل یعنی تابع لاگرانژین، برابر کدام است؟ (L، فاصله مرکز جرم میله از انتهای آن است.)



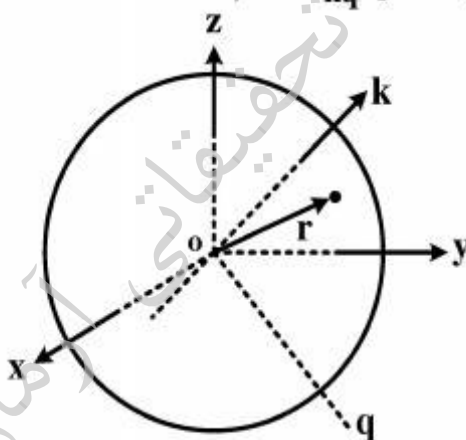
$$\frac{1}{2}I_r\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m_0[r^2\dot{\phi}^2 + \dot{r}^2] + m_0g(r-L) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}I_1\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m_1[(r-L)^2\dot{\phi}^2 + \dot{r}^2] + \frac{1}{2}m_0r^2\dot{\phi}^2 + m_1g(r-L)\sin\phi - m_0g\sin\phi \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}I_r\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m_1[(r-L)^2\dot{\phi}^2 + \dot{r}^2] + \frac{1}{2}m_0[r^2\dot{\phi}^2 + \dot{r}^2] + m_1g(r-L)\sin\phi + m_0gr\sin\phi \quad (3)$$

$$\frac{1}{2}I_r\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m_1[(r-L)^2\dot{\phi}^2 \sin^2\phi + \dot{r}^2] + \frac{1}{2}m_0[r^2\dot{\phi}^2 \sin^2\phi + \dot{r}^2] + m_1g(r-L)\sin\phi \quad (4)$$

۲۴- در دستگاه کارتیزین زیر، با معلوم بودن ماتریس ممان اینرسی I و کسینوس‌های هادی محورهای k و q، به ترتیب (l, m, n) و (l', m', n') مقدار I_{kq} کدام است؟



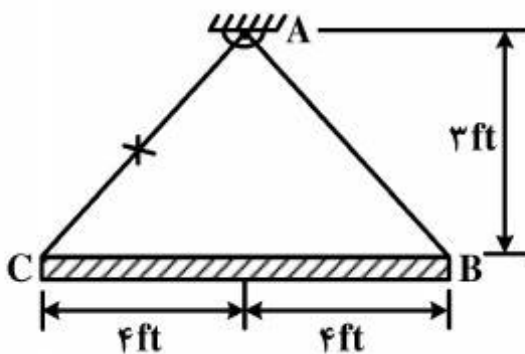
$$ll'I_{xx} + mm'I_{yy} + nn'I_{zz} + lm'I_{xy} + n'l'I_{xz} + mn'I_{yz} \quad (1)$$

$$-ll'I_{xx} - mm'I_{yy} - nn'I_{zz} + l'm'I_{xy} + n'l'I_{xz} + nm'I_{yz} \quad (2)$$

$$ll'I_{xx} + mm'I_{yy} + nn'I_{zz} + (lm' + l'm)I_{xy} + (n'l + nl')I_{xz} + (mn' + nm')I_{yz} \quad (3)$$

$$-ll'I_{xx} - mm'I_{yy} - nn'I_{zz} + (lm' + l'm)I_{xy} + (n'l + nl')I_{xz} + (mn' + nm')I_{yz} \quad (4)$$

۲۵- یک میله باریک و یکنواخت ۱۵۰ پوندی، توسط دو طناب AB و AC، مطابق شکل زیر، آویخته شده است. چنانچه طناب AC ناگهان پاره شود، نیروی کشش طناب AB و شتاب زاویه‌ای اولیه میله، به ترتیب چند



Lb و چند $\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ هستند؟

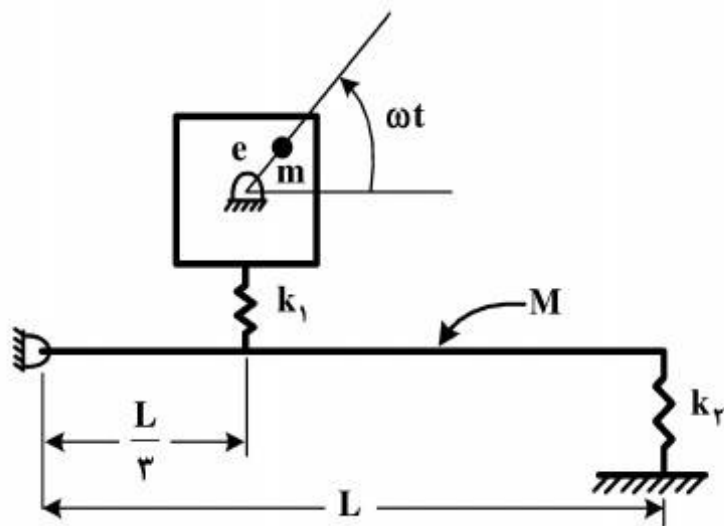
(۱) ۲٫۵ ، ۲۵

(۲) ۴٫۱۸ ، ۴۳٫۳

(۳) ۸٫۵ ، ۴۸٫۳

(۴) ۱۲٫۳۸ ، ۶۲٫۵

۲۶- در سیستمی مطابق شکل زیر، مقدار k_2 برای اینکه ماشین سوار شده روی میله ایزوله شود، کدام است؟



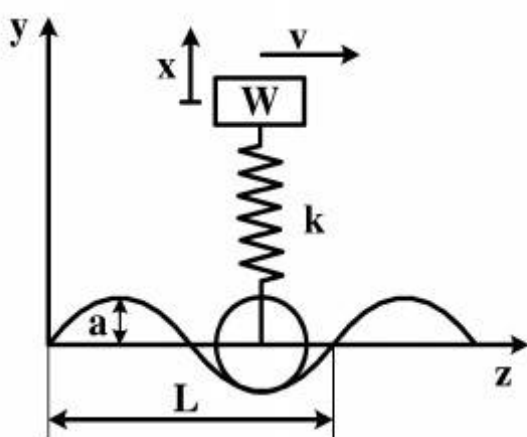
$$\frac{1}{3}M\omega^2 - \frac{k_1}{9} \quad (1)$$

$$M\omega^2 - \frac{k_1}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{9}M\omega^2 - \frac{k_1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3}M\omega^2 - k_1 \quad (4)$$

۲۷- مدل یک درجه آزادی اتومبیل در شکل زیر، با سرعت v بر روی یک مسیر با منحنی سینوسی و با دامنه a



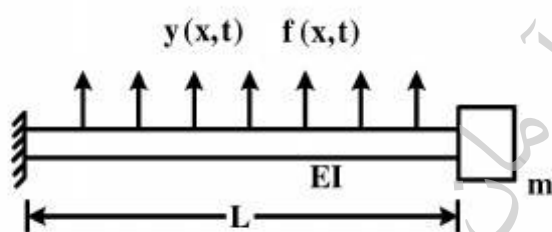
حرکت می‌کند. سرعت بحرانی کدام است؟ (W : وزن اتومبیل)

$$\frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}} \quad (1)$$

$$\frac{a}{\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}} \quad (2)$$

$$\frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}} \quad (3)$$

$$\frac{a}{2\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}} \quad (4)$$



۲۸- معادله ارتعاشی تیر با بارگذاری نشان داده شده روبرو، کدام است؟

$$(0 < x < L)$$

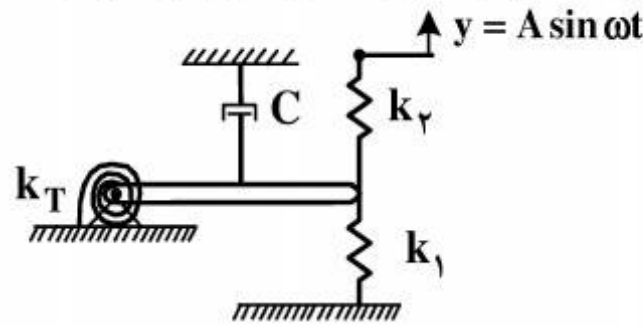
$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \quad (3)$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \quad (4)$$

۲۹- دامنه و فاز پاسخ ماندگار میله صلب شکل زیر، به جرم m و طول l ، در برابر حرکت سینوسی انتهای آزاد فنر k_1 کدام است؟ (میراکننده لزج C در وسط میله قرار گرفته و میله همگن است.)



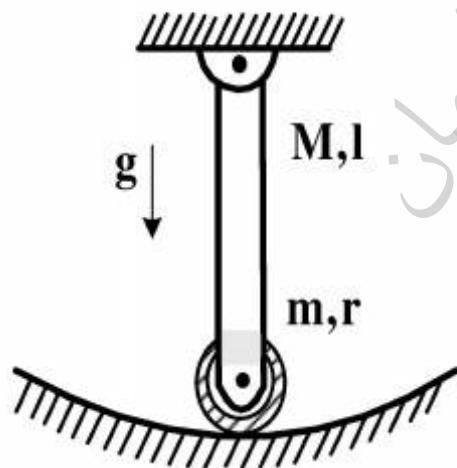
$$x = A \text{ و } \phi = \frac{\pi}{2} \quad (۱)$$

$$x = \frac{Ak_1}{\sqrt{(k_T + k_1 + k_1 - m\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} \text{ و } \phi = \tan^{-1} \frac{C\omega}{(k_T + k_1 + k_1 - m\omega^2)} \quad (۲)$$

$$x = \frac{k_1 l A}{\sqrt{(k_T + k_1 l^2 + k_1 l^2 - \frac{ml^2}{12} \omega^2)^2 + (\frac{Cl^2}{4} \omega)^2}}, \phi = \tan^{-1} \frac{\frac{Cl^2}{4} \omega}{(k_T + k_1 l^2 + k_1 l^2) - \frac{ml^2}{12} \omega^2} \quad (۳)$$

$$x = \frac{k_1 l A}{\sqrt{(k_T + k_1 l^2 + k_1 l^2 - \frac{ml^2}{3} \omega^2)^2 + (\frac{Cl^2}{4} \omega)^2}}, \phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\frac{Cl^2}{4} \omega}{[(k_T + k_1 l^2 + k_1 l^2) - \frac{ml^2}{3} \omega^2]} \right\} \quad (۴)$$

۳۰- فرکانس نوسانات آزاد با دامنه کوچک سیستم زیر، با فرض غلغش خالص دیسک همگن به جرم m و شعاع r بر روی سطح داخلی سیلندر کدام است؟ (میله صلب و یکنواخت بوده و جرم و طول آن، به ترتیب M و l و تمام اتصالات لولا هستند.)



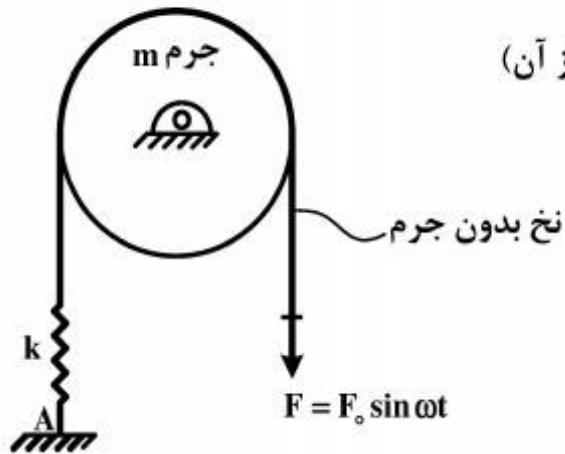
$$\sqrt{\frac{lg}{l}} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{(M+m)g}{(\frac{M}{3} + \frac{m}{2})l}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{(\frac{M}{2} + m)g}{(\frac{M}{3} + m)l}} \quad (۳)$$

$$\sqrt{\frac{(\frac{M}{2} + m)g}{(\frac{M}{3} + \frac{3m}{2})l}} \quad (۴)$$

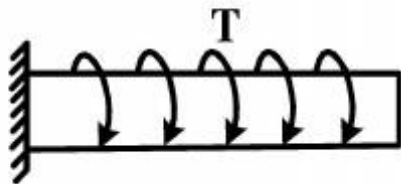
۳۱- نیروی هارمونیک مطابق شکل زیر، به نخ بدون جرم و غیرکشسان که روی دیسک غلتش ناب دارد، وارد می‌شود. اگر فرکانس تحریک $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ باشد، دامنه نیروی وارد بر زمین در A چقدر است؟ ($R =$ شعاع و



$m =$ جرم دیسک و $\frac{1}{2}mR^2 =$ ممان اینرسی دیسک حول مرکز آن)

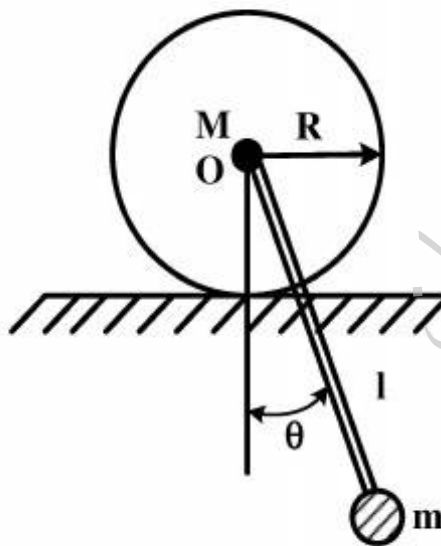
- (۱) صفر
- (۲) F_0
- (۳) $2F_0$
- (۴) بی‌نهایت

۳۲- معادله ارتعاش پیچشی میله شکل زیر، کدام است؟ ($\rho =$ چگالی، $G =$ مدول برشی و $J =$ ممان قطبی سطح مقطع)



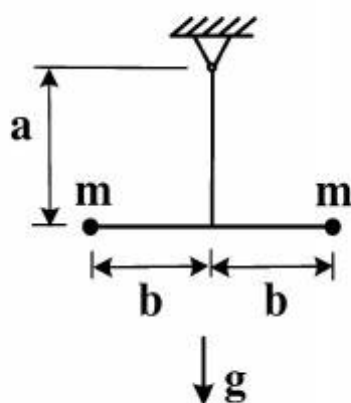
- (۱) $\rho J \ddot{\theta} - JG \theta' = T(x, t)$
- (۲) $\rho J \ddot{\theta} - JG \theta'' = T(x, t)$
- (۳) $\rho J \dot{\theta} + JG \theta'' = T(x, t)$
- (۴) $\rho J \ddot{\theta} + JG \theta'' = T(x, t)$

۳۳- فرکانس طبیعی f_n سیستم زیر، شامل یک دیسک به جرم M که در نقطه O، میله بدون جرمی به طول l به آن جوش خورده و در انتهای میله، گلوله m با ابعاد کوچک به آن وصل شده، کدام است؟ (زاویه θ ، کوچک و ممان اینرسی دیسک حول نقطه O، I_0 فرض شود.)



- (۱) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl^2}{I_0 + MR^2 - m(l+R)^2}}$
- (۲) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{I_0 + MR^2 + m(l-R)^2}}$
- (۳) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{I_0 + M(R-l)^2}}$
- (۴) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{I_0 + MR^2 + ml^2}}$

۳۴- مجذور فرکانس طبیعی سیستم نشان داده شده زیر، بدون در نظر گرفتن جرم میله، کدام است؟

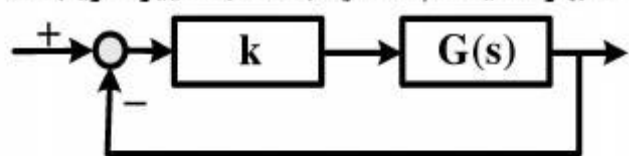


- (۱) $\frac{g}{a}$
- (۲) $\frac{g}{(a+b)}$
- (۳) $\frac{ga}{(a+b)^2}$
- (۴) $\frac{ga}{(a^2 + b^2)}$

۳۵- در ارتعاشات اجباری تحت محرک هارمونیک برای یک سیستم جرم - فنر - میراکننده لزجی یک درجه آزادی، نسبت دامنه دینامیکی پاسخ به دامنه استاتیکی آن، کوچک تر از یک و فرکانس تحریک، کوچک تر از فرکانس طبیعی سیستم است. کدام مورد، در خصوص نسبت میرایی این سیستم (ζ) امکان پذیر است؟

- (۱) $\zeta > 0.7$
 (۲) $\zeta < 0.4$
 (۳) $\zeta < 0.3$
 (۴) $\zeta > 0.1$

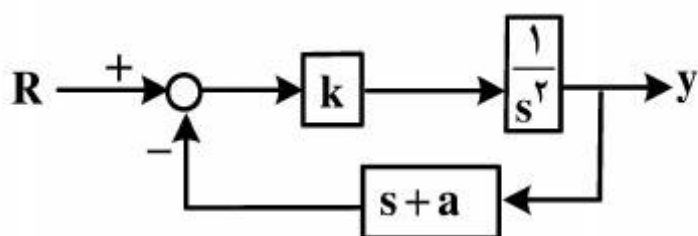
۳۶- چنانچه در سیستم کنترلی نشان داده شده زیر، حد فاز و حد بهره سیستم محدود باشد، با تغییر ضریب k ،



کدام یک از موارد زیر، اتفاق می افتد؟

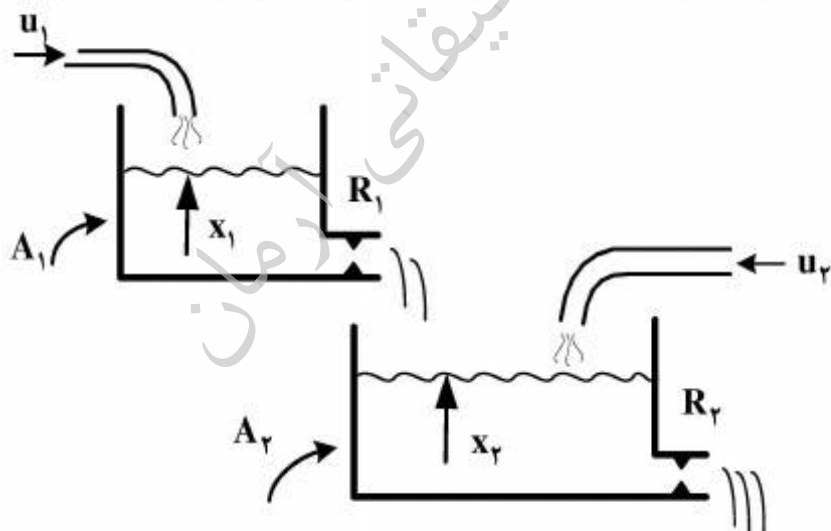
- (۱) تنها حد فاز سیستم تغییر می کند.
 (۲) تنها حد بهره سیستم تغییر می کند.
 (۳) هم حد فاز و هم حد بهره سیستم تغییر می کند.
 (۴) هیچ تغییری در حد فاز و حد بهره سیستم رخ نمی دهد.

۳۷- مقادیر k و a در سیستم زیر، چقدر باشند تا قطبهای تابع تبدیل حلقه بسته، در $s = -1 \pm j$ قرار گیرند؟



- (۱) $k=1$ و $a=1$
 (۲) $k=1$ و $a=2$
 (۳) $k=2$ و $a=1$
 (۴) $k=3$ و $a=1$

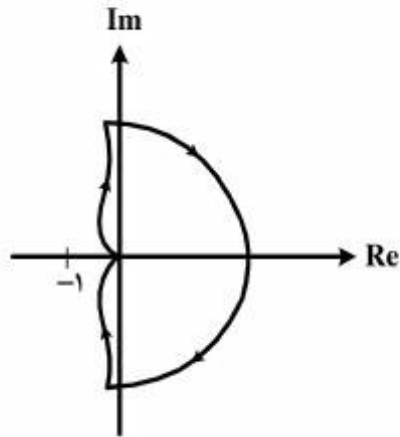
۳۸- برای سیستم مخازن مرتبط شکل زیر، متغیرهای حالت: x_1 و x_2 و ورودیها: دبیهای u_1 و u_2 و خروجی سیستم $(y = Q_2)$: دبی تخلیه شده از مخزن دوم است. رفتار سیستم حول نقطه تعادل، خطی شده و مقاومتها خطی هستند ($R_1 = R_2 = 1$, $A_1 = A_2 = 1$, $R_2 = 0.5$). ماتریسهای A , B و C در معادلات فضای حالت سیستم کدامند؟



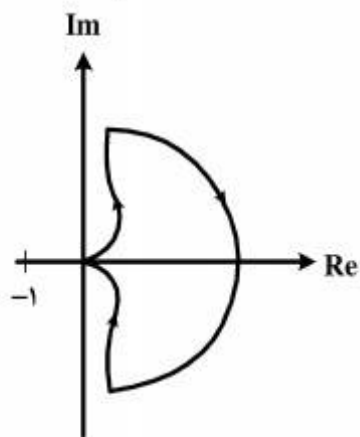
- (۱) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ 0]$
 (۲) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = [0 \ 2]$
 (۳) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $C = [0 \ 1]$
 (۴) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $C = [0 \ 2]$

۳۹- تابع تبدیل مدارباز یک سیستم با فیدبک منفی، به صورت زیر است. کدام مورد، در خصوص پایداری و نمودار نایکوئیست سیستم، صحیح است؟

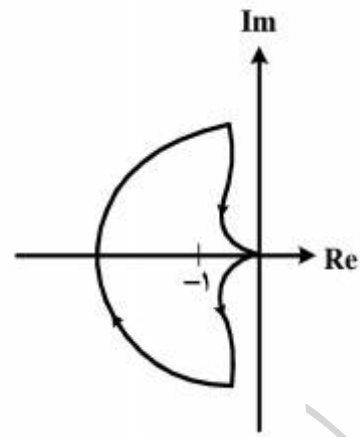
$$G(s)H(s) = \frac{5}{s(1-s)}$$



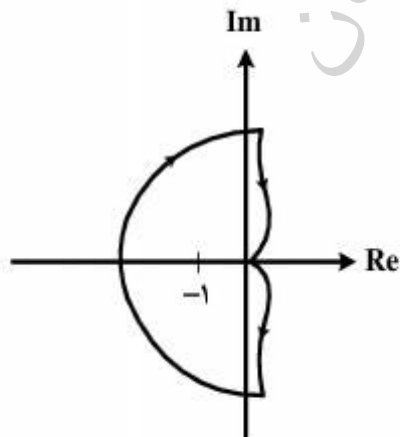
(۱) سیستم مداربسته پایدار است. نمودار نایکوئیست:



(۲) سیستم مداربسته ناپایدار است و یک قطب سمت راست صفحه دارد. نمودار نایکوئیست:



(۳) سیستم مداربسته ناپایدار است و سه قطب سمت راست صفحه دارد. نمودار نایکوئیست:

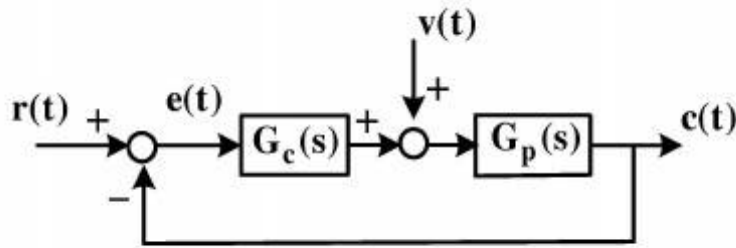


(۴) سیستم مداربسته ناپایدار است و دو قطب سمت راست صفحه دارد. نمودار نایکوئیست:

۴۰- تابع تبدیل حلقه‌باز سیستمی، $G(s) = \frac{s+1}{s^2+s+4}$ است. حاشیه بهره سیستم، چند dB می‌باشد؟

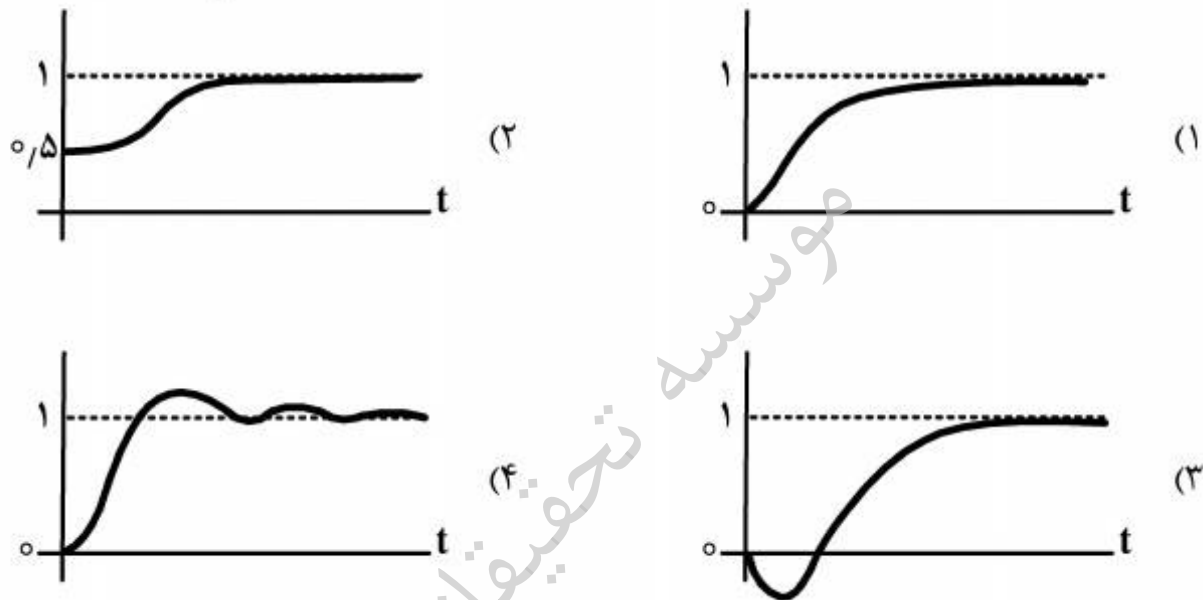
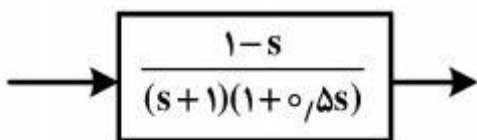
- | | |
|--------|--------------|
| (۱) ۳- | (۲) ۲ |
| (۳) ۳ | (۴) بی‌نهایت |

۴۱- در سیستم شکل زیر، برای آنکه به ازای $r(t) = 0$ و $v(t)$ برابر پله‌ای واحد، خطای حالت ماندگار $e(t)$ مساوی صفر شود، کدام مورد صحیح است؟

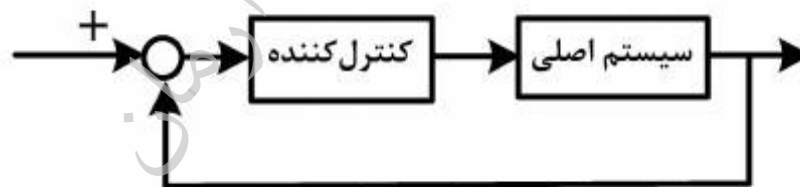


- (۱) $G_c(s)$ باید دارای انتگرال گیرنده باشد.
- (۲) $G_p(s)$ باید دارای انتگرال گیرنده باشد.
- (۳) هر دو تابع تبدیل $G_c(s)$ و $G_p(s)$ باید دارای انتگرال گیرنده باشند.
- (۴) کافی است یکی از دو تابع تبدیل $G_p(s)$ یا $G_c(s)$ دارای انتگرال گیرنده باشد.

۴۲- عکس‌العمل سیستم شکل روبرو، به ورودی پله‌ای واحد، کدام است؟



۴۳- در سیستم مدار بسته زیر، کدام مورد صحیح است؟

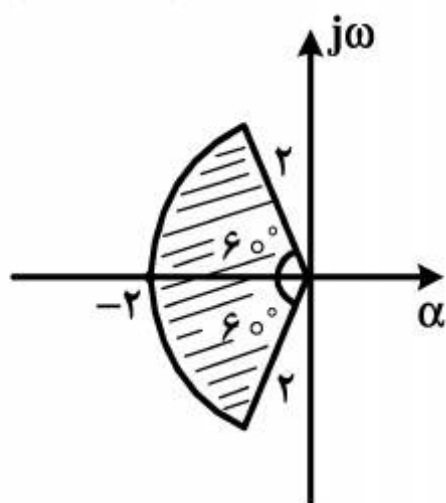


- (۱) سیستم مدار بسته با کنترل کننده تناسبی + انتگرالی، در مقایسه با تناسبی تنها، پایدارتر است.
- (۲) سرعت عکس‌العمل سیستم با کنترل کننده تناسبی، بیشتر از کنترل کننده تناسبی + مشتق گیر است.
- (۳) سیستم مدار بسته با کنترل کننده تناسبی، پایدارتر از همان سیستم با کنترل کننده تناسبی + مشتق گیر است.
- (۴) سیستم مدار بسته با کنترل کننده تناسبی + مشتق گیر، پایدارتر از کنترل کننده تناسبی + انتگرال گیر + مشتق گیر است.

۴۴- تابع تبدیل حلقه باز سیستمی $G(s)H(s) = \frac{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{s^4 + 2s^3 + 5s^2 + 8s + 16}$ است. جهت پایداری سیستم،

- (۱) مقدار بهره باید به گونه‌ای انتخاب شود که نمودار نایکوئیست نقطه $z = -1 + j0$ را
- (۲) دور نزد. (۱) دور نزد. (۲) دوبار در جهت پادساعتگرد دور بزند.
- (۳) یکبار در جهت پادساعتگرد دور بزند. (۳) یکبار در جهت پادساعتگرد دور بزند.
- (۴) دوبار در جهت ساعتگرد دور بزند. (۴) دوبار در جهت ساعتگرد دور بزند.

۴۵- ناحیه هاشورخورده در شکل زیر، کدام محدوده‌ها را برای مشخصات عملکردی یک سیستم مرتبه دوم نشان می‌دهد؟



(۱) $\zeta \geq 0.5$ ، $\omega_n \leq 2$

(۲) $\zeta \geq 0.5$ ، $\omega_n \geq 2$

(۳) $\zeta \leq 0.5$ ، $\omega_n \leq 2$

(۴) $\zeta \leq 0.5$ ، $\omega_n \geq 2$

موسسه تحقیقاتی آرمان