www.isijournal.net

245F

245

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱ از ۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل ـ سال ۱۳۹۴

مجموعه مهندسی برق ـ مخابرات (سیستم) (کد ۲۳۰۳)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (تحلیل سیستم‌ها ـ مخابرات پیشرفته ـ فرآیندهای تصادفی)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه ـ سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

www.isijournal.net

۱- کدام گزینه می‌تواند پاسخ یک سیستم LTI پادعلّی (anticausal) و پایدار به ورودی $x(t) = e^{t}\cos t\, u(-t)$ باشد؟

۱) $e^{t}\cos t\, u(-t+1)$

۲) $e^{-t}\cos(-t)\, u(t-\frac{1}{2})$

۳) $e^{-t+2}u(-t-1)$

۴) $e^{t}u(-t-\frac{3}{4})$

۲- رابطهٔ ورودی و خروجی یک سیستم به صورت $Ay[n]+Bx[Mn+N]+C=0$ می‌باشد. که در آن A،B، C اعداد حقیقی، کراندار و مخالف صفر و M و N اعداد صحیح کراندار هستند. در مورد این سیستم، گزینهٔ درست، کدام است؟

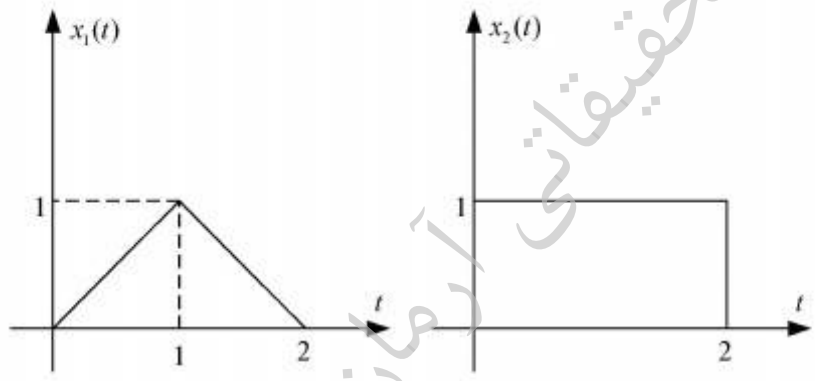
۱) به ازای هر دسته از پارامترها، سیستم تغییرناپذیر با زمان است.

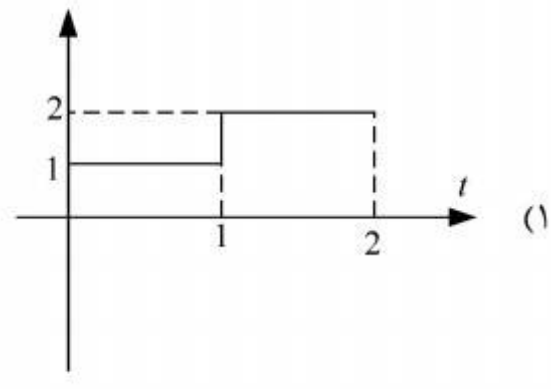
۲) به ازای هر دسته از پارامترها، سیستم سببی است.

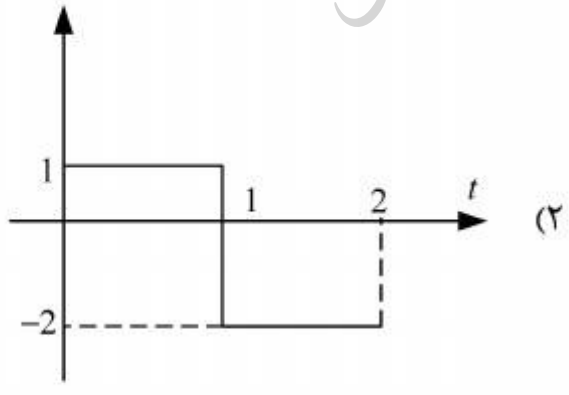
۳) به ازای هر دسته از پارامترها، سیستم پایدار است.

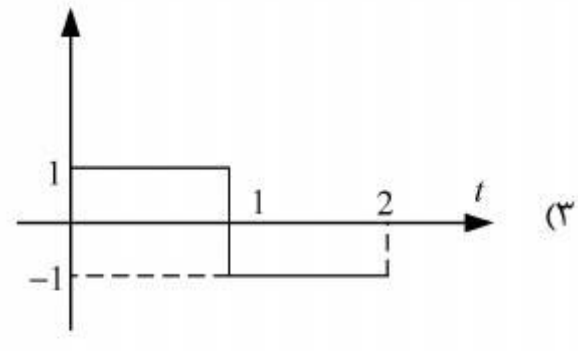
۴) به ازای هر دسته از پارامترها، سیستم خطی است.

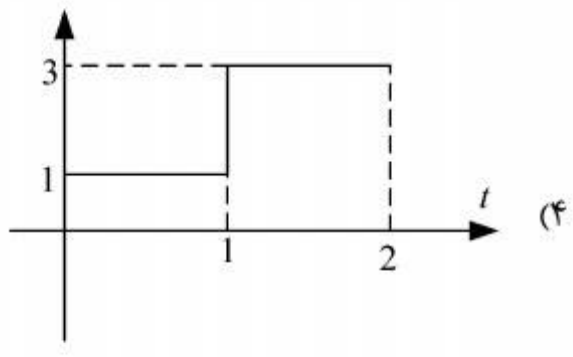
۳- اگر $x_2(t)$ خروجی یک سیستم LTI و علّی به ورودی $x_1(t)$ باشد،پاسخ این سیستم به ورودی $x_3(t)$ در بازهٔ زمانی $0 < t < 2$، کدام خواهد بود؟



۱)


۲)


۳)


۴)


www.isijournal.net

۴- $g[n]$ یک رشتهٔ علّی و $h[n]=(\frac{۱}{۲})^n u[n]$ می‌باشد. اگر $y[n]=g[n]*h[n]$ و بدانیم $y[۰]=۱$ و $y[۱]=\frac{۱}{۲}$ است، مقدار $g[۱]$، کدام است؟

۱) ۰

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۱

۴) $\frac{۳}{۲}$

۵- از سیگنال $x(t)=\cos(۶\pi t)+۲\sin(۱/۵\pi t)$ به صورت یکنواخت و با فاصلهٔ زمانی $T=۰/۸$ نمونه‌برداری می‌شود و سیگنال گسستهٔ $y[n]$ به‌دست می‌آید. اگر ضرایب سری فوریهٔ $y[n]$ را a_k بنامیم، گزینهٔ درست، کدام است؟

۱) $a_۰=۰, a_۱=\frac{۱}{۲}, a_۲=-j$

۲) $a_۰=۰, a_۱=\frac{۱}{۲}, a_۲=+j$

۳) $a_۰=\frac{۱}{۲}, a_۱=۲, a_۲=\frac{j}{۲}$

۴) $a_۰=۰, a_۱=۲, a_۲=-\frac{j}{۲}$

۶- اگر تبدیل فوریهٔ یک سیگنال پیوسته متناوب با دورهٔ تناوب ۲π و ضرایب سری فوریهٔ a_k به صورت زیر باشد:

$$x(j\omega)=۲\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}(\frac{۱}{۲})^{|k|}\delta(\omega-۳k)+۲\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}(\frac{۱}{۳})^{|k|}\delta(\omega-۳k-۱)+۲\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}(\frac{۱}{۴})^{|k|}\delta(\omega-۳k-۲)$$

در این صورت کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) $\sum_{k=۳}^{۵}a_k=\frac{۱۳}{۱۲}$

۲) $\sum_{k=-۱}^{۱}a_k=\frac{۲۰}{۳}$

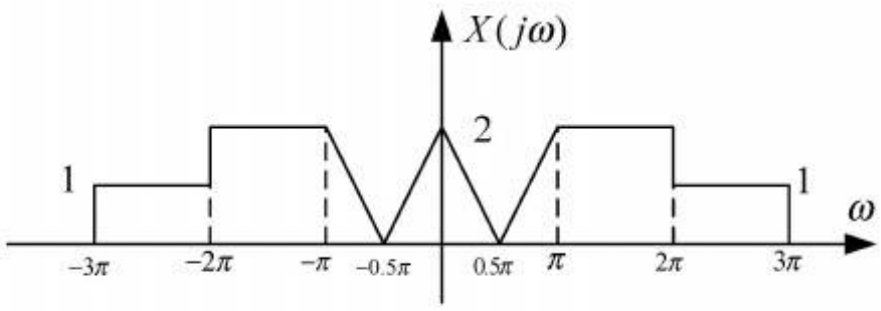
۳) $a_۰=۳$

۴) $a_۲=۴$

www.isijournal.net

۷- سیگنال $x(t)$ با طیف شکل زیر از سیستمی با پاسخ ضربهٔ $h(t)= 2\text{sinc}(2t)$ عبور می‌کند. (می‌دانیم $\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$). مقدار I یعنی خطای بین ورودی و خروجی سیستم، کدام است؟

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t) - y(t)|^2 \, dt = ?$$



۱) ۱
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۶

۸- از کدام تابع، می‌توان برای تعیین پاسخ فرکانس یک سیستم LTI استفاده نمود؟

۱) $\frac{\sin(t)\sin(\frac{t}{3})}{t^2}$
۲) $e^{|t|}u(t)$
۳) $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-2k)$
۴) $\sin t\,(u(t) - u(t-3))$

۹- **اگر در گراف یک سیستم LTI زمان گسسته، به جای هر واحد تأخیر سه واحد تأخیر به کار ببریم، پاسخ فرکانسی سیستم حاصل، چه ارتباطی با پاسخ فرکانسی سیستم اولیه دارد؟**

۱) پاسخ فرکانسی سیستم اولیه در بازهٔ $[0, 2\pi]$ سه بار تکرار می‌شود.
۲) افزایش تأخیرها تأثیری در دامنهٔ پاسخ فرکانسی سیستم ندارد.
۳) رابطهٔ مشخصی با پاسخ فرکانسی سیستم اولیه ندارد.
۴) فاز پاسخ فرکانسی سیستم اولیه سه برابر می‌شود.

۱۰- **از روی تابع تبدیل سیستم $H(s)$، سه تابع تبدیل زیر ساخته شده است. گزینهٔ درست در مورد این سیستم‌ها، کدام است؟**

$$H_1(s) = H(2s)$$

$$H_2(s) = H(\frac{s}{2})$$

$$H_3(s) = H(-s)$$

۱) اگر سیستم $H(s)$ بدون حافظه باشد، هر سه سیستم H_1، H_2 و H_3 نمی‌توانند بدون حافظه باشند.
۲) اگر سیستم $H(s)$ سببی باشد، هر سه سیستم H_1، H_2 و H_3 سببی هستند.
۳) اگر سیستم $H(s)$ پایدار باشد، هر سه سیستم H_1، H_2 و H_3 پایدار هستند.
۴) دو سیستم $H(s)$ و $H_3(s)$ یا هر دو سببی هستند یا هر دو غیر سببی

موسسه تحقیقاتی آرمان

www.isijournal.net

۱۱- تبدیل لاپلاس یک سیستم LTI سببی به صورت $H(s)=\frac{k(s-1)}{s^2+3s+2}$ مفروض است. با فرض $\int_{-\infty}^{\infty} h(t)dt=\frac{-1}{2}$ حاصل عبارت $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dh(t)}{dt}e^{3t}dt$ کدام است؟

۱) ۶-

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۶

۴) ∞

۱۲- در یک سیستم گسستهٔ LTI علّی با پاسخ ضربه $h[n]$، پاسخ پله $s[n]$ به صورت $s[n]=\delta[n]+ah[n-1]$ به‌دست می‌آید که در آن a یک عدد ثابت مثبت است. گزینهٔ درست در این مورد، کدام است؟

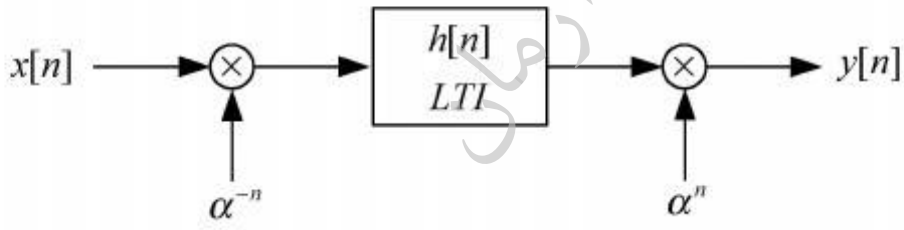
۱) $h[\circ]=\circ\ ,\ h[\infty]=1$

۲) $h[\circ]=1\ ,\ h[\infty]=\circ$

۳) $h[\circ]=\frac{1}{a}\ ,\ h[\infty]=1$

۴) $h[\circ]=\frac{1}{a}\ ,\ h[\infty]=\circ$

۱۳- پاسخ ضربهٔ سیستم نشان داده شده در شکل زیر، کدام است؟



۱) $(\frac{\alpha^n+\alpha^{-n}}{2})h[n]$

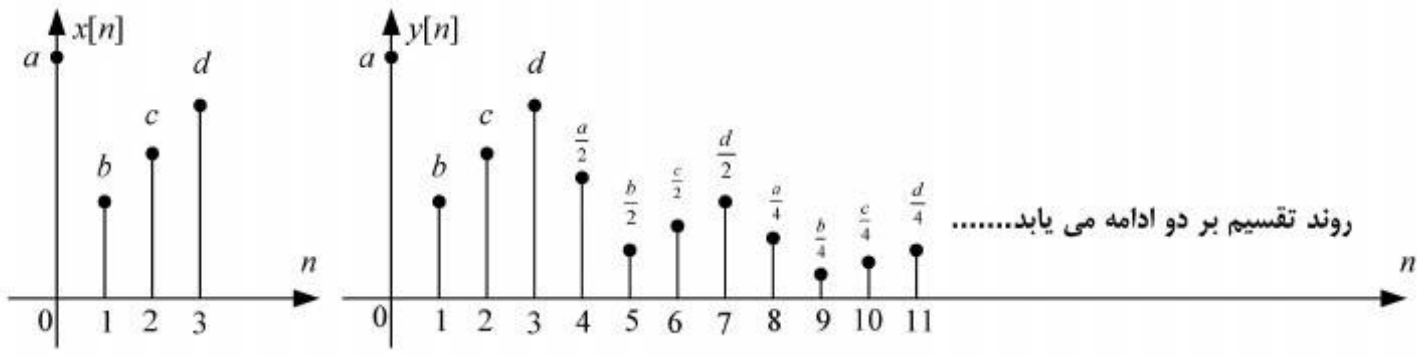
۲) $\alpha^{-n}h[n]$

۳) $\alpha^{n}h[n]$

۴) $h[n]$

www.isijournal.net

۱۴- سیگنال $x[n]$ به شکل زیر است و تبدیل z آن $X(z)$ می‌باشد. سیگنال $y[n]$ به شکل زیر بوده و تبدیل z آن $Y(z)$ می‌باشد. رابطهٔ $X(z)$ و $Y(z)$ ، کدام است؟



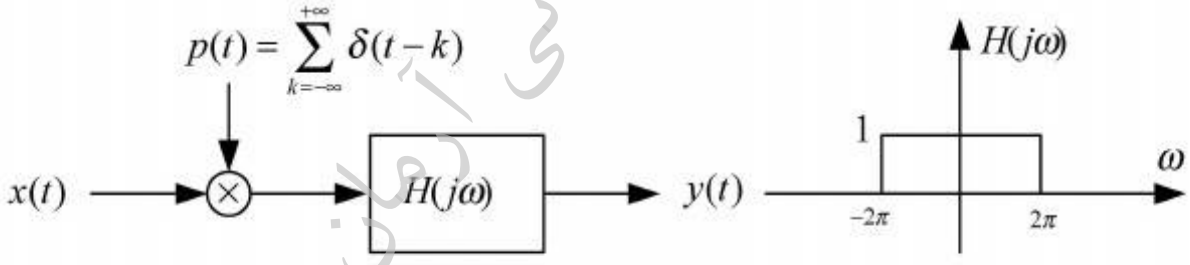
۱) $Y(z) = X(z)\frac{۱}{۱-۲z^{-۱}}$

۲) $Y(z) = X(z)\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۲}z^{-۴}}$

۳) $X(z)$ و $Y(z)$ هیچ‌ربطی به‌هم ندارند.

۴) $Y(z) = X(z)\frac{۱}{۱-(\frac{۱}{۲})z^{-۱}}$

۱۵- سیگنال $x(t) = \cos(\frac{۲\pi t}{۳})$ از سیستم زیر عبور می‌کند. سیگنال $y(t)$ برابر کدام است؟



۱) $y(t) = ۲\cos(\frac{۲\pi t}{۳})$

۲) $y(t) = ۲\cos(\frac{۲\pi t}{۳}) + ۲\cos(\frac{۴\pi t}{۳})$

۳) $y(t) = \cos(\frac{۲\pi t}{۳})$

۴) $y(t) = \cos(\frac{۲\pi t}{۳}) + \cos(\frac{۴\pi t}{۳})$

www.isijournal.net

۱۶- کدام گزینه نادرست است؟

۱) در یک سیستم BPSK که در آن از شکل موج‌های $-g(t), g(t)$ برای ارسال ۱,۰ استفاده می‌شود، در حضور نویز سفید گوسی، سطح آستانهٔ تصمیم‌گیری در گیرندهٔ بهینه برابر صفر است.

۲) در سیستم BFSK متعامد با سیگنال‌های هم انرژی و هم احتمال، حداقل پهنای باند مورد نیاز درگیرندهٔ غیر همدوس دو برابر حداقل پهنای باند مورد نیاز در گیرندهٔ همدوس است.

۳) در انتقال سیگنال حاوی اطلاعات بر روی کانال، اگر بازهٔ سیگنال‌دهی بزرگتر از زمان همدوسی کانال باشد، کانال را محوشدگی سریع گویند.

۴) راندمان توان MQAM در صورت افزایش M، کاهش می‌یابد.

۱۷- فرض کنید در یک سیستم مخابراتی از مدولاسیون متعامد با $M=۴, M=۸$ استفاده می‌شود. در صورتی‌که از کدینگ Gray استفاده شود و احتمال خطای سمبول برای هر دو مقدار M برابر $P_s = ۱۰^{-۴}$ تنظیم گردد، نسبت احتمال خطای بیت برای دو مقدار M، $\frac{P_{b(M=۴)}}{P_{b(M=۸)}}$، کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۷}{۶}$

۴) ۲

۱۸- سیگنال ارسالی فاز پیوستهٔ $s(t)$ را در نظر بگیرید:

$$s(t) = A\cos(۲\pi f_c t + \varphi(t;I) + \theta_۰)$$

$$\varphi(t;I) = ۲\pi h \sum_{k=-\infty}^{+\infty} I_k q(t-kT); q(t) = \begin{cases} \frac{t}{۲T} & ۰ \le t \le T \\ ۰ & \text{در غیر این‌صورت} \end{cases}$$

به ازای کدام‌یک از مقادیر زیر برای h، مدولاسیون فوق شرایط سیگنالینگ متعامد FSK را دارا می‌باشد؟

توجه: f_c فرکانس حامل و T زمان ارسال هر پیام است و $I_k \in \{+۱, -۱\}$ پیام kام از دنباله پیام‌های ارسالی می‌باشد.

۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۴}{۳}$

www.isijournal.net

۱۹- مجموعه سیگنال‌های باینری متعامد BFSK را با فرض T دورهٔ زمانی سمبل ارسالی و E مقدار انرژی مربوط به هر سمبل ارسالی، در نظر بگیرید:

$$s_m(t)=\sqrt{\frac{2E}{T}}\cos(2\pi(f_c+m\Delta f)t+\theta_0) \qquad 0\le t\le T,\ m=1,2,\theta_0=0$$

در صورتی‌که θ_0 بتواند هر یک از مقادیر $\theta_j=\frac{2\pi(j-1)}{4}, j=1,2,3,4$ را بپذیرد، یک مجموعهٔ جدید شامل ۸ سیگنال به‌دست می‌آید. بعد فضای سیگنال‌های مجموعهٔ جدید چه مقدار خواهد بود؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

۲۰- یک سیستم باینری سیگنال‌های $\pm g(t)$ با انرژی E را بر روی کانال محوشدگی با نویز سفید گوسی و با چگالی طیف توان $\frac{N_0}{2}$ ارسال می‌کند. بهرهٔ کانال فیدینگ دارای تابع چگالی احتمال $f(\alpha)=0.2\delta(\alpha)+0.8\delta(\alpha-1)$ است. در سناریوی اول، سیگنال تنها از یک مسیر و در سناریوی دوم از دو مسیر مستقل با مشخصات آماری یکسان به گیرنده می‌رسد. اگر برای هر سناریو از آشکارساز بهینهٔ مربوط در گیرنده استفاده شود، در حالت $\frac{E}{N_0}\to\infty$ میانگین احتمال خطای سناریوی دوم چند برابر سناریوی اول است؟

۱) $\frac{1}{5}$

۲) $\frac{1}{4}$

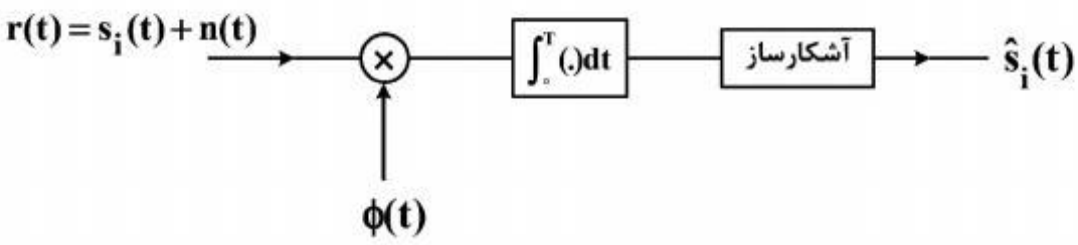
۳) $\frac{4}{5}$

۴) $\frac{1}{2}$

موسسه تحقیقاتی آرمان

www.isijournal.net

۲۱- یک گیرندهٔ همبستگی‌سنج مطابق شکل زیر برای آشکارسازی دو سیگنال هم احتمال $s_2(t)=\sqrt{\frac{E}{2T}}\cos(\omega_0 t+\pi)$, $s_1(t)=\sqrt{\frac{2E}{T}}\cos(\omega_0 t)$ ، $\omega_0=\frac{2\pi}{T}$ به‌کار گرفته شده است. سطح آستانهٔ تصمیم‌گیری بهینه برای یک کانال AWGN با چگالی طیف توان $\frac{N_0}{2}$ و با فرض سیگنال مرجع $\phi(t)=\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(\omega_0 t)$، کدام است؟



۱) ۰

۲) $\frac{1}{4}\sqrt{E}$

۳) $\frac{1}{2}\sqrt{E}$

۴) $\frac{3}{4}\sqrt{E}$

۲۲- یک مدل گسسته ـ زمان برای ارسال باینری روی کانال ISI به صورت زیر است:

$$y_n = I_n + bI_{n-1} + Z_n$$

که در آن $I_n \in \{\pm 1\}$ بیت ارسالی nام است. بیت‌ها هم احتمال و مستقل‌اند. b یک عدد حقیقی ثابت $0 < b < 1$ و Z_n نویزگوسی iid با میانگین صفر و واریانس $\frac{N_0}{2}$ است. اگر از اکوالایزر zero-forcing با تعداد ضرایب نامحدود استفاده کنیم و تصمیم‌گیری بر اساس علامت خروجی اکوالایزر باشد، احتمال خطای بیت $Pr(\hat{I}_n \neq I_n)$ چقدر است؟

۱) $Q\left(\sqrt{\frac{2}{N_0}}\right)$

۲) $Q\left(\sqrt{\frac{2(1-b)}{N_0}}\right)$

۳) $Q\left(\sqrt{\frac{2(1-b^2)}{N_0}}\right)$

۴) $Q\left(\sqrt{\frac{2}{N_0(1-b)}}\right)$

www.isijournal.net

۲۳- یک سیگنالینگ BPSK استاندارد با دو نقطهٔ فضای سیگنال هم احتمال با فاصلهٔ d را در نظر بگیرید. اگر این نقاط فضای سیگنال (سیگنالینگ) بر روی یک کانال با نویز جمع شوندهٔ n_k ارسال شود، به‌طوری که نویز جمع شونده دارای توزیع یکنواخت روی بازهٔ $[-d,d]$ باشد؛ احتمال خطای آشکارساز MAP، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۶}$

۲) $\frac{۱}{۸}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۳}{۸}$

۲۴- در یک سیستم مخابراتی با سمبول‌های x_i، $\begin{cases} x_۰ = ۱, P(x=x_۰)=\frac{۱}{۳} \\ x_۱ = ۲, P(x=x_۱)=\frac{۲}{۳} \end{cases}$ سیگنال دریافتی به‌صورت $y=x+n$ خواهد بود به‌گونه‌ای که واریانس نویز، متناسب با دامنهٔ سیگنال به‌صورت $\sigma_i^۲=\alpha^۲x_i^۲$ و $i=۰,۱$ بوده و نویز از نوع گوسی با متوسط صفر می‌باشد. احتمال خطای آشکارساز بهینه، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}\left[Q(\frac{۱}{۲\alpha})+Q(\frac{۱}{\alpha})\right]$

۲) $\frac{۱}{۲}\left[Q(\frac{۱}{۳\alpha})-Q(\frac{۱}{\alpha})\right]$

۳) $Q(\frac{۱}{۲\alpha})-\frac{۱}{۲}Q(\frac{۱}{\alpha})$

۴) $Q(\frac{۱}{۳\alpha})-\frac{۱}{۳}Q(\frac{۱}{\alpha})$

۲۵- در یک سیستم ارسال BPSK با سمبول‌های هم احتمال $s\in\{+۱,-۱\}$ سیگنال دریافتی برابر $r=s+z$ است که در آن سیگنال z مجموع نویز و تداخل است. اگر نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس $\sigma^۲$ باشد و تداخل مستقل از نویز بوده و مقادیر $۱,۱-,۰$ را با احتمال‌های $\frac{۲}{۳},\frac{۱}{۶},\frac{۱}{۶}$ بپذیرد. احتمال خطای گیرندهٔ بهینهٔ BPSK برای کانال AWGN، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}+\frac{۲}{۳}Q(\frac{۱}{\sigma})+\frac{۱}{۶}Q(\frac{۲}{\sigma})$

۲) $\frac{۵}{۱۲}+\frac{۵}{۲۴}Q(\frac{۱}{\sigma})+\frac{۲}{۳}Q(\frac{۲}{\sigma})$

۳) $\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۶}Q(\frac{۱}{\sigma})+\frac{۲}{۳}Q(\frac{۲}{\sigma})$

۴) $\frac{۵}{۲۴}+\frac{۱}{۶}Q(\frac{۱}{\sigma})+\frac{۵}{۱۲}Q(\frac{۲}{\sigma})$

موسسه تحقیقاتی آرمان

www.isijournal.net

۲۶- گزینهٔ درست کدام است؟

۱) بُعد فضای سیگنال معادل باند پایه، در مدولاسیون MQAM برابر یک است.

۲) گیرندهٔ بهینه در کانال AWGN، همواره میانگین سیگنال به نویز خروجی فیلتر منطبق را بیشینه می‌کند.

۳) احتمال خطای گیرندهٔ ML در کانال AWGN با $\gamma_b = \frac{E_b}{N_\circ}$ ثابت، یکسان و به اندازهٔ کافی بزرگ، برای مدولاسیون MFSK (متعامد) با $M \to \infty$ به یک میل می‌کند.

۴) در یک سیستم مخابراتی Mتایی، سیگنال پیام از طریق (K) کانال AWGN مستقل و همسان ارسال می‌شود. سیگنال lام دارای انرژی E_l و تحت تأثیر بهرهٔ α_l (حقیقی، مثبت و معلوم) قرار می‌گیرد. گیرندهٔ MAP متریک $\sum_{l=1}^{k} \alpha_l \, Re(r_{lm}) - \frac{1}{2}\sum_{l=1}^{k} \alpha_l^2 E_l$ را مقایسه و بیشترین را برمی‌گزیند.

(r_{lm} تصویر سیگنال دریافتی از کانال در راستای سیگنال mام فرستنده است.)

۲۷- **می‌خواهیم یک سیگنال موسیقی با پهنای باند ۱۲/۵kHz را با استفاده از روش مدولاسیون M-PAM، (M می‌تواند فقط به‌صورت 2^k انتخاب گردد) انتقال دهیم. برای این منظور از سیگنال مذکور با دو برابر نرخ نایکویست نمونه‌برداری نموده و هر نمونه را با ۱۰ بیت باینری کد می‌کنیم. در صورتی‌که پهنای باند در دسترس ۱۰۰kHz باشد و برای ارسال از شکل پالس‌های (Raised-Cosine function) با فاکتور roll off، ($\beta = 0/33$) استفاده شود، حداقل M کدام است؟**

۱) ۴

۲) ۸

۳) ۱۶

۴) ۳۲

موسسه تحقیقاتی آرمان

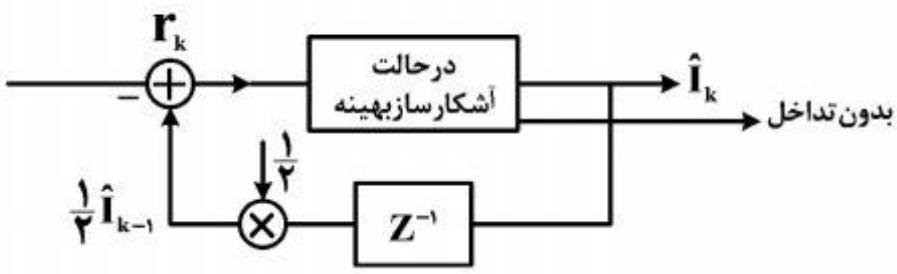
www.isijournal.net

۲۸- فرض کنید سیگنال دریافتی در لحظهٔ kام به صورت زیر می باشد.

$$r_k = I_k + \frac{۱}{۲} I_{k-۱} + n_k$$

n_k: نویز گوسی سفید با واریانس $\sigma^۲$ و متوسط صفر و مستقل از دنباله سمبول‌های $\{I_k\}$ است.

$\{I_k\}$: دنبالهٔ سمبول‌های غیر همبسته با مقادیر $\{۱,-۱\}$ و هم احتمال است. در صورتی‌که $\sigma^۲ << ۱$ باشد، احتمال خطای اکوالایزر با فیدبک تصمیم زیر، کدام است؟



۱) $P_e = \dfrac{۲Q(\frac{۱}{\sigma})}{\frac{۳}{۲} + ۲Q(\frac{۱}{\sigma}) + Q(\frac{۲}{\sigma})}$

۲) $P_e = \dfrac{۲Q(\frac{۱}{\sigma})}{\frac{۳}{۲} + Q(\frac{۱}{\sigma}) - Q(\frac{۲}{\sigma})}$

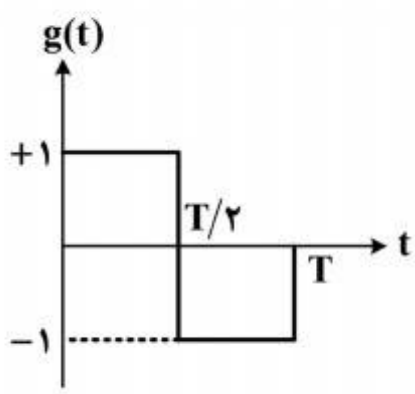
۳) $P_e = \dfrac{۲Q(\frac{۱}{\sigma})}{\frac{۳}{۲} + Q(\frac{۱}{\sigma}) - ۲Q(\frac{۲}{\sigma})}$

۴) $P_e = \dfrac{۲Q(\frac{۱}{\sigma})}{\frac{۳}{۲} + ۲Q(\frac{۱}{\sigma}) - Q(\frac{۲}{\sigma})}$

۲۹- $\{a_n\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی iid است که مقادیر $\{۱,-۱,۰\}$ را با احتمال‌های زیر می‌پذیرد.

$$P(a_n = m) = \begin{cases} \frac{۲}{۳} & m = ۱ \\ \frac{۱}{۶} & m = -۱ \\ \frac{۱}{۶} & m = ۰ \end{cases}$$

این دنباله به صورت $s(t) = \sum a_n g(t - nT)$ ارسال می‌گردد که $g(t)$ مطابق شکل زیر است. فرض کنید می‌خواهیم با کمک پیش کدگذار (Precoder) $b_n = a_n + k a_{n-۱}$ در چگالی طیف توان، صفر ایجاد و دنبالهٔ $\{b_n\}$ را با $g(t)$ ارسال کنیم. برای اینکه چگالی طیف توان $s(t)$ در $f = \frac{۱}{T}$ صفر داشته باشد، ثابت k، کدام است؟



۱) ۲-

۲) ۱-

۳) ۱

۴) ۲

www.isijournal.net

۳۰- ارسال BPSK بر روی یک کانال AWGN را در نظر بگیرید که دو خروجی به صورت زیر دارد:

$$\begin{cases} y_1 = x + n \\ y_2 = x + n^2 \end{cases}$$

اگر نویز n دارای توزیع گوسی با میانگین صفر و واریانس σ^2 باشد، احتمال خطای گیرندهٔ ML، کدام است؟

۱) صفر

۲) $Q(\frac{1}{4\sigma})$

۳) $Q(\frac{1}{2\sigma})$

۴) $Q(\frac{1}{\sigma})$

۳۱- تابع مشخصهٔ مشترک سه متغیر تصادفی X_1 ، X_2 ، X_3 به صورت زیر می‌باشد.

$$\Phi_{\underline{X}}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = e^{j\omega_1 - \omega_1^2 - 4\omega_2^2 - \omega_3^2 - a\omega_2\omega_3}$$

اگر احتمال پیشامد $P\{X_2 - 2X_3 > 0\} = 0$ باشد، در این صورت مقدار a، کدام است؟

۱) -4

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

۳۲- فرض کنید $v(t)$ یک فرآیند نویز گوسی سفید ایستان با تابع خود همبستگی $R_v(\tau) = \delta(\tau)$ و فرآیند $X(t)$ به صورت $\left(X(t) = \int_{t-2}^{t} v(\alpha)d\alpha\right)$ تعریف شده باشد. در این صورت مقدار $E\{X^2(t) \mid X(t-2) = A\}$ ، کدام است؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) $2A + 1$

۴) $A^2 + 1$

۳۳- فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند سیگنال تلگرافی با چگالی نقاط پواسن یکنواخت باشد. در مورد این فرآیند کدام گزینه درست است؟

۱) این فرآیند یک فرآیند مارکوف است.

۲) این فرآیند یک فرآیند با نمو مستقل است.

۳) این فرآیند یک فرآیند مارتینگل است.

۴) این فرآیند ایستان به مفهوم اکید (SSS) نمی‌باشد.

www.isijournal.net

۳۴- فرض کنید $X_1, X_2, \ldots X_n, \ldots$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل و با توزیع نمایی به صورت $f_{X_i}(x) = e^{-x}u(x)$ باشد. دنبالهٔ متغیرهای تصادفی Y_n به صورت $Y_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(-1)^{i-1}X_i \quad , \ n \geq 1$ تعریف شده است، در مورد همگرایی دنبالهٔ Y_n، کدام گزینه درست است؟

۱) همگرا در توزیع است ولی همگرا در احتمال نمی‌باشد.

۲) به هیچ مفهومی همگرا نمی‌باشد.

۳) همگرا در توزیع نمی‌باشد.

۴) همگرا در احتمال است.

۳۵- فرض کنید تعداد مشتریان یک رستوران در روز با متغیر تصادفی N نمایش داده شود که دارای توزیع پواسون با متغیر λ است. همچنین فرض کنیم هر مشتری با احتمال p و مستقل از بقیه یک نوشیدنی بخرد، اگر X تعداد نوشیدنی‌های خریداری شده در روز باشد. $E\{X\}$ برابر کدام است؟

۱) $p^2\lambda$

۲) $p\lambda$

۳) $p\lambda^p$

۴) $p(1-p)\lambda$

۳۶- کدام گزینه، نادرست است؟

۱) اگر $X(t)$ یک فرآیند WSS باشد، فرآیند $Y(t) = X^3(t)$ الزاماً WSS است.

۲) اگر یک فرآیند SSS به ورودی یک سیستم بی‌حافظه اعمال شود، خروجی آن الزاماً SSS است.

۳) اگر $X(t)$ یک فرآیند WSS باشد، مشتق آن الزاماً یک فرآیند WSS است.

۴) اگر یک فرآیند SSS باشد، الزاماً WSS نیز هست.

۳۷- $X(t)$ یک فرآیند پواسن با چگالی نقاط پواسن یکنواخت $\lambda = 1$ و فرآیند $Y(t) = e^{j\frac{\pi}{2}x(t)}$ است. در این صورت اگر $m_y(t) = E\{Y(t)\}$ باشد، مقدار $\ln(m_y(t))$، کدام است؟ ($j = \sqrt{-1}$)

۱) $j\ln(\lambda t)$

۲) $\ln(\lambda t)$

۳) $\lambda t(j-1)$

۴) $(1+j)\ln(\lambda t)$

۳۸- فرایندهای $X(t)$ و $Y(t)$ دارای میانگین‌های ثابت و توابع اتوکواریانس، به ترتیب، $C_X(t_1, t_2) = \min(|t_1|, |t_2|)$ و $C_Y(t_1, t_2) = e^{-|t_1 - t_2|}$ می‌باشند. از لحاظ برخورداری از خاصیت ارگادیک بودن به مفهوم متوسط (Mean Erogdicity)، کدام گزینه درست است؟

۱) $X(t)$ ارگادیک است ولی $Y(t)$ نیست.

۲) $Y(t)$ ارگادیک است ولی $X(t)$ نیست.

۳) هر دو ارگادیک هستند.

۴) هیچ‌کدام ارگادیک نیستند.

www.isijournal.net

۳۹- $X(t)$ فرایند تصادفی گوسی ایستان با میانگین $m_x = ۱$ و تابع خود همبستگی $R_x(\tau) = ۱ + ۲\Lambda(\frac{\tau}{۲})$ می‌باشد، که در آن $\Lambda(u) = \begin{cases} ۱ - |u| & |u| \le ۱ \\ ۰ & |u| > ۱ \end{cases}$ می‌باشد. تابع چگالی مشترک $X(t)$ و $X(t+۱)$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{۱}{\sqrt{۱۲\pi^۲}} \exp\{-\frac{۱}{۳}[(x_۱ - ۱)^۲ - (x_۱ - ۱)(x_۲ - ۱) + (x_۲ - ۱)^۲]\}$

۲) $\frac{۳}{\sqrt{۲۰\pi^۲}} \exp[-\frac{۳}{۱۰}[(x_۱^۲ - \frac{۴}{۳}x_۱x_۲ + x_۲^۲)]$

۳) $\frac{۱}{۴\pi} \exp[-\frac{(x_۱ - ۱)^۲ + (x_۲ - ۱)^۲}{۴}]$

۴) $\frac{۱}{۶\pi} \exp[-\frac{x_۱^۲ + x_۲^۲}{۶}]$

۴۰- در تعریف $X(t) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p(t - kT)$، T ثابت معلوم و $p(t)$ شکل موج مشخص می‌باشد و $\{a_k\}$ دنبالهٔ متغیرهای ایستان مشترکاً گوسی است. کدام گزینه توصیف دقیق‌تر فرایند $X(t)$ است؟

۱) ایستان به مفهوم وسیع (WSS)

۲) ایستان گردشی به مفهوم وسیع (CWS)

۳) گوسی و ایستان به مفهوم اکید (SSS)

۴) گوسی و ایستان گردشی به مفهوم وسیع (WSCS)

۴۱- فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند با طیف توان $S_x(\omega) = \frac{۲}{۱ + \omega^۲}$ باشد. این فرآیند از یک فیلتر خطی تغییر ناپذیر با زمان با پاسخ ضربهٔ $h(t) = \text{sinc}(t)$ عبور می‌کند و خروجی آن را با فرآیند $y(t)$ نمایش می‌دهیم. پاسخ ضربهٔ فیلتر سفید کنندهٔ فرآیند $y(t)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{\sqrt{۲}}\delta(t) + \frac{۱}{\sqrt{۲}}\delta'(t)$

۲) $\sqrt{۲}e^{-t}u(t)$

۳) $۲\delta(t) + ۲\delta'(t)$

۴) هیچ‌کدام

www.isijournal.net

۴۲- فرایند تصادفی گسستهٔ $X[n]$ با چگالی طیفی توان $S_x(\omega)=\frac{۱/۲۵+\cos\omega}{۱/۱۶-۰/۸\cos۲\omega}$ می‌باشد. تابع تبدیل فیلتر سفید کننده برای فرآیند فوق، کدام است؟

۱) $\frac{(۱+۰/۵z^{-۱})}{(۱+۰/۲z^{-۱})(۱-۰/۲z^{-۱})}$

۲) $\frac{(۱+۰/۲z^{-۱})(۱-۰/۲z^{-۱})}{(۱+۰/۵z^{-۱})}$

۳) $\frac{(۱+۰/۲z^{-۱})(۱-۰/۲z^{-۱})}{(۱-۰/۵z^{-۱})}$

۴) $\frac{(۱-۰/۵z^{-۱})}{(۱+۰/۲z^{-۱})(۱-۰/۲z^{-۱})}$

۴۳- فرض کنید $X(t)$ یک فرایند سیگنال تلگرافی با چگالی نقاط پواسن یکنواخت $\lambda=۱$ باشد. اگر بخواهیم $X(t)$ را براساس $X(t-۰/۵)$ به صورت خطی با حداقل میانگین مربع خطا تخمین بزنیم، تخمین‌گر بهنیه، کدام است؟

۱) $\hat{X}(t-۰/۵)=e^{-۲}X(t)$

۲) $\hat{X}(t-۰/۵)=e^{-۰/۵}X(t)$

۳) $\hat{X}(t-۰/۵)=e^{-۱}X(t)$

۴) $\hat{X}(t-۰/۵)=۰/۵X(t)$

۴۴- فرض کنید $n(t)$ نویزگوسی با میانگین صفر و $R_n(\tau)=\delta(\tau)$ باشد. اگر ضرایب بسط KL فرآیند $n(t)$ در بازهٔ $[۰,T]$ با c_i نشان داده شود، کدام گزینه درست است؟

۱) c_iها دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی نرمال و هم توزیع هستند ولی مستقل نیستند.

۲) c_iها یک دنباله از متغیرهای تصادفی نرمال، هم توزیع و مستقل هستند.

۳) c_iها نرمال با میانگین صفر و واریانس T هستند.

۴) فرآیند فوق بسط KL ندارد.

۴۵- فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند ساکن به مفهوم وسیع (WSS) با تابع خود همبستگی $R_x(\tau)=\Lambda(\tau)$ ($\Lambda(\tau)=\begin{cases}۱-|\tau| & |\tau|\le۱\\ ۰ & \text{سایر}\end{cases}$) باشد. اگر از این فرآیند با فواصل زمانی $T_s=\frac{۱}{۲}$ نمونه‌برداری شود و فرآیند گسسته $y[n]$ به صورت $y[n]=X(nT_s)$ تعریف شود، در مورد فرآیند $y[n]$ کدام گزینه درست است؟

۱) $y[n]$ یک فرآیند ARMA می‌باشد.

۲) $y[n]$ یک فرآیند AR می‌باشد.

۳) $y[n]$ یک فرآیند MA می‌باشد.

۴) گزینه ۱ و ۲ صحیح می‌باشد.