

179F

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه

۹۲/۱۲/۱۶

دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

**آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۳**

**مهندسی هوا- فضا (۴)
مکانیک پرواز و کنترل زمینه ماهواره (کد ۲۳۳۴)**

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - دینامیک پرواز پیشرفته، کنترل بهینه)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- دو جمله‌ی اول غیر صفر بسط مک لورن $f(z) = \sin(\sin z)$ در صفحه‌ی مختلط عبارتست از:

$$z - \frac{z^3}{3} \quad (۱) \quad z + \frac{z^3}{3} \quad (۲)$$

$$z - \frac{z^3}{3!} \quad (۳) \quad z + \frac{z^3}{3!} \quad (۴)$$

۲- با استفاده از روش جداسازی متغیرها $u(x,t) = X(x)T(t)$ در مسأله داده شده، برای $T(t)$ چه جوابی به دست می‌آید؟

$$u_{tt} - u_{xx} - u = 0 \quad 0 < x < 1, t > 0$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0$$

$$u(x,0) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\sin(t\sqrt{k^2\pi^2 - 1}) \quad (۲) \quad \sin(t\sqrt{k\pi - 1}) \quad (۱)$$

$$\sin(t(k^2\pi^2 - 1)) \quad (۴) \quad \sin(t(k\pi - 1)) \quad (۳)$$

۳- حاصل انتگرال $\oint_C \frac{dz}{\cosh z}$ که در آن C مربعی در جهت مثلثاتی به رئوس

$(\pm\pi, 0)$ و $(\pm\pi, \pi)$ می‌باشد، کدام است؟

$$-2\pi i \quad (۱) \quad -2\pi \quad (۲)$$

$$2\pi i \quad (۳) \quad 2\pi \quad (۴)$$

۴- در مسأله جریان سیال مشخصی، لاپلاسین پتانسیل سرعت به صورت

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0$$

می‌باشد. با استفاده از روش جداسازی متغیرها،

$$\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n r^n + \frac{B_n}{r^n})(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta)$$

پتانسیل سرعت به شکل

حاصل می‌شود. اگر به ازای تمام مقادیر θ ، شرایط: $r = a$ ، $\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$ ، و $r = b$ و

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = U \cos \theta \quad (a > b)$$

برقرار باشند آنگاه جواب مسأله عبارتست

از:

$$\varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r - \frac{a^2}{r}\right) \cos \theta \quad (۲) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r - \frac{a^2}{r}\right) \sin \theta \quad (۱)$$

$$\varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \sin \theta \quad (۴) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \cos \theta \quad (۳)$$

۵- تبدیل فوریه تابع $f(x) = e^{-|x|}$ به طوری که

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-i\omega x} f(x) dx$$

کدام است؟

$$\frac{2}{1+\omega^2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{1+\omega^2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{-1}{1+\omega^2}, & \omega < 0 \\ \frac{1}{1+\omega^2}, & \omega > 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\frac{|\omega|}{1+\omega^2} \quad (3)$$

۶- می‌دانیم تابع $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ در نقطه $z_0 = 1 - i$ تحلیلی است

و $f'(z_0) = 1 + i$ در این صورت مقدار $u_r v_\theta + u_\theta v_r$ در نقطه مذکور کدام

است؟

$$-4i \quad (2)$$

$$-2\sqrt{2}i \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

۷- تصویر ناحیه $x > C_1$ و $y > C_2$ از صفحه z به صفحه $w = u + iv$ تحت

تبدیل (نگاشت) $w = \frac{1}{z}$ در کدام یک از حالات زیر کراندار نیست؟

$$C_2 > 0, C_1 < 0 \quad (2)$$

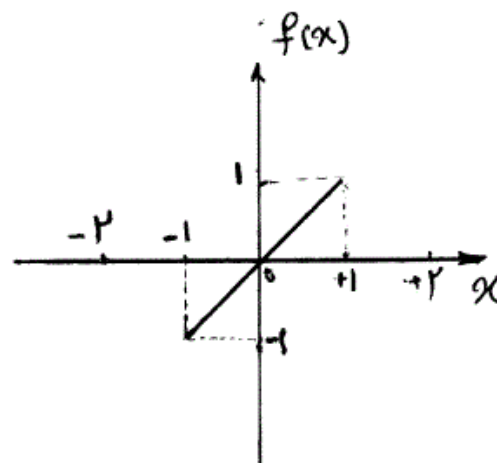
$$C_2 < 0, C_1 < 0 \quad (1)$$

$$C_2 > 0, C_1 > 0 \quad (4)$$

$$C_2 < 0, C_1 > 0 \quad (3)$$

۸- تابع $f(x)$ به شکل زیر مفروض است. اگر $g(x) = \int f(x) dx$ و

$g(0) = -\frac{1}{3}$ ، در این صورت ضریب a_0 در سری فوریه تابع $g(x)$ کدام است؟



$$-\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{12} \quad (2)$$

$$0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

۹- تابع مختلط $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ در حوزه D که شامل مبدأ نیست
تحلیلی می‌باشد به قسمی که تابع حقیقی v فقط به θ بستگی دارد (یعنی v به
 r بستگی ندارد). در این صورت مقدار کلی تابع u کدام است؟

$$C \ln r \quad (۱)$$

$$C_1 \ln r + C_2 \quad (۲)$$

$$10- \begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = \sin^3(\pi x), 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, \forall t > 0 \end{cases}$$

با تغییر متغیر تابع $u(x, t) - v(x) = w$ تبدیل می‌شود به مسأله مقدار اولیه
مرزی (۲)

$$\begin{cases} w_{tt} - w_{xx} = 0, 0 < x < 1, t > 0 \\ w(x, 0) = g(x), w_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ w(0, t) = w(1, t) = 0 \end{cases}$$

که در آن $v(x)$ تابعی است که در معادله دیفرانسیل (۱) و شرایط مرزی آن
صدق می‌کند. مقدار $g(x)$ کدام است؟

$$\frac{-3}{4\pi^2} \sin(\pi x) + \frac{1}{36\pi^2} \sin(3\pi x) \quad (۱)$$

$$\frac{3}{4\pi^2} \sin(\pi x) - \frac{1}{36\pi^2} \sin(3\pi x) \quad (۲)$$

$$\frac{-3}{4} \sin(\pi x) + \frac{1}{36} \sin(3\pi x) \quad (۳)$$

$$\frac{3}{4} \sin(\pi x) - \frac{1}{36} \sin(3\pi x) \quad (۴)$$

۱۱- معادله انتگرالی زیر داده شده است:

$$\int_0^{\infty} [A(\lambda) \cos(\lambda x) + B(\lambda) \sin(\lambda x)] d\lambda = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & x = 0 \\ \pi e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$$

مقادیر $A(\lambda)$ و $B(\lambda)$ به ترتیب کدام هستند؟

$$\lambda e^{-\lambda}, e^{-\lambda} \quad (۲)$$

$$e^{-\lambda}, \lambda e^{-\lambda} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{1+\lambda^2}, \frac{\lambda}{\lambda^2+1} \quad (۴)$$

$$\frac{\lambda}{\lambda^2+1}, \frac{1}{1+\lambda^2} \quad (۳)$$

$$-12 \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y(u)du}{(x-u)^2 + a^2} = \frac{1}{x^2 + b^2}, \quad 0 < a < b \quad \text{در معادله‌ی انتگرالی}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha x}{m^2 + \alpha^2} d\alpha = \frac{\pi}{2m} e^{-mx} \quad \text{پاسخ } y(x) \text{ کدام است؟ (راهنمایی:)}$$

$$y(x) = \frac{(b-a)\alpha}{b\pi[x^2 + (b-a)^2]} \quad (2) \quad y(x) = \frac{(b+a)\alpha}{b\pi[x^2 + (b+a)^2]} \quad (1)$$

$$y(x) = \frac{(a+b)\alpha}{b\pi[x^2 + (a-b)^2]} \quad (4) \quad y(x) = \frac{(a-b)\alpha}{b\pi[x^2 + (a-b)^2]} \quad (3)$$

$$-13 \quad \text{سری فوریه تابع } f(x) = \ln\left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right), \quad -\pi < x < \pi \quad \text{کدام است؟}$$

$$-\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} \cos nx \quad (2) \quad -\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos nx \quad (1)$$

$$-\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1} \cos nx \quad (4) \quad -\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx \quad (3)$$

$$-14 \quad \text{اگر } \mathcal{L}\left\{\frac{2}{t}(1 - \cosh(at))\right\} = \text{Ln}\left(1 - \frac{a^2}{s^2}\right) \quad \text{آنگاه}$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{2}{t}(1 - \cos(\omega t))\right\} \quad \text{کدام است؟}$$

$$\text{Ln}\left(\frac{\omega^2}{s^2} - 1\right) \quad (2)$$

$$\text{Ln}\left(1 - \frac{\omega^2}{s^2}\right) \quad (1)$$

$$\text{Ln}(1 + \omega^2 s^2) \quad (4)$$

$$\text{Ln}\left(1 + \frac{\omega^2}{s^2}\right) \quad (3)$$

-15 برای جواب مساله‌ی

$$u_{xx} = u_t, \quad 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0$$

$$u(x, 0) = \sin x + \sin 3x, \quad 0 < x < \pi$$

مقدار $u\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ کدام است؟

$$e + e^{-3} \quad (2)$$

$$e - e^{-3} \quad (1)$$

$$\frac{e^{10} - 1}{e^9} \quad (4)$$

$$\frac{e^{10} + 1}{e^9} \quad (3)$$

-16 کدام مورد جزو دلایل استفاده از سیستم‌های کنترل پرواز نیست؟

(1) کاهش مصرف سوخت

(2) کنترل نوسانات سازه‌ای

(3) کاهش حساسیت وسیله پرنده به باد

(4) افزایش پایداری ذاتی وسیله پرنده

۱۷- کدام گزینه در مورد ارتباط مشتقات پایداری و پایداری حرکت هواپیما صحیح نمی‌باشد؟

- (۱) مثبت بودن مشتق X_{II} می‌تواند باعث ناپایداری نوسانی مود فوگوئید شود.
- (۲) مثبت بودن مشتق L_{β} باعث ناپایداری مود چرخشی هواپیما می‌شود.
- (۳) مثبت بودن مشتق M_{II} باعث ناپایداری مود تاک هواپیما می‌شود.
- (۴) مثبت بودن مشتق M_{α} می‌تواند باعث ناپایداری حرکت پریودیک کوتاه هواپیما شود.

۱۸- ماهیت کدام یک از سیستم‌های کنترلی زیر با بقیه تفاوت دارد؟

- (۱) Yaw Damper
- (۲) Wing Leveler
- (۳) Tuck Control Device
- (۴) Turn Coordination System

۱۹- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نسبت میرایی مود داچ رول با افزایش مقدار yaw damping derivative زیاد می‌شود.
- (۲) سرعت پاسخ مود رول یک هواپیما با افزایش مقدار roll damping derivative کم می‌شود.
- (۳) فرکانس طبیعی مود داچ رول با جلو رفتن مرکز ثقل زیاد می‌شود.
- (۴) نسبت میرایی مود پریود کوتاه با افزایش مقدار pitch damping derivative زیاد می‌شود.

۲۰- معادلات حرکت پریود کوتاه (short period) هواپیما به شکل زیر داده شده است.

اگر قانون کنترلی به صورت $\delta_e = \tau q + w$ در نظر گرفته شود، کدام گزینه صحیح است؟ (w سرعت قائم، q سرعت زاویه‌ای پیچ و δ_e زاویه بالابر است.)

$$\begin{cases} \dot{w} = w + \delta \circ q \\ \dot{q} = -\circ / \tau w - \circ / \epsilon q - \tau \delta_e \end{cases}$$

(۱) هواپیما در حال تعادل نیست.

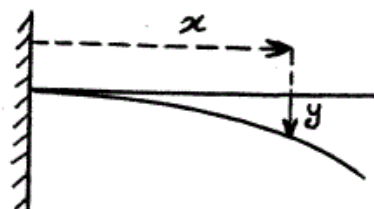
(۲) مرکز جرم هواپیما عقب‌تر از مرکز خنثی قرار دارد.

(۳) حرکت طبیعی هواپیما پایدار است.

(۴) سیستم کنترل مدار بسته پایدار است.

۲۱- برای تحلیل حرکت قائم بال الاستیک یک هواپیما می‌توان از مدل تیر یک سر گیردار

استفاده کرد که مطابق شکل در هر نقطه دارای جابجایی y می‌باشد. مدل مزبور چند درجه آزادی دارد؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) بی‌نهایت

۲۲- اگر بخواهیم مشکل ناپایداری ناشی از نرخ رول یک هواپیما را در مرحله طراحی حل کنیم، کدام گزینه را پیشنهاد نمی‌کنید؟
 (۱) بزرگ کردن اندازه ایلرون یا مقدار انحراف زاویه‌ای آن
 (۲) بزرگ کردن سطح دم افقی یا دم عمودی
 (۳) تغییر چیدمان اجزای داخلی هواپیما
 (۴) استفاده از SAS

۲۳- معادلات حرکت انتقالی مرکز جرم یک جسم پرنده، که از قانون دوم نیوتن بدست می‌آید، در کدام گزینه صحیح نوشته شده است؟ متغیرهای نوشته شده در روابط در جدول زیر معرفی شده‌اند:

U, V, W	مؤلفه‌های بردار سرعت
P, Q, R	مؤلفه‌های بردار چرخش
F _x , F _y , F _z	مؤلفه‌های بردار نیرو

$$\begin{aligned} m(\dot{U} - QW + RV) &= F_x \\ m(\dot{V} + RW - PU) &= F_y \quad (۱) \\ m(\dot{W} + PV - QU) &= F_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(\dot{U} - RV + QW) &= F_x \\ m(\dot{V} + RU - PW) &= F_y \quad (۲) \\ m(\dot{W} - QU + PV) &= F_z \end{aligned}$$

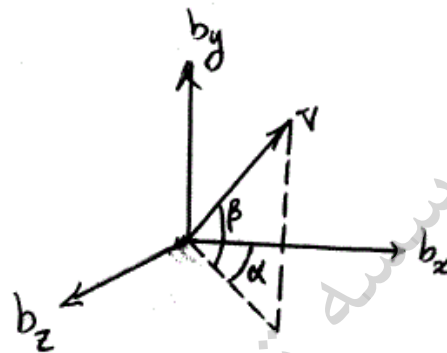
$$\begin{aligned} m(\dot{U} + QW - RV) &= F_x \\ m(\dot{V} + RW - PU) &= F_y \quad (۳) \\ m(\dot{W} + PU - QV) &= F_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(\dot{U} - RW + QV) &= F_x \\ m(\dot{V} + RU - PW) &= F_y \quad (۴) \\ m(\dot{W} - PU + QV) &= F_z \end{aligned}$$

۲۴- در مورد مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای در دستگاه بدنی هواپیما (p, q, r) و نرخ زوایای اویلر (φ, θ, ψ) کدام گزینه صحیح است؟
 (۱) انتگرال φ، θ و ψ منجر به سینگولاریتی (تکینگی) می‌شود.
 (۲) انتگرال r و q و p منجر به سینگولاریتی (تکینگی) می‌شود.
 (۳) انتگرال r و q و p منجر به زوایایی می‌شود که توجیه فیزیکی ندارند ولی برای نرخ زوایای اویلر این گونه نیست.
 (۴) انتگرال φ، θ و ψ منجر به زوایایی می‌شود که توجیه فیزیکی ندارند ولی برای r و q و p این گونه نیست.

- ۲۵- کدام گزینه در یک هواپیما که توسط خلبان کنترل می‌شود، درست است؟
- (۱) فرکانس قطع بهره سرو مکانیزم باید از پهناي باند خلبان بیشتر باشد.
 - (۲) فرکانس قطع بهره سرو مکانیزم باید از پهناي باند خلبان کمتر باشد.
 - (۳) فرکانس قطع بهره دینامیک ذاتی هواپیما باید به مراتب از پهناي باند خلبان کمتر باشد.
 - (۴) فرکانس قطع بهره دینامیک ذاتی هواپیما باید به مراتب از پهناي باند خلبان بیشتر باشد.

- ۲۶- در شکل زیر بردار سرعت و زوایای حمله و لغزش جانبی و محورهای دستگاه بدنی هواپیما نشان داده شده است. مؤلفه جانبی سرعت هواپیما چیست؟



- (۱) $V \cos \beta \sin \alpha$
- (۲) $V \cos \beta$
- (۳) $V \sin \beta$
- (۴) $V \cos \beta \cos \alpha$

- ۲۷- مفهوم **Inertia Coupling** در کدام یک از هواپیماهای زیر در هنگام انجام مانور بیشتر قابل مشاهده خواهد بود؟
- (۱) هواپیمایی با نسبت منظری بال (AR) متوسط و بدنه کوتاه و نازک که بیشتر جرم آن در بال متمرکز شده است.
 - (۲) هواپیمایی با نسبت منظری بال (AR) پایین و بدنه کشیده و نازک که بیشتر جرم آن در بدنه متمرکز شده است.
 - (۳) هواپیمایی با نسبت منظری بال (AR) بالا و بدنه کوتاه و پهن که بیشتر جرم آن در بالها متمرکز شده است.
 - (۴) هواپیمایی با نسبت منظری بال (AR) بالا و بدنه کوتاه و پهن با توزیع جرم یکنواخت

۲۸- معادلات حرکت طولی هواپیما به شکل زیر داده شده است. اگر معادلات را به فرم معادلات حالت $(\dot{X} = AX + Bu)$ بنویسیم، ماتریس ضرایب A در کدام گزینه صحیح نوشته شده است؟

$$\begin{cases} \dot{u} = -0.1u + 0.2w + 2\delta_{th} \\ \dot{w} = -0.07u + 0.1w + 5\delta_e + \delta_e \\ \dot{q} = 0.02u - 0.03w - 0.1\dot{w} - 0.6q - 2\delta_e \\ \dot{\theta} = q \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.2 & 0 & 0 \\ -0.07 & 0.1 & 5 & 0 \\ 0.02 & -0.03 & -0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.2 & 0 & 0 \\ -0.07 & 0.1 & 5 & 0 \\ 0.02 & -0.03 & 0.1 & -0.6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.2 & 0 & 0 \\ -0.07 & 0.1 & 5 & 0 \\ 0.02 & -0.03 & -0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.2 & 0 & 0 \\ -0.07 & 0.1 & 5 & 0 \\ 0.02 & -0.03 & -5.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

۲۹- صفرهای تابع تبدیل یک موشک الاستیک شامل:

- (۱) صفرهای مدل جسم صلب می باشد.
- (۲) صفرهایی منطبق بر قطبهای خمشی بدنه می باشد.
- (۳) صفرهایی منطبق بر قطبهای الاستیک می باشند.
- (۴) صفرهایی نزدیک به صفرهای مدل جسم صلب می باشد.

۳۰- اگر برای یک هواپیمای مسافربری سنگین، مشتقات حرکت پریود کوتاه به صورت زیر داده شده باشند، ثابت زمانی هواپیما (Aircraft Time Constant) چند ثانیه خواهد بود؟

$$M_w = -0.0025, M_{\dot{w}} = 0, Z_w = -0.25,$$

$$Z_{\delta E} = 0, M_{\delta E} = -1$$

$$0.25 \quad (2)$$

$$0.01 \quad (1)$$

$$100 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

۳۱- برای سیستم زیر کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u \end{cases}$$

(۱) کلاً کنترل پذیر است.

(۲) کلاً کنترل پذیر نیست.

(۳) فقط متغیر حالت اول (x_1) کنترل پذیر نیست.

(۴) فقط متغیر حالت دوم (x_2) کنترل پذیر نیست.

۳۲- کدام یک از تابعی‌های زیر حداقل مصرف سوخت ماهواره در کوتاه‌ترین زمان است؟

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \left(1 + \frac{1}{2}u\right)^2 dt \quad (2)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (1 - u^2) dt \quad (1)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \left(1 + \frac{1}{2}u^2\right) dt \quad (4)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + |u|) dt \quad (3)$$

۳۳- در صورتی که بخواهیم استراتژی کنترل بهینه را برای قراردادن یک ماهواره در یک موقعیت مشخص (به لحاظ بردار سرعت و موقعیت) بدست آوریم، معیار عملکرد در چه طبقه‌بندی قرار خواهد گرفت؟

(۱) کنترل پایانی (Terminal Control)

(۲) ردیابی (Tracking)

(۳) حداقل تلاش کنترلی

(۴) رگولاتور

۳۴- معادله جبری ریکاتی سیستم $\dot{x} = -0.5x + u$ برای بهینه کردن تابع هزینه

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^2 + u^2) dt$$

کدام است؟

$$k^2 + k - 1 = 0 \quad (2)$$

$$k^2 - k - 1 = 0 \quad (1)$$

$$k^2 - k + 2 = 0 \quad (4)$$

$$k^2 + k + 2 = 0 \quad (3)$$

-۳۵ در مسئله LQR زیر:

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [x^T Q x + u^T R u] dt$$

تحت چه شرایطی ماتریس $k(t)$ (جواب معادله ریکاتی) به یک ماتریس ثابت میل می کند؟

(۱) همیشه میل می کند و نیاز به شرطی نیست.

(۲) Q و R و B و A ماتریس های ثابتی باشند.

(۳) $t_f \rightarrow \infty$ و سیستم کاملاً کنترل پذیر باشد.

(۴) هر دو مورد ۲ و ۳ برقرار باشد.

-۳۶ برای مسئله کنترل بهینه زیر:

$$\dot{x} = a(x, u, t)$$

$$H = \text{تابع همیلتونین}$$

$$J = h(x(t_f), t_f) + \int g(x, u, t) dt$$

با فرض نامقید بودن x و u برای اینکه u بهینه باشد بایستی:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} > 0 \text{ و } \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (۲) \quad \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} < 0 \text{ و } \frac{\partial H}{\partial u} \neq 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} < 0 \text{ و } \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (۴) \quad \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} > 0 \text{ و } \frac{\partial H}{\partial u} \neq 0 \quad (۳)$$

-۳۷ در مسئله LQR: $J = \int (x^T Q x + u^T R u) dt$ شرایط ماتریس های R و

Q چگونه است؟

(۱) R مثبت نیمه معین و Q مثبت معین است.

(۲) R مثبت معین و Q مثبت نیمه معین است.

(۳) R و Q هر دو مثبت معین هستند.

(۴) R و Q هر دو مثبت نیمه معین هستند.

-۳۸ کدام یک صحیح است؟

(۱) روش برنامه ریزی پویا بهینه مطلق را مشخص می کند.

(۲) روش برنامه ریزی پویا بهینه محلی را مشخص می کند.

(۳) روش برنامه ریزی پویا گاهی بهینه محلی و گاهی بهینه مطلق را مشخص می کند.

(۴) هیچ کدام

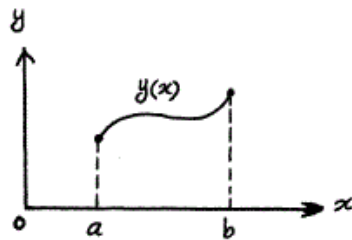
-۳۹ تابع $x(t)$ را چنان پیدا کنید که $J = \int_1^{t_f} (\frac{4}{81} t + x^2 t^3) dt$ را با شرایط

$$x(1) = 0 \text{ و } x(t_f) = 3 \text{ حداقل نماید؟}$$

$$x(t) = \frac{18}{7} \left(1 - \frac{1}{t^3}\right) \quad (۲) \quad x(t) = \frac{24}{7} \left(1 - \frac{1}{t^3}\right) \quad (۱)$$

$$x(t) = 6 - \frac{6}{t} \quad (۴) \quad x(t) = 4 - \frac{4}{t^2} \quad (۳)$$

۴۰- برای حداقل نمودن سطح حاصل از دوران منحنی $y(x)$ حول محور ox کدام رابطه صحیح است؟



$J = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1+(y')^2} dx \rightarrow \min$ (۱)

$J = \pi \int_a^b y \sqrt{1+(y')^2} dx \rightarrow \min$ (۲)

$J = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1+y'} dx \rightarrow \min$ (۳)

$J = \pi \int_a^b y^2 \sqrt{1+(y')^2} dx \rightarrow \min$ (۴)

۴۱- منحنی بهینه برای تابع - تابع زیر با شروط مرزی داده شده، کدام است؟

$J = \int_0^1 \frac{\sin(\dot{x})}{\sqrt{1+\dot{x}^2}} dt \quad x(0) = 1 \quad x(1) = 2$

$x^*(t) = t + \cos(\frac{\pi}{2}t)$ (۲)

$x^*(t) = e^{t \ln 2}$ (۱)

$x^*(t) = t + 1 + \sin(\pi t)$ (۴)

$x^*(t) = t + 1$ (۳)

۴۲- کدام یک از روابط زیر برای ماتریس انتقال حالت برای یک سیستم متغیر با زمان (Time Varying) صحیح است؟

$\phi(t, t) = I, \phi(t_2, t_1) \phi(t_1, t_0) = \phi(t_2, t_0)$ (۱)

$\phi(t, t) = I, \phi(t_2, t_1) \phi(t_1, t_0) = \phi(t_0, t_2)$ (۲)

$\phi(t, t) = 0, \phi(t_2, t_1) \phi(t_1, t_0) = \phi(t_2, t_0)$ (۳)

$\phi(t, t) = 0, \phi(t_2, t_1) \phi(t_1, t_0) = \phi(t_0, t_2)$ (۴)

۴۳- معادله شبه حالت اول در مسأله کنترل بهینه زیر کدام است؟

$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + x_1 u \\ \dot{x}_2 = -x_1^2 + u \end{cases}$

$J = \int_0^{t_f} (x_1^2 + u^2) dt$

$\dot{P}_1 = x_1(P_1^2 + 2P_2 - 1) + P_1 P_2$ (۲) $\dot{P}_1 = x_1(P_1^2 + 2P_2 - 1) - P_1 P_2$ (۱)

$\dot{P}_1 = x_1(P_1^2 + 2P_1 - 1) - P_1 P_2$ (۴) $\dot{P}_1 = x_1(P_1^2 + 2P_1 - 1) + P_1 P_2$ (۳)

۴۴- معادله تغییرات زمانی متغیر شبه حالت در مسأله کنترل بهینه زیر کدام است؟

$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \end{cases}$

$J = \int_0^{t_f} \frac{1}{2} u^2 dt$

$P_2 = C_1 + C_2 e^{2t}$ (۲)

$P_2 = C_1 + C_2 e^{-2t}$ (۱)

$P_2 = C_1 + C_2 e^t$ (۴)

$P_2 = C_1 + C_2 e^{-t}$ (۳)

۴۵- برای سیستم دینامیکی زیر با قيود داده شده، حداکثر تعداد سوئیچ کنترل جهت حداقل نمودن زمان کدام است؟

$\dot{x}_1 = -x_2$ (۱) بار

$\dot{x}_2 = -x_2$ (۲) بار

$\dot{x}_2 = -x_1 + x_2 + u$ (۳) بار

$|u| \leq 1$

(۴) بار