کُد کنترل

435

A

435A

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

عصر جمعه
۹۶/۲/۸

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوستهٔ داخل ــ سال ۱۳۹۶

آمار ــ کد ۱۲۰۷

تعداد سؤال: ۱۳۵ | مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۴۵	۳۱	۷۵
۳	دروس تخصصی (احتمال، آمار ریاضی، نمونه‌گیری و رگرسیون ۱)	۶۰	۷۶	۱۳۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary
Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.

1- **Working on the assembly line was --------- work because I did the same thing hour after hour.**
1) efficacious 2) monotonous 3) momentous 4) erroneous

2- **People are guilty of --------- when they make judgments before they know all of the facts.**
1) illusion 2) arrogance 3) avarice 4) prejudice

3- **Justin --------- himself from the embarrassing situation by pretending he had to make a telephone call.**
1) extricated 2) extracted 3) exposed 4) expelled

4- **He was accused of manipulating the financial records to cover his ---------.**
1) suspicion 2) scrutiny 3) fraud 4) paradox

5- **Since the jungle was ---------, we had to find an alternate route to the village.**
1) permanent 2) vulnerable 3) redundant 4) impenetrable

6- **Management refused to --------- the union's demands, so a strike costly to both sides occurred.**
1) capitulate to 2) withdraw from 3) impose on 4) grump about

7- **We had nothing in common, but despite our --------- backgrounds and interests, my new roommate and I became good friends by the end of the semester.**
1) comprehensive 2) conscious 3) heterogeneous 4) haphazard

8- **Megan's foreboding about going to class turned out to be --------- as the instructor gave a surprise test for which she was completely unprepared.**
1) qualified 2) justified 3) perplexed 4) wholehearted

9- **If she had known how much of an --------- her student debt would be, she would have found a different way to finance her education.**
1) application 2) encumbrance 3) immunity 4) optimism

10- **The mechanic examined the engine carefully but said he was not able to --------- the cause of the problem.**
1) pinpoint 2) derive 3) acquire 4) escalate

PART B: Cloze Passage
Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

Horticulture has a very long history. The study and science of horticulture dates all the way back to the times of Cyrus the Great of ancient Persia, and has been going on (11) -----------, with present-day horticulturists such as Freeman S. Howlett and Luther Burbank. The practice of horticulture can be retraced for (12) ----------. The cultivation of taro and yam in Papua New Guinea dates back (13) ------------ at least 6950–6440 cal BP. The origins of horticulture (14) ------------- in the transition of human communities from nomadic hunter-gatherers to sedentary or semi-sedentary horticultural communities, (15) ------------ a variety of crops on a small scale around their dwellings or in specialized plots visited occasionally during migrations from one area to the next.

11- 1) ever since 2) yet 3) that far 4) still
12- 1) many thousands years 2) many thousands of years 3) years of many thousands 4) many years of thousands
13- 1) from 2) for 3) in 4) to
14- 1) are laid 2) lay 3) lie 4) are lying
15- 1) cultivating 2) cultivated 3) that cultivated 4) to cultivate

PART C: Reading Comprehension:
<u>Directions</u>: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

<u>PASSAGE 1:</u>

Constructing Means

In the classroom, the student is confronted with several notions of mean, and thus a <u>pertinent</u> question that an attentive student could pose is: "The word mean appears in all these concepts, so what is actually a mean?"

In this short article, I revisit Kolmogorov's axiomatic view of the mean, which unifies all these concepts of mean, among others. While Kolmogorov's axioms of probability are widely known (DeGroot and Schervish 2011, sec. 1.5), it is perhaps less well known that in an often-forgotten note, Kolmogorov also proposed an axiomatic construction for what a unifying concept of mean should be (Kolmogorov 1930). Let $\mathbf{x}=(x_1,\dots,x_n)$ and let $\mathbf{1}$ denote a vector of ones. Formally, a "regular (type of) mean" (I follow the terminology of the English translation in Tikhomirov et al. (1991, p. 144).) is a map $M:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, which obeys the following axioms:

A1. $M(\mathbf{x})$ is continuous and increasing in each variable.
A2. $M(\mathbf{x})$ is a symmetric function.
A3. $M(x\mathbf{1}_n)=x$, that is, the mean of repeated data equals the repeated value.
A4. The mean of the combined sample, $\mathbf{x}$, remains unchanged if a part of the sample is replaced by its corresponding mean, $m=M(x_1,\dots,x_{n_1})$.

16- The student is confronted with different notions of ---------------.
1) probability 2) means 3) samples 4) statistics

17- Kolmogorov provided axioms in ---------------.
1) 1920 2)1991 3) 1930 4) 1912

18- The word "pertinent" in line 2 means ---------------.
1) head 2) easy 3) perfect 4) related

19- The function M(x) for constructing means is ---------------.
1) odd 2) even 3) symmetric 4) complex

20- What is well-known?
1) Probability axioms 2) Mean axioms
3) Law axioms 4) Utility axioms

PASSAGE 2:

Deviation

Deviation is a basic concept in probability and statistics. We shall use the word "deviation" to mean "absolute difference." Thus, the deviation between two numbers *a* and *b* is $|a-b|$. Likewise, the deviation of each number *a* and *b* from their mid-point or their average $(a + b)/2$, is half the absolute difference between them, or $|a-b|/2$. Given $n > 2$ numbers, we seek to find a single measure of spread that combines all possible pairwise deviations in a suitable way. The most widespread notion of this combined deviation is the standard deviation (SD); and a distant second is the mean (absolute) deviation (MD). What exactly are these quantities? Why is the former so popular relative to the latter and among many other notions of deviations?

To answer these questions, we must first address another basic question: What quantity do we wish to measure the deviations from? Such a quantity is often a measure of center. Again, there are several choices for a measure of center—the most common ones are the mean (or arithmetic mean) and the median. Other choices for the measure of center (such as the mode or the geometric mean or the harmonic mean) may be more appropriate in certain special situations. But we would not consider them in this article. We emphasize that the interpretation of any particular choice of spread goes hand in hand with the corresponding choice of center from which such a spread is measured.

21- The deviation between 5 and -2 is ---------------.

1) 7 2) 3 3) -7 4) -3

22- How much is the deviation of each of a and b from their average?

1) $|a-b|$ 2) $|a-b|/2$ 3) $2|a-b|$ 4) $|a+b|$

23- Which is the most common measure for a center of data?

1) Mode 2) Median 3) Mean 4) Geometric mean

24- Any particular choice of spread depends on ---------------.

1) data 2) choice of center
3) size of data 4) kind of data

25- The phrase "widespread" in paragraph 1 means the ---------------.

1) common 2) deviated 3) largest 4) farthest

PASSAGE 3:

$\overline{X}$ and S^2

We define sample mean $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ and sample variance $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$ where $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ comprises a random sample from some population. It is well known that $\overline{X}$ and S^2 are independent if the population is normally distributed. Now, naturally we can ask a question: Are $\overline{X}$ and S^2 independent without the assumption of normality?

The answer to the above question is "No" according to the following theorem found in Lukacs (1942).

Theorem: *If the variance (or second moment) of a population distribution exists, then a necessary and sufficient condition for the normality of the population distribution is that* $\overline{X}$ *and* S^2 *are mutually independent.*

Remark: That the normality is a necessary condition for the independence between $\bar{X}$ and S^2 was first proved by Geary (1936) using a mathematical tool provided by R. A. Fisher, but the proof in Lukacs (1942) is easier to understand.

26- For a random sample, $\bar{X}$ and S^2 are always ---------------.

1) independent 2) uncorrelated
3) uncorrelated under normality 4) dependent

27- Who proved the independence of $\bar{X}$ and S^2 under normality for the first time?

1) Geary 2) Fisher 3) Lukas 4) Pearson

28- Whose proof is easier?

1) Geary's 2) Fisher's 3) Pearson's 4) Lukacs'

29- A population is normal if and only if $\bar{X}$ and S^2 are ---------------.

1) uncorrelated 2) independent 3) equal 4) unequal

30- The word "comprises" in line 2 means ---------------.

1) realizes 2) consists of 3) completes 4) agrees

دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال):

۳۱- اگر z عددی مختلط و ناصفر باشد که $z+\frac{1}{z}=2\cos\alpha$ ، آنگاه $z^n+\frac{1}{z^n}$ کدام است؟

۱) $2\cos^n\alpha$

۲) $2n\cos\alpha$

۳) $2^n\cos\alpha$

۴) $2\cos(n\alpha)$

۳۲- اگر $\frac{1}{\sqrt{n}}(n\in\mathbb{N})$ $\frac{\Gamma(n+\frac{1}{2})}{\Gamma(n)}$ = a_n ، آنگاه $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ کدام است؟

۱) 0

۲) 1

۳) e

۴) ∞

۳۳- مقدار $\lim\limits_{x\to+\infty}(3^x+3^{2x})^{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

۱) ۳

۲) ۶

۳) ۹

۴) ۱۰

۳۴- مقدار $\int_{\circ}^{\infty} e^{-x^{۳}} dx$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}\Gamma(\frac{۱}{۲})$

۲) $\frac{۱}{۲}\Gamma(\frac{۱}{۳})$

۳) $۲\Gamma(\frac{۱}{۲})$

۴) $\frac{۱}{۳}\Gamma(\frac{۱}{۳})$

۳۵- طول منحنی تابع $f(x)=\int_{\circ}^{x}\sqrt{\cosh(t)}\,dt$ بر بازه $[\circ,۲]$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}\,(e-\frac{۱}{e})$

۲) $۲(e-\frac{۱}{e})$

۳) $\sqrt{۲}\,(e+\frac{۱}{e})$

۴) $۲(e+\frac{۱}{e})$

۳۶- اگر معادله $e^{x}\cos(z+y)-xy-z^{۲}=\circ$ متغیر x را به‌صورت تابعی مشتق‌پذیر از دو متغیر مستقل y و z تعریف کند، مقدار $\frac{\partial x}{\partial z}$ در نقطه متناظر با $\left|\begin{array}{l} y=-۱ \\ z=۱ \end{array}\right.$ کدام است؟

۱) -۱

۲) $\circ$

۳) ۱

۴) ۲

۳۷- صفحه مماس بر رویه S در نقطه دلخواه (a , b , c) واقع بر آن به‌صورت زیر است. اگر بدانیم رویه شامل نقطه (۱، ۲، ۳) است، معادله دکارتی رویه کدام است؟

$$(a+c)(x-a)-(b+c)(y-b)+(a-b)(z-c)=\circ$$

۱) $x^{۲}-y^{۲}+۲xz-۲yz+۹=\circ$

۲) $x^{۲}-y^{۲}+xz-yz+۶=\circ$

۳) $۲x^{۲}-۲y^{۲}+۲xz-yz+۶=\circ$

۴) $۲x^{۲}-۲y^{۲}+۳xz-۲yz+۹=\circ$

۳۸- مقدار انتگرال $\int_{0}^{1}\int_{\sqrt[3]{y}}^{1}\sqrt{x^{4}+1}\,dx\,dy$ کدام است؟

۱) 0

۲) $\frac{\sqrt{2}-1}{6}$

۳) $\frac{\sqrt[3]{9}-1}{4}$

۴) $\frac{2\sqrt{2}-1}{6}$

۳۹- اگر V ناحیه محدود به دو کره $x^{2}+y^{2}+z^{2}=1$ و $x^{2}+y^{2}+z^{2}=4$ و S سطح خارجی ناحیه V و $\vec{F}(x,y,z)=(5x^{3}+12xy^{2},\, y^{3}+e^{y}\sin z,\, 5z^{3}+e^{y}\cos z)$ باشد، شارگذرنده از سطح S توسط نیروی $\vec{F}$ کدام است؟

۱) 371π

۲) 372π

۳) 373π

۴) 374π

۴۰- نقیض گزاره زیر کدام است؟

A با زیر مجموعه‌ای از B هم‌عدد (هم‌توان) است ولی B با هیچ زیر مجموعه‌ای از A هم‌عدد نیست.

۱) A با هیچ زیر مجموعه‌ای از B هم‌عدد نیست یا B با زیرمجموعه‌ای از A هم‌عدد است.

۲) A با هیچ زیر مجموعه‌ای از B هم‌عدد نیست یا B با هر زیرمجموعهٔ A هم‌عدد است.

۳) مجموعه‌ای وجود دارد که اگر زیرمجموعهٔ B باشد آنگاه با A هم‌عدد است یا B با هر زیرمجموعهٔ A هم‌عدد است.

۴) زیرمجموعه‌ای از B وجود دارد که با A هم‌عدد نیست یا اینکه B با زیر مجموعه‌ای از A هم‌عدد است.

۴۱- فرض کنید f رابطهٔ دوتایی و F و G دو خاصیت باشند. کدام گزینه درست است؟

۱) $\forall x\,(F(x)\vee G(x))\Rightarrow(\forall x\,F(x)\vee\forall x\,G(x))$

۲) $(\forall x\,F(x)\Rightarrow\forall x\,G(x))\Rightarrow\forall x\,(F(x)\Rightarrow G(x))$

۳) $\forall x\,\exists y\,(xfy)\Rightarrow\exists y\,\forall x\,(xfy)$

۴) $\exists y\,\forall x\,(xfy)\Rightarrow\forall x\,\exists y\,(xfy)$

۴۲- ترتیب جدیدی به‌صورت زیر برای اعداد طبیعی $\mathbb{N}$ تعریف می‌کنیم. کدام گزینه درست است؟

$$\ldots, 2k+1, 2k-1, \ldots, 5, 3, 1, 2, 4, 6, \ldots, 2m, 2m+2, \ldots$$

۱) مجموعهٔ اعداد زوج اینفیمم ندارد.

۲) مجموعهٔ مضارب ۵ می‌نیمم دارد.

۳) مجموعهٔ اعداد فرد سوپرمم دارد ولی اینفیمم ندارد.

۴) هر زیر مجموعهٔ $\mathbb{N}$ با ترتیب فوق ماکسیمال و مینیمال دارد.

۴۳- فرض کنید $f_1 : A_1 \to B_1$ و $f_2 : A_2 \to B_2$ دو تابع باشند. تابع $f : A_1 \cup A_2 \to B_1 \cup B_2$ را با ضابطه زیر تعریف می‌کنیم. گزینه صحیح کدام است؟

$$f(a) = \begin{cases} f_1(a), & a \in A_1 \\ f_2(a), & a \notin A_1 \end{cases}$$

۱) ممکن است f_1 و f_2 هر دو یک به یک باشند ولی f یک به یک نباشد.

۲) اگر f_1 و f_2 هر دو یک به یک باشند آنگاه f نیز یک به یک است.

۳) اگر f_1 و f_2 هر دو پوشا باشند آن‌گاه f نیز پوشا است.

۴) f خوش تعریف نیست.

۴۴- فرض کنید $f : X \to Y$ یک تابع باشد. کدام‌یک از گزاره‌های زیر معادل یک به یک بودن تابع f نیست؟

۱) برای هر $A, B \subseteq X$ ؛ $f(A \setminus B) = f(A) \setminus f(B)$.

۲) برای هر $A \subseteq X$ ؛ $(f(A))^c \subseteq f(A^c)$.

۳) برای هر $A \subseteq X$ ؛ $f^{-1}(f(A)) \subseteq A$.

۴) برای هر $A, B \subseteq X$ ؛ اگر $f(A) = f(B)$ آن‌گاه $A = B$.

۴۵- اگر تابع $f : X \to Y$ یک به یک باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱) اگر X شمارای نامتناهی باشد Y هم شمارای نامتناهی است.

۲) اگر Y شمارای نامتناهی باشد X متناهی یا شماراست.

۳) اگر Y شمارای نامتناهی باشد X هم شمارای نامتناهی است.

۴) Y با هیچ زیر مجموعه‌ای از X هم‌عدد (هم‌توان) نیست.

۴۶- دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + y + 3z = 0 \end{cases}$ را درنظر بگیرید. اگر H زیرفضای حاصل از جواب‌های این دستگاه باشد آن‌گاه بعد H به عنوان زیرفضای $\mathbb{R}^3$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۰

۴۷- فرض کنید $A = \begin{pmatrix} 10 & 25 \\ 0 & -10 \end{pmatrix}$. در این صورت A^{100} کدام ماتریس است؟

۱) $25I$

۲) $10^{100} I$

۳) $\begin{pmatrix} 10^{100} & 25^{100} \\ 0 & 10^{100} \end{pmatrix}$

۴) $\begin{pmatrix} 10^{100} & 25^{100} \\ 0 & -10^{100} \end{pmatrix}$

۴۸- فرض کنید U فضای چند جمله‌ای‌های تولید شده توسط ۱، x^2، x^4 و x^6 روی $\mathbb{R}$ باشد. مختصات بردار $2 - x^2 - x^4 + x^6$ در پایهٔ مرتب $\{1 - x^2, x^2 - x^4, x^4 - x^6, 1 + x^6\}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

۲) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

۳) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

۴) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

۴۹- اگر $A \in M_4(\mathbb{R})$ ، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\operatorname{adj}(cA) = c^4 \operatorname{adj}A$، برای هر $c \in \mathbb{R}$.

۲) $\operatorname{adj}(A + B) = \operatorname{adj}A + \operatorname{adj}B$، برای هر $B \in M_4(\mathbb{R})$.

۳) $\operatorname{adj}(AB) = (\operatorname{adj}A)(\operatorname{adj}B)$، برای هر $B \in M_4(\mathbb{R})$.

۴) $\det(\operatorname{adj}A) = (\det A)^3$.

۵۰- فرض کنید $A \in M_n(\mathbb{R})$ و $rank(A) = k > 0$، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $rank(A^2) = k$

۲) $rank(A^2) < k$

۳) $A_1, \dots, A_k \in M_n(\mathbb{R})$ موجودند که $A = \sum_{i=1}^{k} A_i$ و برای هر i، $rank(A_i) = 1$.

۴) $A_1, \dots, A_k \in M_n(\mathbb{R})$ موجودند که $A = A_1 A_2 \dots A_k$ و برای هر i، $rank(A_i) = 1$.

۵۱- فرض کنید $A \in M_2(\mathbb{R})$. در این صورت تساوی $A^{100} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1-\varepsilon \end{bmatrix}$ به ازای چند $\varepsilon > 0$ امکان‌پذیر است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) نامتناهی

۵۲- فرض کنید $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ تابعی پیوسته باشد. کدام گزینه درباره تابع f درست است؟

۱) یک‌به‌یک است.

۲) تابع ثابت است.

۳) پوشا است.

۴) چنین تابعی قابل تعریف نیست.

۵۳- فرض کنید $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ دو بار مشتق‌پذیر بوده و به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ ، $f''(x) > 0$. اگر $f(1) + f'(1) > 0$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱) f تابعی زوج است.

۲) f تابعی فرد است.

۳) $f(2) < 0$

۴) $f(2) > 0$

۵۴- فرض کنید تابع حقیقی غیرثابت f بر $[0, +\infty)$ مشتق‌پذیر باشد و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L > 0$. کدام گزینه درست است؟

۱) $\lim_{x \to +\infty} f'(x) = 0$

۲) $\lim_{x \to +\infty} f'(x) = +\infty$

۳) $\lim_{x \to +\infty} f'(x) = L$

۴) تابع f' بر $[0, +\infty)$ بی‌کران است.

۵۵- فرض کنید f و g دو تابع پیوسته بر $[a\,,\,b]$ باشند که $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b g(x)dx$.

اگر $A = \{x \in [a,b] \mid f(x) = g(x)\}$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱) اگر A ناتهی باشد آنگاه A متناهی با بیش از یک عضو است.

۲) اگر A ناتهی باشد آنگاه A نامتناهی است.

۳) ممکن است A تک عضوی باشد.

۴) ممکن است A تهی باشد.

۵۶- فرض کنید A یک زیرمجموعه از اعداد حقیقی باشد به‌طوری که $\mathbb{Q} \subseteq A$. کدام گزینه درباره A در فضای $\mathbb{R}$ با متر اقلیدسی درست است؟

۱) اگر A بسته باشد، آنگاه $A = \mathbb{R}$

۲) اگر A شمارا باشد، آنگاه A بسته است.

۳) اگر A ناشمارا باشد، آنگاه $A = \mathbb{R}$

۴) اگر A باز باشد، آنگاه $A = \mathbb{R}$

۵۷- اگر $A = \left\{\sin\left(\frac{n\pi}{۴}\right) - \frac{۱}{m+۱} : n,m \in \mathbb{N}\right\}$، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱) $\sup A = ۱$ و $\inf A = \frac{-۱-\sqrt{۲}}{۲}$

۲) $\sup A = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ و $\inf A = \frac{-۱-\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\sup A = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ و $\inf A = -\frac{۳}{۲}$

۴) $\sup A = ۱$ و $\inf A = -\frac{۳}{۲}$

۵۸- فرض کنید $A = \left\{\frac{m}{۲^n} : m \in \mathbb{Z}\,,\, n \in \mathbb{N}\right\}$. کدام گزینه درباره A در فضای $\mathbb{R}$ با متر اقلیدسی درست است؟

۱) باز است ولی بسته نیست.

۲) نه باز است و نه بسته.

۳) بسته است ولی باز نیست.

۴) هم باز است وهم بسته.

۵۹- تابع f بر بازه $[0,1]$ با ضابطه زیر تعریف شده است.

$$f(x)=\begin{cases}\left[\sin\frac{1}{x}\right] & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$$

(منظور از نماد $[x]$ جزء صحیح x است) کدام گزینه نادرست است؟

۱) مجموعه نقاط ناپیوستگی f بسته است.

۲) مجموعه نقاط ناپیوستگی f ناشمارا است.

۳) مجموعه نقاط ناپیوستگی f نقطه حدی دارد.

۴) ناپیوستگی‌های f در نقاط غیر صفر از نوع اساسی است.

۶۰- فرض کنید $f(x)=\ln x$ و $g(x)=x\ln x$. بر بازه $(0,1)$ کدام گزینه درست است؟

۱) f و g هر دو پیوسته یکنواخت هستند.

۲) هیچ کدام از توابع f و g پیوسته یکنواخت نیستند.

۳) f پیوسته یکنواخت نیست ولی g پیوسته یکنواخت است.

۴) f پیوسته یکنواخت است ولی g پیوسته یکنواخت نیست.

۶۱- فرض کنید $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی مثبت باشد. کدام گزینه درست است؟

۱) اگر $\left\{\frac{x_{n+1}}{x_n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا باشد آنگاه $\left\{\sqrt[n]{x_n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا است.

۲) اگر $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا باشد آنگاه $\left\{\sqrt[n]{x_n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا است.

۳) اگر $\left\{\sqrt[n]{x_n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا باشد آنگاه $\left\{\frac{x_{n+1}}{x_n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا است.

۴) اگر $\left\{\frac{x_{n+1}}{x_n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا باشد آنگاه $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ همگرا است.

۶۲- فرض کنید x_0 و y_0 اعداد مثبت و به ازای هر $n\in N$، $x_n=\frac{x_{n-1}+y_{n-1}}{2}$ و $y_n=\sqrt{x_{n-1}y_{n-1}}$. کدام گزینه درست است؟

۱) $\{x_n\}$ و $\{y_n\}$ همگرا هستند و $\lim x_n\geq \lim y_n$ ولی لزوماً برابر نیستند.

۲) $\{x_n\}$ و $\{y_n\}$ همگرا هستند و $\lim y_n\geq \lim x_n$ ولی لزوماً برابر نیستند.

۳) $\{x_n\}$ و $\{y_n\}$ همگرا هستند و $\lim x_n=\lim y_n$.

۴) $\{x_n\}$ یا $\{y_n\}$ وابسته به انتخاب x_0 و y_0 ممکن است همگرا نباشد.

۶۳- اگر $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n}$ و $B = \sum_{n=1}^{\infty} (-e)^n \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱) سری B همگرا و سری A واگراست.

۲) هر دو سری واگرا است.

۳) سری A همگراست و سری B واگراست.

۴) هر دو سری همگرا هستند.

۶۴- مقادیر α, β چه باشند تا فرمول زیر برای چند جمله‌ای‌های با حداکثر درجه دقیق باشد؟

$$\int_0^1 \sqrt{x}\, f(x)dx \simeq \alpha \int_0^1 f(x)dx + \beta \int_0^1 x f(x)dx$$

۱) $\alpha = \frac{1}{5}\ ,\ \beta = \frac{4}{5}$

۲) $\alpha = \frac{4}{5}\ ,\ \beta = \frac{1}{5}$

۳) $\alpha = \frac{4}{15}\ ,\ \beta = \frac{4}{5}$

۴) $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$

۶۵- اگر A یک ماتریس حقیقی $m \times n$ باشد و $b \in R^m$ و $x \in R^n$، گزینه درست در مورد مسئله $\min\limits_{x \in R^n} \| Ax - b \|_2$ کدام است؟

۱) مسئله جواب یکتا دارد.

۲) مسئله می‌تواند جواب نداشته باشد.

۳) مسئله نمی‌تواند جوابی با مقدار کمینه برابر با صفر داشته باشد.

۴) مسئله یا یک جواب یکتا یا بی‌نهایت جواب دارد.

۶۶- فرض کنید P_2 چند جمله‌ای درجه دومی باشد که f را در نقاط هم فاصلهٔ x_0، $x_0 + h$ و $x_0 + 2h$ درون‌یابی می‌کند. اگر مشتق سوم f روی $[x_0, x_0 + 2h]$ با M کران‌دار باشد، یک کران بالای مناسب برای $|f'(x_0 + h) - P_2'(x_0 + h)|$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{6}h^2 M$

۲) $\frac{2}{3}h^2 M$

۳) $\frac{1}{3}h^2 M$

۴) $\frac{3}{2}h^2 M$

۶۷- فرض کنید x_i، $i = 0, 1, \ldots, n$، اعداد دو به دو متمایز و $p(x)$ درون‌یاب چند جمله‌ای حداکثر از درجهٔ n در داده‌های $(x_i, f(x_i))$ باشد. اگر $x_1 = 0$، جمله ثابت در چند جمله‌ای درون‌یاب $p(x)$ کدام است؟

۱) $f(x_0)$

۲) $f(x_1)$

۳) $f[x_0, x_2]$

۴) $f[x_0, x_1]$

۶۸- فرض کنید $h(x) = x - \frac{f(x)}{g(x)}$، $f(\alpha) = 0$ و $g(\alpha) \neq 0$. چه روابطی بین f و g برقرار باشد تا دنباله $\{x_n\}$ با ضابطهٔ $x_{n+1} = h(x_n)$، در صورت همگرایی، مرتبه همگرایی دست کم برابر با ۳ داشته باشد؟(فرض کنید $f, g \in c^2(\mathbb{R})$)

۱) $f''(\alpha) = g(\alpha) + g'(\alpha)\ ,\ f'(\alpha) = g(\alpha)$

۲) $f''(\alpha) = 2g(\alpha)\ ,\ f'(\alpha) = g(\alpha)$

۳) $f''(\alpha) = 2g'(\alpha) + g(\alpha)\ ,\ f'(\alpha) = g(\alpha)$

۴) $f''(\alpha) = 2g'(\alpha),\ f'(\alpha) = g(\alpha)$

۶۹- در یک دستگاه ممیز شناور با مبنای ۸ که اعداد به صورت $\pm 0/d_1 d_2 \ldots d_{10} \times 8^e$ با $d_1 \neq 0$ و $0 \leq d_i \leq 7$ برای $i = 1, 2, \ldots, 10$ و $-63 \leq e \leq 63$ نمایش داده می‌شوند، بیشترین فاصله بین دو عدد متوالی قابل نمایش چقدر است؟

۱) 8^{-10}

۲) 8^{22}

۳) 8^{53}

۴) 8^{63}

۷۰- در داده‌های زیر، با استفاده از نمودار جعبه‌ای، چند داده دور افتاده وجود دارد؟

۱۴, ۱۸, ۱۲ , ۴۴ , ۳۴ , ۶۶ , ۳۷ , ۱۴ , ۳۴ , ۱۴, ۷ , ۲۳ , ۱۴, ۲۲ , ۲۱

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۷۱- به چند طریق می‌توان ۵ حرف A و ۶ حرف B را در یک ردیف قرار داد که از راست و چپ یکسان خوانده شوند؟

۱) $\frac{۵!}{۳!}$

۲) $\frac{۱۰!}{۵!\,۵!}$

۳) $\frac{۵!}{۳!\,۲!}$

۴) $\frac{۱}{۲} \times \frac{۱۱!}{۵!\,۶!}$

۷۲- کیسه‌ای شامل ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی است. کیسه دیگری شامل ۱۶ مهره قرمز و تعدادی مجهول مهره آبی است. یک مهره به تصادف از هر کیسه انتخاب می‌شود، احتمال اینکه دو مهره انتخابی هم رنگ باشند ۰/۴۴ است. تعداد مهره‌های آبی کیسه دوم کدام است؟

۱) ۴

۲) ۶

۳) ۱۲

۴) ۲۰

۷۳- فرض کنید $A_1, \ldots, A_n$ پیشامدهای مستقلی باشند به‌طوری که برای هر $i = 1, \ldots, n$ داشته باشیم $P(A_i) = \frac{1}{i+1}$. احتمال اینکه حداقل یکی از A_i ها رخ دهد کدام است؟

۱) $\frac{1}{n+1}$

۲) $\frac{n}{n+1}$

۳) $\frac{n-1}{n}$

۴) $\frac{1}{n}$

۷۴- از مجموعه $\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$ تعداد ۶ عدد را به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه کوچکترین عدد انتخابی از ۴ بزرگتر باشد،کدام است؟

۱) $(\frac{3}{5})^6$

۲) $\frac{3}{5}$

۳) $(\frac{1}{10})^6$

۴) $\frac{1}{210}$

۷۵- اگر $P(B \mid A^c) = \frac{۳}{۴}$ و $P(B^c \mid A) = \frac{۱}{۴}$ و $P(A) = \frac{۳}{۴}$، مقدار $P(A \mid B)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) ۱

<u>***دروس تخصصی (احتمال، آمار ریاضی، نمونه‌گیری و رگرسیون ۱):***</u>

۷۶- فرض کنید $X \sim F_{(m,n)}$ و $Y \sim F_{(n,m)}$ باشند. مقدار $P(X \le a) + P(Y \le \frac{۱}{a})$ کدام است؟ $(a > ۱)$

۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{a}$

۴) $۱ - \frac{۱}{a}$

۷۷- فرض کنید $X_۱, \dots, X_۵$ یک نمونه تصادفی ۵ تایی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد. مقدار $P\left(\sum_{i=۱}^{۵} \left[\frac{X_i}{۳}\right] = ۳\right)$ کدام است؟ ($[X]$ جزء صحیح X می باشد.)

$$P(X = x) = \frac{۱}{۳} \qquad x = ۱, ۳, ۵$$

۱) $\frac{۸۰}{۲۳۴}$

۲) $\frac{۸۰}{۷۹۲}$

۳) $\frac{۸۰}{۲۴۳}$

۴) $\frac{۸۰}{۷۲۹}$

۷۸- فرض کنید $Z \sim N(0,1)$ و Φ و I به ترتیب نمایانگر تابع توزیع Z و تابع نشانگر باشند. مقدار $E(e^{Z} I_{[Z>0]})$ کدام است؟

۱) $e^{-\frac{1}{2}}\Phi(-1)$

۲) $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}}\Phi(-1)$

۳) $\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}}\Phi(1)$

۴) $e^{\frac{1}{2}}\Phi(1)$

۷۹- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با مقادیر ممکن صحیح مثبت باشد که تابع احتمال آن در رابطه زیر صدق می‌کند. مقدار $Var(X)$ کدام است؟

$$3P[X=k]=4P[X=k+1], \quad k=1,2,3,\ldots$$

۱) ۱۲

۲) $\frac{3}{16}$

۳) $\frac{4}{9}$

۴) ۱۶

۸۰- اگر $U \sim U(0,2)$ و $F(x)$ یک تابع توزیع پیوسته اکیداً صعودی باشد مقدار $P[F^{-1}(U) \le F^{-1}(1-U)]$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{3}{4}$

۴) ۱

۸۱- فرض کنید $Ln(X) \sim N(0,1)$. میانه متغیر تصادفی X کدام است؟

۱) ۰

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۱

۴) ۲

۸۲- اگر X و Y دو متغیر تصادفی با تابع احتمال توأم زیر باشند، مقدار $P[X=Y]$ کدام است؟

$$P[X=i,Y=j]=\frac{۲}{n(n+۱)}\ ,\ \ j=۱,۲,...,i,\ i=۱,۲,...,n\ (n\geq ۱)$$

۱) $\frac{۲}{n+۱}$

۲) $\frac{۲}{n+۲}$

۳) $\frac{n}{n+۱}$

۴) $\frac{n+۱}{n+۲}$

۸۳- نقطه $W=(W_۱,W_۲)$ را به صورت تصادفی از مربع واحد به رئوس مقابل $(۰,۰),(۱,۱)$ انتخاب می کنیم. قرار دهید $X_۱=W_۱^۲\ ,\ X_۲=W_۲^۲$. تابع توزیع توأم $(X_۱,X_۲)$ برای $۰\leq r_۱,r_۲\leq ۱$ کدام است؟

۱) $r_۱^۲\,r_۲^۲$

۲) $\sqrt{r_۱}\,\sqrt{r_۲}$

۳) $۲r_۱\,r_۲$

۴) $r_۱\,r_۲$

۸۴- فرض کنید $X\sim Bin(۱\,,\frac{۱}{۲})$ و $Y\sim Exp(۱)$ دو متغیر تصادفی مستقل باشند. مقدار $P(Y>X)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}(۱+e^{-۱})$

۲) $\frac{۱}{۲}e^{-۱}$

۳) $\frac{۱-e^{-۱}}{۲}$

۴) $۱-\frac{۱}{۲}e^{-۱}$

۸۵- فرض کنید (X,Y) دو متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال توأم زیر باشد. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی $V=\frac{X}{Y}$ در نقطه $a(>۰)$ کدام است؟

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)} & x>۰,y>۰ \\ ۰ & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

۱) $\frac{۱}{a+۱}$

۲) $\frac{۱}{(a+۱)^۲}$

۳) $\frac{۱}{(a+۱)^۳}$

۴) $\frac{۱}{(a+۱)^۴}$

۸۶- اگر یک نمونه تصادفی سه‌تایی از توزیع یکنواخت روی $(۰,۱)$ مشاهده شود، احتمال اینکه میانه نمونه بین $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۳}{۴}$ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۱۱}{۱۶}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۱۱}{۳۲}$

۸۷- فرض کنید $X_۱, X_۲$ دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع یکسان $U(۰,۱)$ هستند. مقدار $E\left(\frac{۱}{\ln X_۱ X_۲}\right)$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۱-

۴) ∞

۸۸- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان $Exp(۱)$ هستند. اگر قرار دهیم $V = \max\{X, Y\} - \min\{X, Y\}$ ، در این صورت تابع مولد گشتاور V کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱-t^۲} \; ; \; |t| > ۱$

۲) $\frac{۱}{t^۲-۱} \; ; \; |t| < ۱$

۳) $\frac{۱}{۱-t^۲} \; ; \; |t| < ۱$

۴) $\frac{۱}{t^۲-۱} \; ; \; |t| > ۱$

۸۹- فرض کنید $X_۱, ..., X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $U(۰,۲]$ باشد قرار می دهیم $S_i = n[X_i]$ و $S = \sum_{i=۱}^{n} S_i$.

مقدار $E(S)$ کدام است؟ ($[X]$ جزء صحیح X است).

۱) n

۲) $\frac{n}{۲}$

۳) ۲n

۴) $\frac{n^۲}{۲}$

۹۰- ظرفی حاوی ۹ گوی با شماره‌های ۱، ۲، ... و ۹ است. ابتدا یک گوی به تصادف از ظرف خارج می‌کنیم. سپس به تعداد شماره گوی، سکه‌ای سالم را پرتاب می‌کنیم. امید ریاضی تعداد شیرها کدام است؟

۱) $\frac{5}{2}$

۲) $\frac{9}{4}$

۳) $\frac{11}{2}$

۴) $\frac{11}{4}$

۹۱- فرض کنید $Y \mid X = x \sim Bin(n, x)$ و $X \sim U(0,1)$ باشند. مقدار $Var(Y)$ کدام است؟

۱) $\frac{n}{12}$

۲) $\frac{n+1}{12}$

۳) $\frac{n(n+1)}{6}$

۴) $\frac{n(n+2)}{12}$

۹۲- فرض کنید $X \sim Bin(1,p)$ و $Y \sim Ge(p)$ (مدل تعداد آزمایش ها) دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. مقدار $E(e^{X \ln Y})$ کدام است؟

۱) $p-1$

۲) $q-1$

۳) $p+1$

۴) $q+1$

۹۳- فرض کنید $X_1, X_2, ..., X_N$ یک نمونه تصادفی N تایی از جامعه ای با تابع توزیع $F(x)$ باشد. اگر N متغیری تصادفی مستقل از Xها با توزیع هندسی با پارامتر p باشد، تابع توزیع $X_{(N)} = \max(X_1, ..., X_N)$ کدام است؟

۱) $\frac{pF(x)}{1-qF(x)}$

۲) $\frac{pqF(x)}{1-pF(x)}$

۳) $\frac{qF(x)}{1-pF(x)}$

۴) $\frac{pqF(x)}{1-qF(x)}$

۹۴- فرض کنید $X_1, X_2, \ldots$ یک دنباله از متغیرهای تصادفی باشند به طوریکه $X_n \sim \chi^2_{(n)}$، دنباله $Y_n = \frac{X_n}{n}$ در احتمال به سمت چه مقداری میل می کند؟

۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{3}{4}$

۴) 1

۹۵- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع بقاء $\bar{F}(x) = \frac{1}{1+x} \ , \ x > 0$ باشد. با تعریف $Y_n = \frac{2nX}{n+2}$ اگر $(Y_n \xrightarrow{D} Y)$ در این صورت تابع بقاء توزیع حدی Y_n یعنی $\bar{G}_Y(t) = P(Y > t)$ کدام است؟

۱) $\bar{G}_Y(t) = \frac{1}{(1+t)^2} \ , \ t > 0$

۲) $\bar{G}_Y(t) = \frac{2}{2+t} \ , \ t > 0$

۳) $\bar{G}_Y(t) = \frac{1}{1+2t} \ , \ t > 0$

۴) $\bar{G}_Y(t) = \frac{1}{1+t} \ , \ t > 0$

۹۶- فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. آمارهٔ بسنده برای α کدام است؟(f تابع چگالی احتمال و F تابع توزیع معلوم هستند.)

$$g_\alpha(x) = \alpha f(x) F^{\alpha-1}(x) \qquad \alpha > 0 \ , \ x > 0$$

۱) $\sum_{i=1}^{n} \log F(X_i)$

۲) $\sum_{i=1}^{n} F(X_i)$

۳) $\sum_{i=1}^{n} \log f(X_i)$

۴) $\sum_{i=1}^{n} f(X_i)$

۹۷- فرض کنید $X_{i1}, \dots, X_{in_i}$، $i = 1, \dots, k$ ، نمونه‌های تصادفی مستقل باشند که در آن $X_{ij} \sim P(i\lambda)$، $j = 1, \dots, n_i$ آمارهٔ بسنده برای λ کدام است؟

۱) $\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} iX_{ij}$

۲) $\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$

۳) $\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{1}{i} X_{ij}$

۴) $\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$

۹۸- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ باشد. مقدار $E\left(\frac{X_{(1)}}{X_{(n)}}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{n}$

۲) $\frac{n-1}{n}$

۳) $\frac{1}{n+1}$

۴) $\frac{n}{n+1}$

۹۹- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$، $\theta > 0$ باشد. با فرض $n = 10$، تعداد X_i هایی که کمتر از ۲ مشاهده شده‌اند برابر ۴ مشاهده شده است. برآورد ماکسیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۸

۱۰۰- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $U\left(\theta\,,\,\theta+|\theta|\right)$، باشد. اگر $\theta<0$ باشد، برآوردگر ماکسیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

۱) $X_{(1)}$

۲) $X_{(n)}$

۳) $\frac{X_{(n)}}{2}$

۴) $\hat{\theta}=\begin{cases} X_{(1)} & \forall X<0 \\ \frac{X_{(n)}}{2} & \forall X>0 \end{cases}$

۱۰۱- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونهٔ تصادفی از توزیع $E(\theta,1)$ با تابع چگالی احتمال زیر باشد. آمارهٔ $T(\underset{\sim}{X})=X_{(1)}+b$ به ازاء چه مقدار b یک برآوردگر ناریب θ است؟

$f_\theta(x)=e^{-(x-\theta)}, x>\theta$ و $X_{(1)}=\min(X_1,\dots,X_n)$

۱) 1

۲) -1

۳) $-\frac{1}{n}$

۴) $\frac{1}{n}$

۱۰۲- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونهٔ تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$ باشد، به ازای چه مقدار b، برآوردگر $T=b\sum_{i=0}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ به‌طور مجانبی برای σ^2 ناریب است؟

۱) $\frac{1}{n^2-1}$

۲) $\frac{1}{n^2-2}$

۳) $\frac{1}{n-2}$

۴) 1

۱۰۳- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$ باشد، که در آن μ نامعلوم و σ معلوم است. UMVUE پارامتر μ^3 کدام است؟

۱) $\bar{X}^3$

۲) $\bar{X}^3 - \frac{3\sigma^2}{n}\bar{X}$

۳) $\bar{X}^3 - \frac{\sigma^2}{n}\bar{X}^2$

۴) $\bar{X}^3 + \frac{\sigma^2}{n}\bar{X}$

۱۰۴- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0,\sigma^2)$ باشد. $E\left[\bar{X}^2 \mid \overline{X^2}\right]$ کدام است؟ $(\overline{X^2} = \frac{1}{n}\sum X_i^2)$

۱) $\bar{X}^2$

۲) $\overline{X^2}$

۳) $n\overline{X^2}$

۴) $\frac{1}{n}\overline{X^2}$

۱۰۵- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\theta}$ باشد، واریانس مجانبی برآوردگر ماکزیمم درستنمایی پارامتر θ کدام است؟

۱) $n\theta^2$

۲) θ^2

۳) $\frac{n}{\theta^2}$

۴) $\frac{\theta^2}{n}$

۱۰۶- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال $f_\theta(x)=\frac{\theta}{(1+x)^{\theta+1}}$، $x>0$ و $\theta>0$ باشد. یک بازه اطمینان با ضریب اطمینان $1-\alpha$ با دمهای برابر برای θ کدام است؟ $\left(P(\chi^2_\nu \le \chi^2_{(\nu,1-\alpha)})=1-\alpha\right)$

۱) $\left(\frac{\chi^2_{(2n,1-\frac{\alpha}{2})}}{-2\sum \ln x_i}, \frac{\chi^2_{(2n,\frac{\alpha}{2})}}{-2\sum \ln x_i}\right)$

۲) $\left(\frac{-2\sum \ln x_i}{\chi^2_{(2n,1-\frac{\alpha}{2})}}, \frac{-2\sum \ln x_i}{\chi^2_{(2n,\frac{\alpha}{2})}}\right)$

۳) $\left(\frac{\chi^2_{(2n,\frac{\alpha}{2})}}{2\sum \ln(1+x_i)}, \frac{\chi^2_{(2n,1-\frac{\alpha}{2})}}{2\sum \ln(1+x_i)}\right)$

۴) $\left(\frac{2\sum \ln(1+x_i)}{\chi^2_{(2n,1-\frac{\alpha}{2})}}, \frac{2\sum \ln(1+x_i)}{\chi^2_{(2n,\frac{\alpha}{2})}}\right)$

۱۰۷- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. یک بازه اطمینان $100(1-\alpha)$ درصدی مجانبی برای λ کدام است؟ $(P(Z\le z_{1-\alpha})=1-\alpha)$

۱) $\bar{X}\pm\frac{1}{n}z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

۲) $\bar{X}\pm\sqrt{\frac{s}{n}}\,z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

۳) $\bar{X}\pm\frac{\bar{x}}{\sqrt{n}}\,z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

۴) $\bar{X}\pm\sqrt{\frac{\bar{x}}{n}}\,z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

۱۰۸- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع احتمال f_0 یا f_1 (در جدول زیر) باشد. همچنین فرض کنید N_j تعداد X_iهای برابر با j باشد، $i=1,\dots,n$ و $j=1,2,3$. ناحیه بحرانی MP برای آزمون فرض $H_0: f=f_0$ در برابر $H_1: f=f_1$ کدام است؟

x	۱	۲	۳
$f_0(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$f_1(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

۱) $N_1+N_2>c$

۲) $N_2+N_3>c$

۳) $N_1+N_3>c$

۴) $N_2>c$

۱۰۹- فرض کنید $(X_1, X_2) \sim N(\mu, \mu, 1, 1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ با تابع چگالی احتمال توام زیر باشد. پرتوان‌ترین آزمون در سطح α، برای آزمون $H_0 : \mu = \mu_0$ در مقابل $H_1 : \mu = \mu_1$ کدام است؟

$\left(P(Z \le z_{1-\alpha}) = 1-\alpha\right.$ و $\left.\bar{x} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2), \mu_0 < \mu_1\right)$

$$f_2(x_1, x_2) = \frac{1}{\pi}\exp\left\{-(x_1-\mu)^2 + \sqrt{2}(x_1-\mu)(x_2-\mu) - (x_2-\mu)^2\right\}$$

۱) $\bar{x} > \mu_0 + \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\; z_{1-\alpha}$

۲) $\bar{x} > \mu_0 + \frac{\sqrt{2}}{2}\; z_{1-\alpha}$

۳) $x_1 + x_2 > 2\mu_0 + \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\; z_{1-\alpha}$

۴) $x_1 + x_2 > 2\mu_0 + \frac{\sqrt{2}}{2}\; z_{1-\alpha}$

۱۱۰- فرض کنید x یک تک مشاهده از توزیع برنولی با پارامتر p باشد. پرتوان‌ترین آزمون در سطح $\alpha = 0/5$ برای آزمون $H_0 : p = \frac{1}{3}$ در مقابل $H_1 : p = 1$ کدام است؟

۱) $\varphi(x) = \begin{cases} 0/6 & x = 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

۲) $\varphi(x) = \begin{cases} 0/75 & x = 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

۳) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ 0/4 & x = 0 \end{cases}$

۴) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ 0/1 & x = 0 \end{cases}$

۱۱۱- فرض کنید X یک تک مشاهده از توزیعی بایکی از تابع چگالی احتمال‌های $-1 < x < 1$ و $f_1(x) = \frac{1}{2}$ و $0 < x < 2$ و $f_0(x) = \frac{1}{2}$ باشد. آزمون به روش نسبت درستنمایی با اندازه $\alpha = \frac{1}{2}$ برای آزمون $H_0 : f = f_0$ در مقابل $H_1 : f = f_1$ کدام است؟

۱) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < 1 \\ 0 & 1 < x < 2 \end{cases}$

۲) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < 0 \\ \frac{1}{2} & 0 < x < 2 \end{cases}$

۳) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} < x < 2 \end{cases}$

۴) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < -\frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{2} \le x < \frac{3}{2} \\ 0 & \frac{3}{2} \le x < 1 \end{cases}$

۱۱۲- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع توزیع $G_\theta(x) = [F(x)]^\theta$، $\theta > 0$، باشد که در آن تابع توزیع $F(x)$ برابر با $F(x) = \frac{x}{1+x}\ ,\ x \ge 0$ است. ناحیه رد پر توان‌ترین آزمون یکنواخت (UMP) بر انجام آزمون فرضیه $H_0 : \theta \le 1$ در مقابل $H_1 : \theta > 1$ به اندازهٔ α کدام است؟ $\left(P(\chi^2_v < \chi^2_{(v,1-\alpha)}) = 1-\alpha\right)$

۱) $\sum_{i=1}^{n} \ln \frac{x_i}{1+x_i} > \frac{1}{2}\chi^2_{(2n,\alpha)}$

۲) $\sum_{i=1}^{n} \ln \frac{x_i}{1+x_i} > -\frac{1}{2}\chi^2_{(2n,\alpha)}$

۳) $\sum_{i=1}^{n} \ln \frac{x_i}{1+x_i} > \chi^2_{(2n,\alpha)}$

۴) $\sum_{i=1}^{n} \ln \frac{x_i}{1+x_i} > -\chi^2_{(2n,\alpha)}$

۱۱۳- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. ناحیه بحرانی پرتوانترین آزمون یکنواخت برای $H_0 : P(X_1 \le 1) \le \frac{1}{2}$ در مقابل $H_1 : P(X_1 \le 1) > \frac{1}{2}$ کدام است؟

۱) $\varphi(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & \sum x_i < c \\ \gamma & \sum x_i = c \\ 0 & \sum x_i > c \end{cases}$

۲) $\varphi(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & \bar{x}\, e^{\bar{x}} > c \\ \gamma & \bar{x}\, e^{\bar{x}} = c \\ 0 & \bar{x}\, e^{\bar{x}} < c \end{cases}$

۳) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \sum I(x_i \le 1) > c \\ \gamma & \sum I(x_i \le 1) = c \\ 0 & \sum I(x_i \le 1) < c \end{cases}$

۴) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \bar{x}\, e^{\bar{x}} < c \\ \gamma & \bar{x}\, e^{\bar{x}} = c \\ 0 & \bar{x}\, e^{\bar{x}} > c \end{cases}$

۱۱۴- فرض کنید x یک تک مشاهده از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. ناحیه رد آزمون نسبت درستنمایی برای $H_0 : \theta = \theta_0$ در مقابل $H_1 : \theta \ne \theta_0$ کدام است؟

$f_\theta(x) = \frac{2}{\theta^2}(\theta - x) \quad 0 < x < \theta \;\; ,\theta > 0$

۱) $\{x : |x - \frac{\theta_0}{4}| > c\}$

۲) $\{x : x > \frac{\theta_0}{4}$ یا $x < c\}$

۳) $\{x : |x - \frac{\theta_0}{2}| > c\}$

۴) $\{x : x > \frac{\theta_0}{2}$ یا $x < c\}$

۱۱۵- یک زنجیر مارکوف دو وضعیتی باوضعیت‌های $\{0, 1\}$ را در نظر بگیرید که با احتمال $\frac{1}{2}$ از وضعیت ۰ آغاز می‌شود. اگر یافتهٔ ۱ ۰ ۱ ۱ ۱ ۰ ۱ ۰ از این زنجیر در دست باشد، مقدار آماره آزمون نسبت درستنمایی $H_0: p \leq \frac{1}{2}$ در مقابل $H_1: p > \frac{1}{2}$ کدام است؟ (p احتمال تغییر وضعیت از ۰ به ۱ یا از ۱ به ۰ است).

۱) $\frac{5^3}{3^7 \times 2^3}$

۲) $\frac{5^3}{3^5 \times 2^7}$

۳) $\frac{5^5}{2^7 \times 3^3}$

۴) $\frac{5^2}{2^2 \times 3^3}$

۱۱۶- جامعه‌ای به حجم ۱۲۰۰۰ کالا به سه طبقه به نسبت‌های به‌ترتیب ۳، ۲ و ۱ در طبقات اول، دوم و سوم افراز شده است. به روش طبقه‌ای با تخصیص متناسب، نمونه‌ای اولیه به حجم ۶۰۰ از این جامعه استخراج نموده‌ایم و در این نمونه، نسبت کالاهای معیوب در طبقه اول ۰/۴۰ و در طبقات دوم و سوم ۰/۶۰ مشاهده شده است. اگر بخواهیم نسبت کالاهای معیوب در جامعه را با اعتماد ٪۹۵ با کران خطای ۰/۰۲ برآورد کنیم، باید از طبقهٔ اول چقدر دیگر نمونه بگیریم؟ (فرض کنید $Z_{0/975} \simeq 2$)

۱) ۳۵۰ کالا

۲) ۵۰۰ کالا

۳) ۷۰۰ کالا

۴) ۱۰۰۰ کالا

۱۱۷- از جامعه‌ای به حجم N دو نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری و مستقل به حجم‌های n_1 و n_2 انتخاب می‌کنیم. میانگین‌های نمونه را به ترتیب با $\overline{y}_1$ و $\overline{y}_2$ نشان داده و تعریف می‌کنیم $\overline{y} = \frac{1}{2}(\overline{y}_1 + \overline{y}_2)$. شرط دقیق‌تر بودن $\overline{y}$ از $\overline{y}_1$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{n_2} - \frac{1}{n_1} > \frac{2}{N}$

۲) $\frac{3}{n_1} - \frac{1}{n_2} > \frac{2}{N}$

۳) $\frac{3}{n_2} - \frac{1}{n_1} < \frac{2}{N}$

۴) $\frac{3}{n_1} - \frac{1}{n_2} < \frac{2}{N}$

۱۱۸- در یک نمونه تصادفی ساده ۲۵۰ تایی از ۲۰۰۰ دانشجوی یک دانشکده، ۲۰۰ نفر خانم و ۱۰۰ نفر غیربومی حضور داشته‌اند که ۱۴۰ نفر از افراد بومی، خانم بودند. اگر تعداد دانشجویان خانم در این دانشکده ۱۵۰۰ نفر باشد، برآوردی ناریب از تعداد کل دانشجویان غیربومی در بین خانم‌ها و آقایان کدام است؟

۱) ۴۸۰ خانم و ۳۲۰ آقا

۲) ۴۵۰ خانم و ۴۰۰ آقا

۳) ۳۲۰ خانم و ۴۸۰ آقا

۴) ۴۰۰ خانم و ۴۵۰ آقا

۱۱۹- فرض کنید در جامعه‌ای به حجم N ضریب تغییرات متغیر Y برابر ۰/۲ باشد. اگر در یک نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم n، ضریب تغییرات میانگین نمونه برابر ۰/۰۲ حاصل شده باشد، آنگاه حجم نمونه برابر با کدام گزینه است؟

۱) $n = \frac{N}{10}$

۲) $n = \frac{10N}{10+N}$

۳) $n = \frac{100N}{100+N}$

۴) $n = \frac{N+100}{10}$

۱۲۰- در نمونه‌گیری تصادفی سادهٔ بدون جایگذاری nتائی از جامعه‌ای به حجم $N = 100$، اگر فرض کنیم π_{ij} احتمال آن باشد که واحدهای iام و jام جامعه به‌طور هم‌زمان در نمونه قرار گیرند و π_i احتمال آن باشد که واحد iام جامعه در نمونه قرار گیرد، به ازای $i, j = 1, \ldots, N$ و $i \neq j$ وقتی نسبت $\frac{\pi_{ij}}{\pi_i}$ برابر $\frac{1}{9}$ باشد، حجم نمونه کدام است؟

۱) ۹

۲) ۱۰

۳) ۱۱

۴) ۱۲

۱۲۱- در نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری به حجم n از جامعه متناهی به حجم N، انتظار می‌رود چند عنصر تنها یک بار در نمونه ظاهر شوند؟

۱) $n(1-\frac{1}{N})^{n-1}$

۲) $\frac{1}{N}(1-\frac{1}{N})^{n}$

۳) $\frac{n}{N}(1-\frac{1}{N})^{n-1}$

۴) $N\left[1-(1-\frac{1}{N})^{n}\right]$

۱۲۲- فرض کنید در جامعه‌ای به حجم N رابطهٔ $\sum_{k=1}^{N} y_k^2 = \sum_{k=1}^{N} y_k$ برقرار باشد. می‌خواهیم میانگین این جامعه را بر اساس یک نمونه تصادفی ساده به حجم n برآورد کنیم. در چه صورتی واریانس برآوردگر ناریب میانگین، بیشترین مقدار خود را اختیار می‌کند؟

۱) میانگین جامعه برابر $\frac{N}{2}$ باشد.

۲) میانگین جامعه برابر $\frac{1}{2}$ باشد.

۳) میانگین جامعه برابر با $\frac{N+1}{2}$ باشد.

۴) در هر حال واریانس برآوردگر میانگین جامعه کران بالا ندارد.

۱۲۳- می‌دانیم k عنصر اول جامعه‌ای به حجم N فاقد صفت خاص می‌باشد. لذا به منظور برآورد نسبت این صفت (P)، یک نمونه n تایی از $N-k$ عنصر آخر جامعه به روش تصادفی ساده و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. اگر $\hat{P}$ نسبت مشاهده شده در این نمونه باشد، برآوردگر ناریب P کدام است؟

۱) $\hat{P}$

۲) $\frac{k}{N}\hat{P}$

۳) $\hat{P}+\frac{k}{N}$

۴) $(1-\frac{k}{N})\hat{P}$

۱۲۴- در نمونه‌گیری تصادفی ساده برای برآورد میانگین صفت y در جامعه و در مقایسه با برآوردگر معمولی $\bar{y}$، برآوردگر نسبتی و برآوردگر رگرسیونی وقتی صفت کمکی، صفت x بوده و عرض از مبدأ خط رگرسیون y بر x نزدیک صفر باشد، عبارت صحیح کدام است؟

۱) برآوردگر نسبتی از رگرسیونی دقیق‌تراست.

۲) برآوردگر نسبتی اغلب از برآوردگر معمولی دقیق‌تر است.

۳) برآوردگر معمولی از برآوردگر نسبتی دقیق‌تر است.

۴) برآوردگرهای معمولی، نسبتی و رگرسیونی معادل هستند.

۱۲۵- جامعه‌ای شامل ۱۰۰۰۰ نفر در قالب ۲۴۰۰ خانوار داریم. به طور تصادفی ساده و با جایگذاری و با احتمال متناسب با اندازه خانوار برای هر فرد، ۲۰ فرد از این جامعه انتخاب نموده و از هر فرد انتخاب شده جنس سرپرست خانوار سؤال شده است. اگر در نمونه به دست آمده فقط ۲ سرپرست زن درخانوارهای ۴ و ۵ نفر مشاهده شده باشند، برآورد ناریبی از نسبت خانوارهای دارای سرپرست زن کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۹}$

۲) $\frac{۹}{۲۰}$

۳) $\frac{۹}{۴۰۰}$

۴) $\frac{۳}{۳۲}$

۱۲۶- در مدل رگرسیون خطی سادهٔ $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$، $i=1,\dots,n$، $r_{x,y}$ ضریب همبستگی نمونه‌ای مشاهدات $\underset{\sim}{x}=(x_1,\dots,x_n)'$ و $\underset{\sim}{y}=(y_1,\dots,y_n)'$ است. اگر $\hat{\underset{\sim}{y}}=(\hat{y}_1,\dots,\hat{y}_n)$ مقدار پیش‌بینی شدهٔ y به روش کمترین توان‌های دوم باشد، ضریب همبستگی نمونه‌ای $\underset{\sim}{y}$ و $\hat{\underset{\sim}{y}}$ برحسب $r_{x,y}$ کدام است؟ (تابع $\operatorname{sign}(x)$ تابع علامت است)

۱) $\operatorname{sign}(\hat{\beta}_1) r_{x,y}$

۲) $\operatorname{sign}(\hat{\beta}_0) r_{x,y}$

۳) $r_{x,y}^2$

۴) $r_{x,y}$

۱۲۷- در برازش مدل رگرسیون خطی، اگر $\hat{y}_i$، $i=1,...,n$، مقادیر برازش داده شده (پیش‌بینی شده) برای پاسخ واحد آزمایشی iام و $e_i = y_i - \hat{y}_i$ باشند. مقدار $\text{cov}(y_i, \hat{y}_i)$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $\text{Var}(\hat{y}_i)$

۳) $\text{Var}(y_i)$

۴) $\text{Var}(e_i)$

۱۲۸- فرض کنید $Y_1,...,Y_n$ در رابطه زیر صدق کنند،

$$Y_i = \theta e^{x_i^2}(1+x_i^2)+\varepsilon_i \quad , \quad i=1,...,n$$

که در آن $x_1,...,x_n$ ثابت و $\varepsilon_1,...,\varepsilon_n \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma^2)$ هستند. برآورد MLE (ماکسیمم درستنمایی) θ کدام است؟

۱) $\hat{\theta}=\sum_{i=1}^{n} Y_i e^{x_i^2}(1+x_i^2) / \sum_{i=1}^{n}\left[e^{2x_i^2}(1+x_i^2)\right]$

۲) $\hat{\theta}=\sum_{i=1}^{n} Y_i e^{x_i^2} / \sum_{i=1}^{n}\left[e^{x_i^2}(1+x_i^2)^2\right]$

۳) $\hat{\theta}=\sum_{i=1}^{n} Y_i e^{x_i^2}(1+x_i^2) / \sum_{i=1}^{n}\left[e^{x_i^2}(1+x_i^2)\right]$

۴) $\hat{\theta}=\sum_{i=1}^{n} Y_i e^{x_i^2}(1+x_i^2) / \sum_{i=1}^{n}\left[e^{2x_i^2}(1+x_i^2)^2\right]$

۱۲۹- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $y_i=\beta_0+\beta_1 x_i+\varepsilon_i$، $N(0,\sigma^2)$ $\varepsilon_i \overset{iid}{\sim}$ و $i=1,2,...,n$، واریانس مجموع مربعات رگرسیونی یعنی $\text{Var}(SSR)$ کدام است؟

۱) σ^4

۲) $2\sigma^4$

۳) $2\sigma^4$ تحت فرض $H_0:\beta_1=0$

۴) σ^4 تحت فرض $H_0:\beta_1=0$

۱۳۰- در یک نمونهٔ تصادفی ۱۸ تایی از زوج مرتب‌های (x_i, y_i) مقدار ضریب همبستگی r برابر ۰/۶ شده است. اگر β_1 ضریب رگرسیون خطی y روی x باشد، مقدار آماره F جدول آنالیز واریانس رگرسیون خطی ساده کدام است؟

۱) ۸/۱

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۱/۲

۱۳۱- در مدل رگرسیون خطی ساده فرض کنید $\hat{y}(\bar{x})$ و $\hat{y}(\bar{x}+a)$ مقادیر پیش‌بینی به ترتیب در نقاط $\bar{x}$ و $\bar{x}+a$ برای هر عدد طبیعی a باشد به طوری که $\bar{x}+a$ در محدودهٔ تغییرات مشاهدات باشد. برای n مشاهدهٔ با واریانس خطای σ^2، مقدار $\frac{Var[\hat{y}(\bar{x}+a)]}{Var[\hat{y}(\bar{x})]}$ بر حسب $S_{xx}=\sum(x_i-\bar{x})^2$ کدام است؟

۱) $1+\frac{na^2}{S_{xx}}$

۲) $1-\frac{a^2}{nS_{xx}}$

۳) $1-\frac{na^2}{S_{xx}}$

۴) $1+\frac{a^2}{nS_{xx}}$

۱۳۲- در مدل رگرسیونی $\underset{\sim}{y}=X\underset{\sim}{\beta}+\underset{\sim}{\varepsilon}$ با $E(\underset{\sim}{\varepsilon})=0$، ماتریس X شامل r متغیر مستقل است. حال فرض کنید که مدل واقعی شامل s متغیر مستقل دیگر باشد که در ماتریس Z هستند؛ یعنی مدل واقعی به شکل $\underset{\sim}{y}=X\underset{\sim}{\beta}+Z\underset{\sim}{\theta}+\underset{\sim}{\varepsilon}$ است. اگر برآورد $\underset{\sim}{\beta}$ در مدل واقعی، $\underset{\sim}{b}=(X'X)^{-1}X'y$ اختیار شود، مقدار اریبی $\underset{\sim}{b}$ برای $\underset{\sim}{\beta}$ کدام است؟

۱) $(X'X)^{-1}X'Z\underset{\sim}{\theta}$

۲) $(X'X)^{-1}X'y\underset{\sim}{\beta}$

۳) صفر

۴) $(X'X)^{-1}X'y$

۱۳۳- دو متغیر تبیینی x_1 و x_2 به ترتیب وارد مدل رگرسیونی $y=\beta_0+\varepsilon$ می‌شوند. ضریب تعیین مدل در مرحلهٔ اول ۰٫۳ و در مرحلهٔ دوم برابر ۰٫۶ است. اگر ماتریس X با ابعاد $n\times 3$ دارای خاصیت $X'X=3I$ باشد، گزینهٔ صحیح کدام است؟

۱) $S_{x_1x_1}>S_{x_2x_2}\,,\ \hat{\beta}_1^2>\hat{\beta}_2^2$

۲) $S_{x_1x_1}<S_{x_2x_2}\,,\ \hat{\beta}_1^2=\hat{\beta}_2^2$

۳) $S_{x_1x_1}<S_{x_2x_2}\,,\ \hat{\beta}_1^2>\hat{\beta}_2^2$

۴) $S_{x_1x_1}>S_{x_2x_2}\,,\ \hat{\beta}_1^2=\hat{\beta}_2^2$

۱۳۴- در مدل رگرسیون خطی چندگانهٔ $y = X\beta + \varepsilon$ با مشاهدات مستقل و هم واریانس، اگر h_{ij} نشان دهندهٔ مؤلفهٔ سطر iام و ستون jام ماتریس $H = X(X'X)^{-1}X'$ باشد، مقدار واریانس باقیماندهٔ iام $(e_i = y_i - \hat{y}_i)$ کدام است؟

۱) $\sigma^{2} h_{ii}$

۲) $\sigma^{2}(1-h_{ii})^{2}$

۳) $\sigma^{2}h_{ii}^{2}$

۴) $\sigma^{2}(1-h_{ii})$

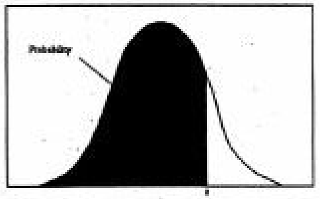
۱۳۵- مدل رگرسیونی اول به صورت $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$ و مدل رگرسیونی دوم به صورت $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon^*$ است که بر اساس نمونه‌ای به حجم ۱۰، مجموع مربعات خطای مدل اول و دوم به ترتیب برابر ۱۵۰ و ۲۰۰ و مجموع مربعات رگرسیون مدل اول و دوم به ترتیب ۱۹۰ و ۱۴۰ است. مقدار آمارهٔ آزمون برای آزمون $H_0 : \beta_2 = 0$ در مدل رگرسیونی اول، کدام است؟

۱) ۲

۲) $\frac{۷}{۳}$

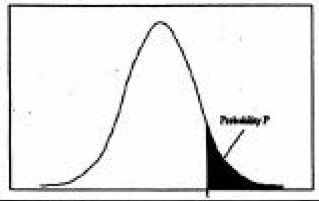
۳) ۳

۴) $\frac{۸}{۳}$



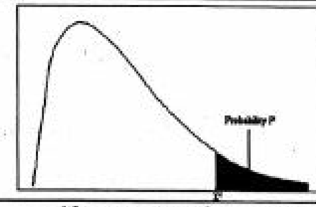
سطح زیر منحنی نرمال استاندارد

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.4878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998



مقادیر بحرانی توزیع t

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756



مقادیر بحرانی توزیع مربع کای

df\a	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.795
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.962	49.644
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.278	50.993
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.335
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671