isipaper.org

304F

F 304

نام:
نام خانوادگی:
محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۱۳۹۵/۱۲/۶
دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل ـ سال ۱۳۹۶

رشتهٔ امتحانی مهندسی مکانیک ـ مکانیک جامدات (کد ۲۳۲۲)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعهٔ دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی ـ مکانیک محیط پیوسته ـ تئوری الاستیسیته)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه ـ سال ۱۳۹۵

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

isipaper.org

ریاضیات مهندسی:

۱- با فرض اینکه $x = -2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\sin(nx)$ ، $-\pi < x < \pi$ و $|x| = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2}$ ، $-\pi < x < \pi$

آنگاه سری فوریهٔ مثلثاتی تابع $f(x) = \begin{cases} x & , 0 < x < \pi \\ 0 & , -\pi < x \le 0 \end{cases}$ کدام است؟

۱) $f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}\cos(2k-1)x - \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}(-1)^k\sin(kx)$

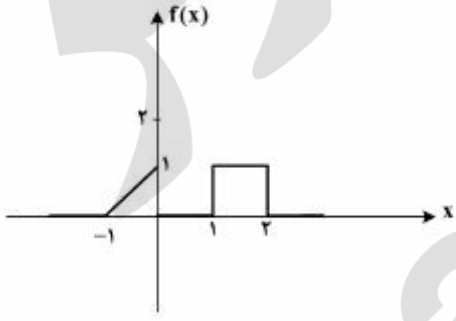
۲) $f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}\cos(2k-1)x + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}(-1)^k\sin(kx)$

۳) $f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}\cos(2k-1)x - \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}(-1)^k\sin(kx)$

۴) $f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}\cos(2k-1)x + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}(-1)^k\sin(kx)$

۲- برای تابع نشان داده شده در شکل، چنانچه نمایش انتگرال فوریهٔ آن را به‌صورت زیر در نظر بگیریم:

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}[A(\omega)\cos\omega x + B(\omega)\sin\omega x]d\omega$$



آنگاه حاصل انتگرال $\int_0^{\infty}[A(\omega)]^2 d\omega$ کدام است؟

۱) ۰

۲) $\frac{2}{3\pi}$

۳) $\frac{2}{3}$

۴) $\frac{2\pi}{3}$

۳- اگر $f(x) = \int_0^{\infty}\frac{2\omega}{1+\omega^2}\sin\omega x\, d\omega$ ، آنگاه $I = \int_0^{\infty} f(x)\sin^3 x\, dx$ کدام است؟

۱) $\frac{3\pi}{10}$

۲) $\frac{3\pi}{5}$

۳) $\frac{5\pi}{12}$

۴) $\frac{8\pi}{25}$

isipaper.org

۴- معادلهٔ دیفرانسیل با مشتقات جزئی $u_{xx}+u_{yy}+u_y-u=0$ در داخل مستطیل $a<x<b$ و $0<y<1$ به همراه شرایط مرزی $u(a,y)=u(b,y)=0$ و $u(x,0)=0$ داده شده است. اگر برای این مسئله $u(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty} c_k u_k(x,y)$ باشد، که در آن c_k ها ضرایب ثابت هستند، آنگاه تابع $u_k(x,y)$ کدام است؟

۱) $(e^{r_1 y}-e^{r_2 y})\sin\alpha_k(b-x), \alpha_k=\frac{k\pi}{b+a}, r=\frac{-1\pm\sqrt{1+4(1+\alpha_k^2)}}{2}$

۲) $(e^{r_1 y}-e^{r_2 y})\sin\alpha_k(b-x), \alpha_k=\frac{k\pi}{b-a}, r=\frac{-1\pm\sqrt{2+\alpha_k^2}}{2}$

۳) $(e^{r_1 y}-e^{r_2 y})\sin\alpha_k(b+x), \alpha_k=\frac{k\pi}{b-a}, r=\frac{-1\pm\sqrt{1+4(1+\alpha_k^2)}}{2}$

۴) $(e^{r_1 y}-e^{r_2 y})\sin\alpha_k(b-x), \alpha_k=\frac{k\pi}{b-a}, r=\frac{-1\pm\sqrt{1+4(1+\alpha_k^2)}}{2}$

۵- برای حل مسئلهٔ مقدار مرزی غیرهمگن داده شده با شرایط اولیه و مرزی همگن به‌صورت زیر:

$$\begin{cases}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+(1-x)\sin t=\frac{\partial u}{\partial t}, & 0<x<1,\ t>0\\ u(0,t)=u(1,t)=u(x,0)=0, & 0<x<1,\ t>0\end{cases}$$

می‌توان از بسط فوریه به‌صورت زیر استفاده نمود.

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty} U_n(t)\sin(n\pi x),\quad F(x,t)=(1-x)\sin t=\sum_{n=1}^{\infty} F_n(t)\sin(n\pi x)$$

کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

۱) $u_n'(t)-n^2\pi^2 u_n(t)=\frac{\sin t}{n\pi},\ F_n(t)=\frac{2}{n\pi}\sin t$

۲) $u_n'(t)-n^2\pi^2 u_n(t)=\frac{2\sin t}{n\pi},\ F_n(t)=\frac{1}{n\pi}\sin t$

۳) $u_n'(t)+n^2\pi^2 u_n(t)=\frac{2\sin t}{n\pi},\ F_n(t)=\frac{2}{n\pi}\sin t$

۴) $u_n'(t)+n^2\pi^2 u_n(t)=\frac{\sin t}{n\pi},\ F_n(t)=\frac{1}{n\pi}\sin t$

isipaper.org

۶- مسئلهٔ مقدار اولیهٔ $\frac{\partial^۲ y}{\partial t^۲} = c^۲ \frac{\partial^۲ y}{\partial x^۲}$ ، $-\infty < x < \infty$ ، $t > ۰$ با شرایط اولیهٔ $y(x,۰) = e^{-|x|}$ ، $\frac{\partial y}{\partial t}(x,۰) = ۰$ با فرض آن که پاسخ مسئله به شکل $y(x,t) = \int_۰^{\infty} [a(\omega)\cos(\omega x) + b(\omega)\sin(\omega x)].\cos(\omega c t)\,d\omega$ باشد، آنگاه $a(\omega)$ و $b(\omega)$، کدام است؟

۱) $a(\omega) = ۰$ ، $b(\omega) = \frac{۱}{\pi(۱+\omega^۲)}$

۲) $a(\omega) = \frac{۲}{\pi(۱+\omega^۲)}$ ، $b(\omega) = ۰$

۳) $a(\omega) = \frac{۱}{\pi(۱+\omega^۲)}$ ، $b(\omega) = ۰$

۴) $a(\omega) = ۰$ ، $b(\omega) = \frac{۲}{\pi(۱+\omega^۲)}$

۷- به ازای کدام ثابت‌های γ، معادلهٔ دیفرانسیل با مشتقات جزئی $\frac{\partial^۲ w}{\partial x \partial y} + \gamma w = ۰$ دارای جواب کراندار غیر صفر به‌صورت $w(x,y) = F(x)G(y)$، در تمام ربع اول صفحهٔ xy می‌باشد؟

۱) $\gamma < ۰$

۲) $\gamma > ۰$

۳) $\forall \gamma \in \mathbb{R}$

۴) مسئله جواب ندارد

۸- اگر $z = x + iy$ عدد مختلط باشد، آنگاه $\mathrm{Im}(\frac{z}{\pi}.\cosh z)$، (قسمت موهومی) کدام است؟

۱) $\frac{x}{\pi}\cosh x \cos y - \frac{y}{\pi}\sinh x \sin y$

۲) $\frac{x}{\pi}\sinh x \sin y + \frac{y}{\pi}\cos h\, x \cos y$

۳) $\frac{x}{\pi}\sinh x \cos y + \frac{y}{\pi}\cosh x \sin y$

۴) $-\frac{x}{\pi}\sinh x \sin y + \frac{y}{\pi}\cos h\, x \cos y$

۹- اگر $\mathrm{Im}(\mathrm{Log}\frac{z-۱}{z+۱}) = c$ (قسمت موهومی) و c ثابت و مخالف صفر باشد، آنگاه بیان این معادله برحسب x و y کدام است؟

۱) $x^۲ + (y - \cot c)^۲ = ۱$

۲) $x^۲ + (y - \tan c)^۲ = \frac{۱}{\cos^۲ c}$

۳) $x^۲ + (y - \cot c)^۲ = \frac{۱}{\sin^۲ c}$

۴) $x^۲ + (y - \tan c)^۲ = \tan^۲ c$

۱۰- حداکثر مقدار $|e^{۳z-i}|$، در ناحیهٔ $|z| \le \frac{۱}{۲}$، کدام است؟

۱) ۱

۲) e

۳) $e^۲$

۴) $e^{\frac{۳}{۲}}$

۱۱- تصویر نیمِ صفحهٔ سمت چپ محور موهومی تحت نگاشت $w = \tanh z$، کدام است؟

۱) نیم صفحهٔ سمت راست محور موهومی

۲) نیم صفحهٔ پایینی محور حقیقی

۳) نیم صفحهٔ بالایی محور حقیقی

۴) نیم صفحهٔ چپ محور موهومی

isipaper.org

۱۲- اگر $f(z)$ یک تابع تام (در کل صفحهٔ مختلط تحلیلی)، $f(0)=1$ و $|f(z)+i-z^2|\le 2$ ، برای هر $z\in\mathbb{C}$، که در آن $i=\sqrt{-1}$ ، آنگاه مقدار $f(2)$ کدام است؟

۱) صفر
۲) i
۳) ۲
۴) ۵

۱۳- در بسط تیلور تابع $f(z)=z\sin z$ حول $z=i$ ، ضریب $(z-i)^5$ کدام است؟

۱) $\frac{i}{5!}(\sinh 1+5\cosh 1)$
۲) $\frac{i}{5!}(\cosh 1+5\sinh 1)$
۳) $\frac{i}{5!}(\sinh 1+\cosh 1)$
۴) $\frac{i}{5!}(\cosh 5+\sinh 5)$

۱۴- اگر C مربع $|x|+|y|=4$ پیموده شده در جهت مثلثاتی باشد، آنگاه مقدار انتگرال $\oint_C \frac{z}{1+e^z}dz$ ، کدام است؟

۱) ۰
۲) $2\pi^2$
۳) $4\pi^2$
۴) $4\pi^2 i$

۱۵- اگر تابع مختلط $f(z)$ دارای سری لوران $f(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n z^n$ در طوق $1-\delta<|z|<1+\delta$ ، $\delta>0$، باشد و قرار دهیم $F(\theta)=f(e^{i\theta})=\sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{im\theta}$ ، آنگاه بیان c_n برحسب $F(\theta)$ کدام است؟

۱) $c_n=\int_0^{2\pi} e^{-in\theta}F(\theta)d\theta$
۲) $c_n=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{in\theta}F(\theta)d\theta$
۳) $c_n=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{-in\theta}F(\theta)d\theta$
۴) $c_n=0$

مکانیک محیط پیوسته:

۱۶- تانسور دکارتی $A=\begin{bmatrix}1+4x_1^2 & 0 & 2x_1\\ 0 & 3x_2^2 & 0\\ 2x_1 & 0 & -(3+x_3^2)\end{bmatrix}$، در نقطهٔ $(1,1,1)$، چگونه است؟

۱) معین مثبت
۲) معین منفی
۳) نامعین
۴) نیمه معین مثبت

isipaper.org

۱۷- برای تغییر شکل همگن $x_1 = X_1 + \alpha X_2 + \alpha\beta X_3$ ، $x_2 = \alpha\beta X_1 + X_2 + \beta^2 X_3$ و $x_3 = X_1 + X_2 + X_3$ که در آن α و β ثابت‌ها هستند، کدام رابطه بین ثابت‌ها برقرار باشد، تا تغییر شکل ایزوکوریک شود؟

۱) $\beta = \frac{\alpha^2 + \alpha}{\alpha^2 + \alpha - 1}$

۲) $\beta = \frac{\alpha^2 + \alpha}{\alpha^2 + \alpha + 1}$

۳) $\beta = \frac{\alpha^2 - \alpha}{\alpha^2 - \alpha + 1}$

۴) $\beta = \frac{\alpha^2 - \alpha}{\alpha^2 - \alpha - 1}$

۱۸- حاصل عبارت $\varepsilon_{nji}\,\varepsilon_{mnp}\,\varepsilon_{imj}$، برابر کدام است؟ (ε_{ijk} نماد جایگشت است).

۱) بردار صفر

۲) عدد صفر

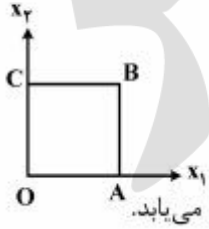
۳) $2\delta_{mn}$

۴) $2\delta_{mp}$

۱۹- مؤلفه‌های تغییر مکان به صورت زیر داده شده است:

$$u_1 = kX_2^2 \quad , u_2 = u_3 = 0$$

مربع OABC به ابعاد واحد که به شکل زیر است، تحت میدان تغییر مکان فوق قرار گرفته است. با استفاده از تانسور کرنش برای المان‌های مادی $d\vec{x}^1 = dx_1 e_1$ و $d\vec{x}^2 = dx_2 e_2$ که ابتدا در نقطهٔ C قرار داشته‌اند، چه می‌توان گفت؟



۱) طول $d\vec{x}^1$ و $d\vec{x}^2$ تغییری نمی‌کند ولی زاویهٔ بین آنها به اندازهٔ $2k$ از 90° اولیه، کاهش می‌یابد.

۲) طول المان $d\vec{x}^2$ ثابت می‌ماند ولی طول $d\vec{x}^1$ افزوده می‌شود و زاویهٔ بین آنها نیز تغییری نمی‌کند.

۳) طول $d\vec{x}^1$ و $d\vec{x}^2$ تغییری نمی‌کند ولی زاویهٔ بین آنها برابر $2k$ می‌شود.

۴) طول المان $d\vec{x}^1$ و $d\vec{x}^2$ تغییر می‌کند و زاویهٔ بین آنها کاهش می‌یابد.

۲۰- با منطبق کردن محورهای مادی (material) و فضایی (spatial)، بردار جابه‌جایی جسمی به صورت زیر داده شده است.

$$u = 4x_1^2\,\hat{e}_1 + x_2\,x_3^2\,\hat{e}_2 + x_1\,x_3^2\,\hat{e}_3$$

اگر نقطهٔ مادی (particle) در ابتدا در مکان (۱،۰،۲) باشد، مکان جدید آن کدام است؟

۱) $-5\hat{e}_1 + 6\hat{e}_3$

۲) $5\hat{e}_1 + 6\hat{e}_3$

۳) $4\hat{e}_1 + 5\hat{e}_2$

۴) $-4\hat{e}_1 + 5\hat{e}_3$

isipaper.org

۲۱- در صورتی که $\mathbf{r}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$ برداری از مبدأ به یک نقطهٔ دلخواه مانند $P(x,y,z)$ می‌باشد و $\mathbf{d}=a\mathbf{i}+b\mathbf{j}+c\mathbf{k}$ یک بردار ثابت است؛ $(\mathbf{r}-\mathbf{d}).\mathbf{r}=0$، معادلهٔ برداری کدام است؟

۱) استوانه
۲) بیضی
۳) دایره
۴) کره

۲۲- میدان سرعت در یک جریان پایدار با روابط زیر بیان می‌شود:

$$v_1=-ux_2 \quad , \quad v_2=ux_1 \quad , \quad v_3=v$$

که در آن u و v اعداد ثابتی هستند. معادلهٔ خطوط جریان، کدام است؟

۱) $x_1^2-vx_2^2=C$
۲) $x_1^2+vx_2^2=C$
۳) $x_1^2+x_2^2=C$
۴) $x_1^2-x_2^2=C$

۲۳- در یک محیط پیوسته، تانسور کرنش گرین به شرح زیر است:

$$E=\begin{bmatrix}\frac{5}{2} & 0 & 0\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

میزان اتساع (Stretch) برای برداری که در هیئت مرجع دارای راستای $(1,-1,1)$ می‌باشد، کدام است؟

۱) $\frac{16}{3}$
۲) $\sqrt{\frac{2}{3}}$
۳) $\frac{4}{3}$
۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

۲۴- مؤلفه‌های بردار سرعت در یک محیط پیوسته در بیان اویلری، به شرح زیر است:

$$v_i=\frac{x_i}{1+t}$$

مؤلفه‌های بردار شتاب a_i برابر کدام است؟

۱) $a_i=\frac{2x_i}{(1+t)^2}$
۲) $a_i=-\frac{2x_i}{(1+t)^2}$
۳) $a_i=-\frac{x_i}{(1+t)^2}$
۴) $a_i=0$

isipaper.org

۲۵- حالت تنش در نقطه‌ای از محیط پیوسته عبارت است از $\bar{\sigma} = -pI$ (I تانسور یکه است)، در این نقطه:

۱) تنش برشی روی هر صفحه‌ای که از آن نقطه می‌گذرد صفر است و سه جهت اصلی با مقدار ویژهٔ p یکسان دارد.

۲) تنش برشی روی هر صفحه‌ای که از آن نقطه می‌گذرد صفر و تمام جهت‌ها، جهت‌های ویژه با مقدار ویژهٔ p است.

۳) سه جهت اصلی وجود دارد که مقادیر ویژهٔ متناظر آنها با هم برابر است.

۴) در عمل هیچگاه چنین حالت تنشی پدید نمی‌آید.

۲۶- در مورد حاصل‌ضرب داخلی دو تانسور $\underline{A}$ و $\underline{B}$، کدام یک از گزینه‌های زیر نمایش اندیسی $Tr(\underline{A}\underline{B})$ می‌باشد؟

۱) $A_{ij} B_{km} \underline{e}_i \underline{e}_j \underline{e}_k \underline{e}_m$

۲) $A_{im} B_{mj} \underline{e}_i \underline{e}_j$

۳) $A_{im} B_{mi}$

۴) $A_{im} B_{mj}$

۲۷- حرکت پیوسته نسبت به محورهای فضایی یا اویلری، به شرح زیر داده شده است:

$$x_1 = X_1 e^t + X_2 (e^t - 1)$$
$$x_2 = X_2 (e^t - e^{-t}) + X_2$$
$$x_3 = X_3$$

Jacobian آن، کدام است؟

۱) ۱

۲) e^t

۳) e^{-t}

۴) $e^t - 1$

۲۸- اگر $\vec{x}$ و $\vec{X}$ موقعیت‌های جاری و اولیهٔ یک ذرهٔ مادی از محیط پیوسته باشند. و داشته باشیم $\vec{x} = \tilde{R}(t)\vec{X}$ که در آن $\tilde{R}$ یک تانسور متعامد است. در این صورت:

۱) محیط پیوستهٔ موردنظر مانند یک جسم صلب بدون دوران جابه‌جا می‌شود.

۲) تمام ذرات جسم به یک اندازه نسبت به یکدیگر، تغییر مکان می‌دهند.

۳) فاصلهٔ بین هر دو نقطهٔ مادی از جسم همواره ثابت می‌ماند.

۴) حرکتی رخ نمی‌دهد.

۲۹- یک مکعب به اضلاع واحد در معرض میدان تغییر مکان زیر قرار می‌گیرد:

$$u_1 = X_1(\lambda_1 - 1) \quad , \quad u_2 = -\lambda_3 X_3 - X_2 \quad , \quad u_3 = \lambda_2 X_2 - X_3$$

گزینهٔ درست در این مورد، کدام است؟

۱) حجم مکعب تغییر نمی‌کند، اما حول محور $\vec{e}_1$، ۹۰ درجه دوران می‌کند.

۲) حجم مکعب به اندازهٔ $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$ افزایش می‌یابد و حول محور $\vec{e}_1$، ۹۰ درجه دوران می‌کند.

۳) حجم مکعب به مقدار $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$ افزایش می‌یابد.

۴) مکعب در حرکت جسم صلب خواهد بود.

isipaper.org

۳۰- برای تغییر شکل ایجاد شده به وسیلهٔ نگاشت زیر، تانسور تغییر شکل $C = F^T F$، کدام است؟ (یادآوری $F = (\nabla_{\circ} \underset{\sim}{x})^T$ و $\nabla_{\circ} = \frac{\partial}{\partial \underset{\sim}{x}}$ و ~ علامت بردار است)

$$\chi(\underset{\sim}{X}) = \frac{۱}{۴}(۱۸ + ۴X_۱ + ۶X_۲)\underset{\sim}{e}_۱ + \frac{۱}{۴}(۱۴ + ۶X_۲)\underset{\sim}{e}_۲$$

۱) $\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۳ & ۹ \end{bmatrix}$

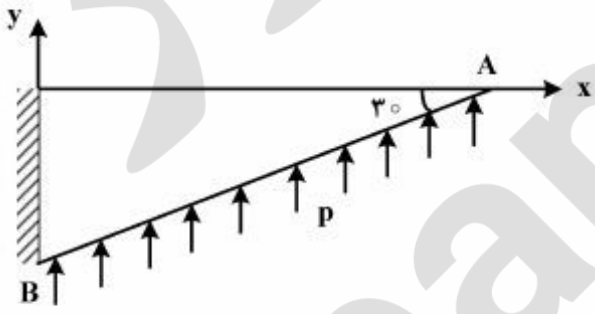
۲) $\frac{۱}{۳}\begin{bmatrix} ۳ & -۳ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}$

۳) $\frac{۱}{۴}\begin{bmatrix} ۱۳ & ۹ \\ ۹ & ۹ \end{bmatrix}$

۴) $\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix}$

تئوری الاستیسیته:

۳۱- کدام گزینه شرایط مرزی ضلع AB می‌باشد؟



۱) $\frac{۱}{۲}\sigma_x - \frac{\sqrt{۳}}{۲}\tau_{xy} = ۰$
$\frac{۱}{۲}\tau_{xy} - \frac{\sqrt{۳}}{۲}\sigma_y = P$

۲) $\frac{۱}{۲}\sigma_x - \frac{\sqrt{۳}}{۲}\tau_{xy} = ۰$
$\frac{\sqrt{۳}}{۲}\tau_{xy} - \frac{۱}{۲}\sigma_y = ۰$

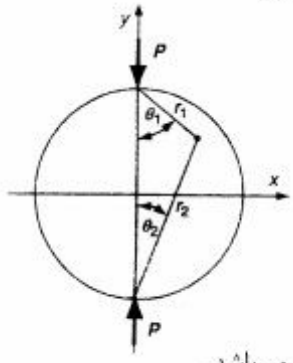
۳) $\frac{۱}{۲}\sigma_x + \frac{\sqrt{۳}}{۲}\tau_{xy} = ۰$
$\frac{۱}{۲}\tau_{xy} + \frac{\sqrt{۳}}{۲}\sigma_y = ۰$

۴) $\sigma_x = ۰$
$\sigma_y = P$

isipaper.org

isipaper.org

۳۲- شکل زیر یک دیسک را تحت فشار قطری P نشان می‌دهد. آیا می‌توان آنرا برای تعیین مقاومت کشش اجسام ترد مثل بتن و سنگ به کار برد؟ D قطر دیسک و میدان تنش به صورت زیر می‌باشد.



$$\sigma_x = -\frac{2P}{\pi}\left[\frac{(R-y)x^2}{r_1^4}+\frac{(R+y)x^2}{r_2^4}-\frac{1}{D}\right]$$

$$\sigma_y = -\frac{2P}{\pi}\left[\frac{(R-y)^3}{r_1^4}+\frac{(R+y)^3}{r_2^4}-\frac{1}{D}\right]$$

$$\tau_{xy} = \frac{2P}{\pi}\left[\frac{(R-y)^2x}{r_1^4}-\frac{(R+y)^2x}{r_2^4}\right]$$

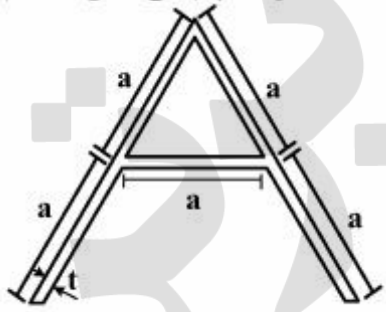
۱) بلی چون در امتداد قطر بارگذاری شده است و جسم تحت کشش یکنواخت می‌باشد.

۲) بلی چون در امتداد محور x تحت کشش یکنواخت می‌باشد.

۳) خیر چون محور y تحت فشار می‌باشد.

۴) خیر چون کل جسم تحت فشار می‌باشد.

۳۳- مقطع نشان داده شده با ضخامت ثابت t تحت گشتاور پیچشی T قرار گرفته است. ظرفیت پیچشی مقطع به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ ($\frac{a}{t}=10$)



۱) $154t^3$

۲) $84\sqrt{3}t^3$

۳) $51\sqrt{3}t^3$

۴) $59\sqrt{3}t^3$

۳۴- اگر در یک مسئلهٔ تنش صفحه‌ای، میدان تغییر مکان داخل صفحه فقط وابسته به مدول یانگ E باشد، تغییر مکان‌های مسئلهٔ کرنش صفحه‌ای هم ارز در مقایسه با مسئله تنش صفحه‌ای، چگونه خواهند بود؟

۱) بزرگتر ۲) تابع نسبت پواسون

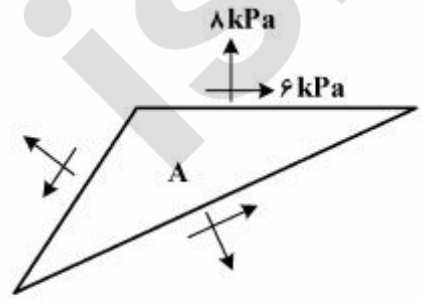
۳) کوچکتر ۴) مساوی

۳۵- چنانچه $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ تنش‌های اصلی برای یک صفحهٔ دلخواه با بردار نرمال n و بردار تنش T^n متعلق به آن صفحه باشد، آنگاه جمع اندازه‌های بردار برشی مماس بر صفحه و بردار نرمال بر صفحه کدام است؟

۱) $\sigma_1^2 n_1 + \sigma_2^2 n_2 + \sigma_3^2 n_3$ ۲) $\sigma_1^2 n_1^2 + \sigma_2^2 n_2^2 + \sigma_3^2 n_3^2$

۳) $\sigma_1 n_1^2 + \sigma_2 n_2^2 + \sigma_3 n_3^2$ ۴) $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2$

۳۶- المان صفحه‌ای در نقطهٔ A از جسمی، به صورت شکل زیر می‌باشد. در صورتی که در این المان برش‌خالص حادث شود، مقدار تنش نرمال بر روی صفحه‌ای به معادلهٔ $2x-3y-z+1=0$ که از این نقطه می‌گذرد، برابر با چند کیلوپاسکال است؟



۱) صفر ۲) $\frac{5}{3}$

۳) $\frac{17}{9}$ ۴) $\frac{16}{3}$

isipaper.org

۳۷- فشار ئیدرواستاتیک، سبب کدام مورد می‌شود؟

۱) افزایش تنش وُن میسز
۲) بدون اثر در تنش وُن میسز
۳) فشار ئیدرواستاتیک برابر با تنش وُن میسز
۴) کاهش تنش وُن میسز

۳۸- به کدام علت، در رابطهٔ انرژی کرنشی مجازی، ضریب $\frac{۱}{۲}$ وجود ندارد؟

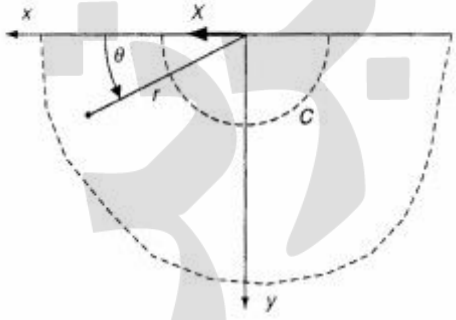
۱) ثابت بودن کرنش
۲) دو برابر بودن تنش در برابر کرنش
۳) دو برابر بودن کرنش در برابر تنش
۴) ثابت بودن تنش

۳۹- اگر مؤلفه‌های تانسور تنش در نقطه‌ای از جسم، به صورت زیر باشد، بردار Traction که دو مؤلفهٔ آن $T_۱ = T_۲ = ۰$، کدام است؟

$$\sigma = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۴ \\ ۰ & ۳ & ۶ \\ ۴ & ۶ & ۰ \end{bmatrix}$$

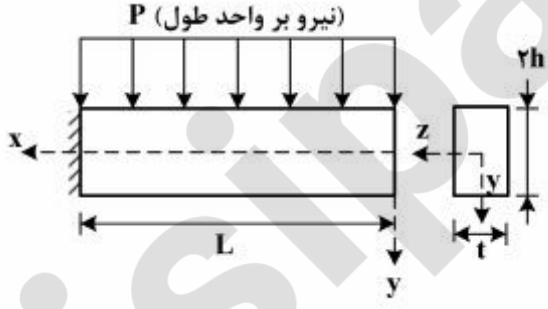
۱) $\pm\frac{۲۰}{۳}$
۲) $\pm\frac{۳}{۲۰}$
۳) $\pm\frac{۴۰}{۳}$
۴) $\pm\frac{۳}{۴۰}$

۴۰- در نیم فضای شکل زیر، میدان تنش چگونه است؟



۱) فقط تنش برشی به موازات سطح آزاد
۲) فقط تنش قائم در راستای r
۳) ترکیبی از تنش‌های قائم و برشی
۴) فقط تنش برشی عمود بر r

۴۱- با استفاده از روش نیمه معکوس، رابطهٔ مؤلفهٔ تنش σ_{xy} در مسئلهٔ زیر برحسب ممان اینرسی سطح مقطع (I)، کدام است؟ توزیع تنش عمودی در جهت x را به صورت $\sigma_{xx} = -\frac{Px^۲y}{۲I}$ فرض کنید.



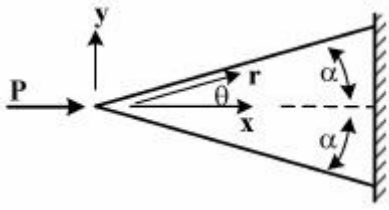
۱) $\frac{Px^۲t}{۲I}(y+h)$
۲) $\frac{Px^۲t}{۲I}(y-h)$
۳) $\frac{Px}{۲I}(y^۲-h^۲)$
۴) $\frac{Pxt}{۲I}(y^۲-h^۲)$

isipaper.org

۴۲- گوهٔ زیر را تحت بارگذاری محوری P در نظر بگیرید. تابع تنش ایری برای این مسئله به صورت $\varphi = A\,Pr\theta\sin\theta$ است. (A یک ثابت می‌باشد). مقدار A، کدام است؟ (ضخامت واحد است).

فرضیات: برای حل مسئله می‌توانید از رابط زیر استفاده کنید:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2\varphi}{r^2\partial\theta^2}\ ,\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}\ ,\ \sigma_{r\partial\theta} = \frac{-\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right)$$



۱) $A = -\frac{1}{2\alpha + \cos 2\alpha}$

۲) $A = -\frac{1}{\alpha + \sin\alpha}$

۳) $A = -\frac{1}{2\alpha + \sin 2\alpha}$

۴) $A = -\frac{1}{\alpha + \cos\alpha}$

۴۳- در یک جسم الاستیک خطی، همگن و ایزوتروپیک، روابط تنش ـ کرنش و کرنش ـ تنش به شرح زیر داده شده است:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right] \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\right] \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right] \\ \gamma_{xy} = \tau_{xy}/G\ ,\ \gamma_{yz} = \tau_{yz}/G\ ,\ \gamma_{zx} = \tau_{zx}/G \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} \sigma_x = \lambda\varepsilon + 2G\varepsilon_x \\ \sigma_y = \lambda\varepsilon + 2G\varepsilon_y \\ \sigma_z = \lambda\varepsilon + 2G\varepsilon_z \\ \tau_{xy} = G\gamma_{xy}\ ,\ \tau_{yz} = G\gamma_{yz}\ ,\ \tau_{zx} = G\gamma_{zx} \end{cases}$$

که در آن $\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ است. مفهوم فیزیکی ε و مقدار λ چیست؟

۱) ε جمع کرنش‌ها است. $\lambda = \frac{\nu E}{(1-\nu)(1+\nu)}$

۲) ε کرنش حجمی است. $\lambda = \frac{\nu E}{2(1+\nu)}$

۳) ε کرنش حجمی است. $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$

۴) ε فقط جمع کرنش‌ها است. $\lambda = \frac{E}{2(1+\nu)}$

۴۴- در یک جسم الاستیک خطی، همگن و ایزوتروپیک، کرنش‌های زیر داده شده‌اند:

$$\varepsilon_x = c_1(x^2 + y^2) + (x^4 + y^4)$$
$$\varepsilon_y = c_2(x^2 + y^2) + (x^4 + y^4)$$
$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$
$$\gamma_{xy} = c_3 xy(x^2 + y^2 + c_4)$$

برای اینکه رابطهٔ سازش برقرار باشد، مقدار ثابت‌های c_1 تا c_4 و یا رابطهٔ بین آنها چگونه است؟

۱) $c_1 = 0\ ,c_2 = 2, c_3 = c_4$

۲) $c_1 = 0\ ,c_2 + c_3 = c_4$

۳) $c_1 = c_2, c_3 = 2c_4$

۴) $c_3 = 4\ ,c_1 + c_2 = 2c_4$

۴۵- با تغییر جهت صفحهٔ عبوری از یک نقطه در جسم الاستیک، انتهای بردار **Traction**، چه مسیری را طی می‌کند؟

۱) بیضی‌گون ۲) دایره ۳) کره ۴) مستطیل