isipaper.org

کد کنترل

277

E

277E

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

صبح جمعه
۱۳۹۶/۱۲/۴
دفترچهٔ شماره (۱)

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ــ سال ۱۳۹۷

رشتهٔ فوتونیک (کد ۲۲۳۹)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: فیزیک مدرن ــ مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ــ الکترومغناطیس والکترودینامیک	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

isipaper.org

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- شدت تابش گرمایی خورشید در سطح زمین I است. اگر زمین تمام این انرژی را جذب کند و سپس مانند یک جسم سیاه تابش کند، دمای متناظر با این تابش کدام است؟ (R شعاع کرهٔ زمین و σ ثابت استفان بولتزمن است)

۱) $\left(\frac{I}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$

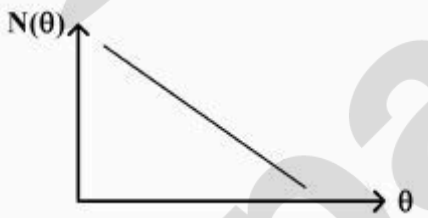
۲) $\left(\frac{I}{4\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$

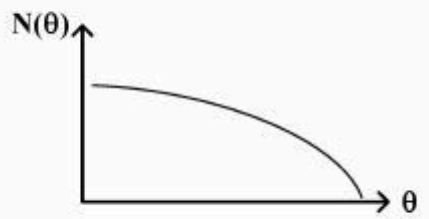
۳) $\left(\frac{I}{4R^2\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$

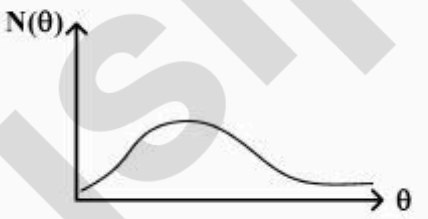
۴) $\left(\frac{I}{R^2\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$

۲- کدام نمودار بستگی آهنگ تعداد ذرات پراکنده شده را برحسب زاویه پراکندگی در آزمایش راترفورد درست نشان می‌دهد؟

۱)

۲)


۳)


۴)


isipaper.org

۳- از دید ناظر ساکن نیمه‌عمر ذراتی $3\mu s$ است. تعداد ۱۰۰۰۰ از این ذرات در یک سفینه است که با سرعت $0/8c$ نسبت به زمین در حال حرکت است. پس از گذشت مدت زمانی، تعداد این ذرات ۲۵۰۰ می‌شود. از دید ناظر ساکن در زمین، سفینه در این مدت چند متر جابه‌جا شده است؟

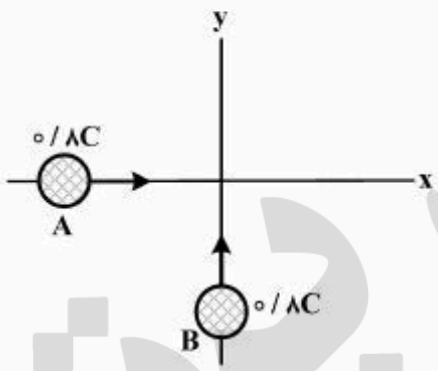
۱) ۱۴۴۰

۲) ۲۴۰۰

۳) ۸۰۰

۴) ۴۸۰

۴- دو پروتون A و B با سرعت $0/8c$ در راستای مثبت محورهای x و y مطابق شکل به یکدیگر نزدیک می‌شوند. انرژی در حال سکون هر یک E_0 است. انرژی کل مجموعه از دید ناظر واقع بر پروتون A چند برابر E_0 است؟



۱) $\frac{5}{3}$

۲) $\frac{10}{3}$

۳) $\frac{25}{9}$

۴) $\frac{34}{9}$

۵- ذره اول به جرم سکون m_1 و تندی $0/8c$ در یک مسیر مستقیم به سمت راست در حرکت است. ذره دوم به جرم سکون m_2 و تندی $0/6c$ در همان راستا به سمت چپ در حرکت است. این دو ذره با یکدیگر برخورد روی در روی کرده و ذره‌ای ساکن به جرم M تولید می‌شود. مقدار $\frac{m_2}{m_1}$ کدام است؟

۱) $\frac{16}{9}$

۲) $\frac{3}{4}$

۳) $\frac{9}{16}$

۴) $\frac{4}{3}$

۶- فرض کنید چشم انسان قادر است در هنگامی که به تاریکی عادت کرده است تا حداقل ۱۰ فوتون در ثانیه را ببیند. در این صورت یک لامپ $60W$ حداکثر از چند کیلومتری قابل رویت است؟ (فرض‌کنید طول موج نور لامپ $500nm$ و قطر مردمک چشم $0/6cm$ است. از پراکندگی نور در طول مسیر صرف‌نظر کنید.)

۱) ۲۴

۲) ۵۸

۳) ۲۴۰۰۰

۴) ۵۸۰۰

isipaper.org

۷- اگر یک الکترون و یک پروتون، طول موج دوبروی یکسان داشته باشند، در این صورت برای این دو ذره کدام کمیت مقدار یکسانی دارد؟ (E انرژی کل هر ذره و E_0 انرژی سکون هر ذره است)

۱) $E - E_0$

۲) $\frac{E}{E_0}$

۳) $E^2 - E_0^2$

۴) $E + E_0$

۸- در یک میکروسکوپ الکترونی، یک الکترون با سرعت $10^7 \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. طول موج دوبروی وابسته تقریباً چند آنگستروم است؟ ($m_e = 9/1 \times 10^{-31} kg$)

۱) ۰/۷۴

۲) ۷/۴

۳) ۷۴

۴) ۷۴۰

۹- طول موج تابشی از یون Li^{++} در گذار الکترون از اولین حالت برانگیخته به حالت پایه تقریباً چند برابر طول موج تابشی از اتم هیدروژن در گذاری مشابه است؟

۱) $\frac{1}{7}$

۲) ۷

۳) $\frac{1}{9}$

۴) ۹

۱۰- چگالی احتمال آن‌که الکترون در حالت پایه اتم هیدروژن، در فاصله شعاع بوهر یافت شود چند برابر چگالی احتمال آن است که الکترون در فاصله دو برابر این شعاع یافت شود؟ (تابع موج حالت پایه اتم هیدروژن $\psi_{100}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} a_0^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{r}{a_0}}$ است.)

۱) $\frac{e^4}{4}$

۲) $\frac{e^4}{2}$

۳) $\frac{e^2}{4}$

۴) $\frac{e^2}{2}$

isipaper.org

۱۱- **ذره‌ای آزاد با انرژی جنبشی $10eV$ در امتداد مسیری مستقیم در حرکت است و به سمت یک پله پتانسیل ثابت $+4eV$ نزدیک می‌شود. پس از برخورد این ذره با پله پتانسیل چه رخ می‌دهد؟**

۱) با احتمال ۱۰۰ درصد با انرژی جنبشی $6eV$ به مسیر خود ادامه می‌دهد.

۲) با یک احتمالی، با انرژی جنبشی $4eV$ بازتاب می‌کند و با یک احتمالی، با انرژی $6eV$ به مسیر خود ادامه می‌دهد.

۳) در ناحیه پله پتانسیل، انرژی جنبشی خود را به صورت تابع نمایی از دست داده و نهایتاً متوقف می‌شود.

۴) با یک احتمالی، با انرژی جنبشی $10eV$ بازتاب می‌کند و با یک احتمالی، با انرژی جنبشی $6eV$ به مسیر خود ادامه می‌دهد.

۱۲- **انرژی متوسط یک گاز الکترونی آزاد غیرنسبیتی در نزدیکی دمای صفر مطلق کدام است؟ (ε_F انرژی سطح فرمی سیستم است.)**

۱) $\frac{1}{3}\varepsilon_F$

۲) $\frac{3}{5}\varepsilon_F$

۳) $\frac{1}{5}\varepsilon_F$

۴) $\frac{2}{3}\varepsilon_F$

۱۳- **اتم آهن با ساختار الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$ با چه نماد طیف‌نگاری مشخص می‌شود؟**

۱) $^5D_4$

۲) $^3P_2$

۳) $^5P_3$

۴) $^5D_0$

۱۴- **کدام پدیده در عملکرد میرزها و لیزرها نقش اساسی دارد؟**

۱) جذب (absorption)

۲) گسیل برانگیخته (Stimulated emission)

۳) اثر دوپلر (Doppler effect)

۴) گسیل خودبه‌خودی (Spontaneous emission)

۱۵- **در یک دیود گسیل‌کننده نور (LED) مکانیزم تابش نور کدام است؟**

۱) حفره‌های نزدیک ماکزیمم نوار رسانش با الکترون‌های نزدیک مینیمم نوار ظرفیت باز ترکیب می‌شوند.

۲) حفره‌های نزدیک مینیمم نوار رسانش با الکترون‌های نزدیک ماکزیمم نوار ظرفیت باز ترکیب می‌شوند.

۳) الکترون‌های نزدیک ماکزیمم نوار رسانش با حفره‌های نزدیک مینیمم نوار ظرفیت باز ترکیب می‌شوند.

۴) الکترون‌های نزدیک مینیمم نوار رسانش با حفره‌های نزدیک ماکزیمم نوار ظرفیت باز ترکیب می‌شوند.

isipaper.org

۱۶- عملگر $a = i|۱\rangle\langle۲|$ را که در آن $|۱\rangle$ و $|۲\rangle$ حالت‌های بهنجار متعامد هستند در نظر بگیرید. حاصل جابه‌جاگر $\left[a, a^{\dagger}\right]$ کدام است؟ $(i = \sqrt{-۱})$

۱) $|۱\rangle\langle۱| - |۲\rangle\langle۲|$

۲) $|۱\rangle\langle۱| + |۲\rangle\langle۲|$

۳) $|۱\rangle\langle۲| - |۲\rangle\langle۱|$

۴) $|۱\rangle\langle۲| + |۲\rangle\langle۱|$

۱۷- هامیلتونی دستگاهی به صورت $H = a_۰ \hat{۱} + \vec{\sigma}.\vec{a}$ است که در آن $\hat{۱}$ ماتریس واحد، $\vec{a}$ برداری حقیقی با مؤلفه‌های $\vec{a} = (a_۱, a_۲, a_۳)$، $a_۰$ ضریبی حقیقی و $\vec{\sigma} = (\sigma_۱, \sigma_۲, \sigma_۳)$ است. σ_iها $(i = ۱,۲,۳)$ ماتریس‌های پائولی هستند. قدرمطلق تفاضل بین ویژه مقادیر انرژی این دستگاه کدام است؟

۱) $\sqrt{a_۱^۲ + \left|a_۲^۲ - a_۳^۲\right|}$

۲) $۲\sqrt{a_۱^۲ + a_۲^۲ + a_۳^۲}$

۳) $\sqrt{a_۳^۲ + \left|a_۱^۲ - a_۲^۲\right|}$

۴) $۲\left(a_۱ + a_۲ + a_۳\right)$

۱۸- عملگر $S_n = \vec{S}.\hat{n}$ را که در آن $\hat{n} = \sin\beta\hat{i} + \cos\beta\hat{k}$، $\vec{S} = \frac{\hbar}{۲}(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ و σها ماتریس‌های پائولی هستند در نظر بگیرید. نمایش عملگر S_n در پایه $|+\rangle$ و $|-\rangle$، ویژه حالت‌های عملگر S_z، کدام است؟

۱) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| - |-\rangle\langle+|\right)$

۲) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| + |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| + |-\rangle\langle+|\right)$

۳) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| + |-\rangle\langle+|\right)$

۴) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| + |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| - |-\rangle\langle+|\right)$

۱۹- اگر $|n\rangle$ ویژه حالت انرژی یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به جرم m و بسامد زاویه‌ای ω و $a = \sqrt{\frac{m\omega}{۲\hbar}}(x + \frac{ip}{m\omega})$ عملگر پایین آورنده باشد، حاصل عبارت $\langle m|xp + px|n\rangle$ کدام است؟

۱) $i\hbar\left(\sqrt{(m+۱)n}\ \ \delta_{m+۱,n-۱} - \sqrt{m(n+۱)}\ \ \delta_{m-۱,n+۱}\right)$

۲) $i\hbar\left(-\sqrt{m(m-۱)}\ \ \delta_{m-۲,n} - \sqrt{n(n-۱)}\ \ \delta_{m,n-۲}\right)$

۳) $i\hbar\left(\sqrt{(m+۱)(m+۲)}\ \ \delta_{m+۲,n} - \sqrt{n(n-۱)}\ \ \delta_{m,n-۲}\right)$

۴) $i\hbar\left(\sqrt{m(n+۱)}\ \ \delta_{m-۱,n+۱} - \sqrt{n(m+۱)}\ \ \delta_{m+۱,n-۱}\right)$

isipaper.org

۲۰- ذره‌ای به جرم m در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به عرض a، $(0 < x < a)$ ، قرار دارد. تبدیل فوریه انتشارگر این ذره، $\tilde{K}(x,x';E) = \int_0^\infty dt\, e^{\frac{iEt}{\hbar}} K(x,t;x',0)$ کدام است؟

۱) $$\tilde{K}(x,x';E) = \sqrt{\frac{2}{a}} i\hbar \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{n\pi x}{a}) + \sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E - \frac{n^2h^2}{8ma^2}}$$

۲) $$\tilde{K}(x,x';E) = \frac{2i\hbar}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{n\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E + \frac{n^2h^2}{8ma^2}}$$

۳) $$\tilde{K}(x,x';E) = \sqrt{\frac{2}{a}} i\hbar \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{n\pi x}{a}) + \sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E + \frac{n^2h^2}{8ma^2}}$$

۴) $$\tilde{K}(x,x';E) = \frac{2i\hbar}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{n\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E - \frac{n^2h^2}{8ma^2}}$$

۲۱- در یک فضای سه بعدی، ماتریس چگالی یک دستگاه بر حسب پایه‌های بهنجار متعامد $|\Psi_1\rangle$، $|\Psi_2\rangle$، $|\Psi_3\rangle$ به شکل $\rho = \cos^4\theta |\Psi_1\rangle\langle\Psi_1| + \sin^4\theta |\Psi_2\rangle\langle\Psi_2| + 2\sin^2\theta\cos^2\theta |\Psi_3\rangle\langle\Psi_3|$ است که در آن $0 \le \theta \le \pi$ می‌باشد. اگر $[A]$ میانگین آنسامبلی عملگر $A = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ باشد که در آن $|\Psi\rangle = \frac{1}{2}|\Psi_1\rangle + \frac{1}{2}|\Psi_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_3\rangle$، کدام نامساوی درست است؟

۱) $\frac{1}{8} \le [A] \le \frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{4} \le [A] \le \frac{3}{8}$

۳) $\frac{1}{8} \le [A] \le \frac{3}{8}$

۴) $\frac{1}{4} \le [A] \le \frac{1}{2}$

isipaper.org

۲۲- ذرات با اسپین ۱ را از یک دستگاه اشترن ـ گرلاخ که میدان مغناطیسی آن در جهت $\hat{n}=\sin\theta\,\hat{i}+\cos\theta\,\hat{k}$ است عبور می‌دهیم، این دستگاه مشاهده‌پذیر $\vec{S}.\hat{n}$ را اندازه‌گیری می‌کند. ذرات خروجی را که دارای ویژه مقدار بزرگتر هستند جدا می‌کنیم و آن‌ها را از دستگاه اشترن ـ گرلاخ دیگری که میدان مغناطیسی آن در جهت $\hat{k}$ است عبور می‌دهیم. احتمال این که ذرات خروجی از دستگاه دوم دارای $s_z=\hbar$ باشند، چقدر است؟

در صورت نیاز:
$$d^{(1)}(\beta)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1+\cos\beta & -\sqrt{2}\sin\beta & 1-\cos\beta\\ \sqrt{2}\sin\beta & 2\cos\beta & -\sqrt{2}\sin\beta\\ 1-\cos\beta & \sqrt{2}\sin\beta & 1+\cos\beta\end{pmatrix}$$

۱) $\cos^4\frac{\theta}{2}$

۲) $\cos^2\frac{\theta}{2}$

۳) $\sin^4\frac{\theta}{2}$

۴) $\sin^2\frac{\theta}{2}$

۲۳- $X^{(k_1=2)}$ و $Z^{(k_2=3)}$ دو تانسور کروی تقلیل ناپذیر رتبهٔ ۲ و ۳ هستند. از ترکیب خطی مؤلفه‌های مختلف حاصل‌ضرب این دو، $X^{(k_1)}_{q_1}Z^{(k_2)}_{q_2}$ ، می‌توان تانسور کروی تقلیل ناپذیر رتبهٔ k ساخت. k کدام مقادیر را می‌تواند اختیار کند؟

۱) $k=5\ ,\ k=3\ ,\ k=1$

۲) $k=4\ ,\ k=2\ ,\ k=0$

۳) $k=6\ ,\ k=4\ ,\ k=2$

۴) $k=6\ ,\ k=3\ ,\ k=0$

۲۴- $D^{(j)}=e^{\frac{-i}{\hbar}\vec{J}\cdot\hat{n}\phi}$ عملگر دوران حول $\hat{n}$ به اندازهٔ ϕ است. برای $\hat{n}$ و ϕی دلخواه، عملگر $D^{(j_1=\frac{1}{2})}\otimes D^{(j_2=\frac{1}{2})}$ در پایه‌های $|j,m\rangle$ حداکثر چند عنصر صفر دارد؟ ($|j,m\rangle$ ویژه حالت مشترک J_z و J^2 است که $\vec{J}=\vec{J}_1\otimes\vec{1}+\vec{1}\otimes\vec{J}_2$ است.)

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

isipaper.org

۲۵- هامیلتونی دستگاهی به شکل $H=\sum_{n=1}^{N}E_{\circ}|n\rangle\langle n|+\sum_{n=1}^{N}W\{|n\rangle\langle n+1|+|n+1\rangle\langle n|\}$ است که حالت‌های $|n\rangle$ متعامد و بهنجار هستند و $E_{\circ}$ و W ضرایب ثابت‌اند. اگر شرط تناوبی $|N+1\rangle=|1\rangle$ برقرار باشد، ویژه مقادیر H کدام‌اند؟ $(n=1,2,...,N)$

۱) $E_n=E_{\circ}+2W\sin\frac{\pi n}{N}$

۲) $E_n=E_{\circ}+2W\cos\frac{\pi n}{N}$

۳) $E_n=E_{\circ}+2W\cos\frac{2\pi n}{N}$

۴) $E_n=E_{\circ}+2W\sin\frac{2\pi n}{N}$

۲۶- اگر θ عملگر وارون زمان، $|+\rangle$ و $|-\rangle$ ویژه حالت‌های ماتریس پائولی σ_z و $|\alpha\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$ باشد، کدام عبارت صحیح است؟

۱) $\theta^2|\alpha\rangle=|\alpha\rangle$

۲) $\theta^2|\alpha\rangle=-|\alpha\rangle$

۳) $\theta^2|\alpha\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle-\frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$

۴) $\theta^2|\alpha\rangle=\frac{-1}{\sqrt{2}}|+\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$

۲۷- هامیلتونی یک نوسانگر هماهنگ ساده سه بعدی همسانگرد $H=\frac{\vec{P}.\vec{P}}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2\vec{x}.\vec{x}$ است. اگر این نوسانگر با انرژی پتانسیل λyx^2z مختل شود، انرژی نخستین حالت برانگیخته تا اولین مرتبهٔ غیر صفر λ کدام است؟ ($\vec{x}$ و $\vec{P}$ به ترتیب عملگر مکان و تکانه خطی در سه بعد هستند.)

۱) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm2\lambda\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^2$, $\frac{3}{2}\hbar\omega$

۲) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm\frac{2}{\hbar\omega}\lambda^2\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^4$, $\frac{3}{2}\hbar\omega$

۳) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm\frac{1}{\hbar\omega}\lambda^2\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^4$, $\frac{3}{2}\hbar\omega$

۴) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm\lambda\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^2$, $\frac{3}{2}\hbar\omega$

isipaper.org

۲۸- ذره‌ای به جرم m در لحظه $t=0$ در حالت پایه یک چاه کوانتومی بی‌نهایت یک بعدی که دیواره‌هایش در $x=0$ و $x=a$ است، قرار دارد. این ذره برای زمان‌های $0\le t\le\infty$ تحت تأثیر پتانسیل اختلالی $V(t)=\lambda x^2 e^{-\frac{t}{\tau}}$ قرار می‌گیرد که در آن x عملگر مکان، τ پارامتر حقیقی ثابت و λ عدد حقیقی بسیار کوچکی هستند. احتمال آن که ذره در لحظهٔ دلخواه $t\ge 0$ در اولین حالت برانگیخته چاه یافت شود کدام است؟ $(\omega_{21}=\frac{3\pi^2\hbar}{2ma^2})$

۱) $\left(\frac{16a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2\left[\frac{1+e^{-t/\tau}\sin(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2+\frac{1}{\tau^2}}\right]^2$

۲) $\left(\frac{4a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2\left[\frac{1-e^{-t/\tau}\cos(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2+\frac{1}{\tau^2}}\right]^2$

۳) $\left(\frac{4a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2\left[\frac{1+e^{-2t/\tau}-2e^{-t/\tau}\sin(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2+\frac{1}{\tau^2}}\right]$

۴) $\left(\frac{16a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2\left[\frac{1+e^{-2t/\tau}-2e^{-t/\tau}\cos(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2+\frac{1}{\tau^2}}\right]$

۲۹- سطح مقطع پراکندگی کل کشسان ذره‌ای به جرم m از یک کره نرم با پتانسیل $V(r)=\begin{cases}V_0 & r\le a\\ 0 & r>a\end{cases}$ در تقریب اول بورن به ازای $ka\ll 1$ $(E=\frac{\hbar^2k^2}{2m})$ کدام است؟

۱) $\frac{16\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right)^2a^2$

۲) $\frac{16\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right)a^2$

۳) $\frac{4\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right)a^2$

۴) $\frac{4\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right)^2a^2$

isipaper.org

۳۰- دامنهٔ پراکندگی کشسان پاره موج ℓام یک ذره به جرم m به شکل $f_\ell(k)=\frac{f_\circ k_\circ^2}{k^2-(\ell+1)k_\circ^2}$ است. انرژی‌های مجاز حالات مقید این ذره کدام است؟($k_\circ$ و $f_\circ$ ضرایب ثابتی هستند.)

۱) $\ell\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۲) $\ell^2\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۳) $(\ell+1)\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۴) $\sqrt{\ell+1}\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۳۱- دوقطبی الکتریکی نقطه‌ای با گشتاور دو قطبی $\vec{P}=P\hat{k}$ در مبدأ مختصات قرار دارد. چگالی بار حجمی بیانگر این توزیع بار کدام است؟

۱) $\rho=-P\frac{\partial}{\partial z}\delta(\vec{x})$

۲) $\rho=+P\frac{\partial}{\partial z}\delta(\vec{x})$

۳) $\rho=-P\frac{d}{dz}\delta(z)$

۴) $\rho=+P\frac{d}{dz}\delta(z)$

۳۲- بر روی یک سطح رسانای کروی به شعاع R پتانسیل الکتریکی برابر با $\phi=V_\circ\cos^2\theta$ است که در آن $V_\circ$ ضریبی ثابت و θ زاویهٔ قطبی در دستگاه مختصات کروی است. مبدأ مختصات بر مرکز کره و محور z بر یکی از قطرهای کره منطبق است. درون این سطح باری وجود ندارد. پتانسیل الکتریکی در مرکز کره کدام است؟

۱) صفر

۲) $V_\circ$

۳) $\frac{1}{3}V_\circ$

۴) $\frac{1}{2}V_\circ$

isipaper.org

۳۳- پتانسیل الکتریکی روی سطح یک پوستهٔ کروی رسانا به شعاع R برابر $V(\theta) = V_0 \sin^2\frac{\theta}{2}$ است. مبدأ مختصات منطبق بر مرکز پوسته و θ زاویه با محور z است. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای به مختصات کروی (r,θ) در داخل پوسته کدام است؟

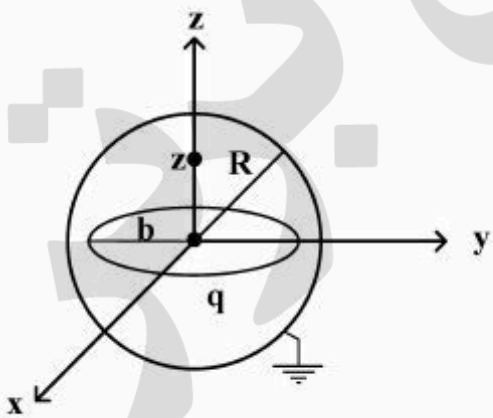
۱) صفر

۲) $\frac{V_0}{2}\frac{r}{R}\cos\theta$

۳) $V_0 \sin^2\frac{\theta}{2}$

۴) $\frac{V_0}{2}(1-\frac{r}{R}\cos\theta)$

۳۴- یک پوستهٔ کروی رسانا به شعاع R در پتانسیل صفر نگه داشته شده است. مبدأ مختصات در مرکز کره قرار دارد. مطابق شکل، درون این کره یک حلقهٔ باردار به شعاع b $(b < R)$ و بار q که به صورت یکنواخت بر روی محیط آن توزیع شده است، هم‌مرکز با کره (در صفحهٔ xy) قرار دارد. پتانسیل الکتریکی درون کره در نقطه‌ای روی محور z کدام است؟



۱) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{R}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۲) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{b}{R\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{b}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۳) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{b}{R\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{R}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۴) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{b}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۳۵- یک خط بار نامتناهی با توزیع بار یکنواخت در فضای سه بعدی موازی محور z قرار دارد و در نقطهٔ (ρ',φ') از صفحهٔ x-y عبور می‌کند. تابع گرین معادلهٔ لاپلاس در مختصات استوانه‌ای (ρ,φ,z) کدام است؟

۱) $\frac{1}{\sqrt{\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')}}$

۲) $\frac{1}{4\pi}\ln\left|\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\sin(\varphi-\varphi')\right|$

۳) $\frac{1}{\sqrt{\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\sin(\varphi-\varphi')}}$

۴) $\frac{1}{4\pi}\ln\left|\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')\right|$

isipaper.org

۳۶- یک پوستهٔ استوانه‌ای به شعاع R و طول L با دو قاعده رسانا که در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند درنظر بگیرید. در دستگاه مختصاتی که مبدأ آن واقع بر یک قاعده و محور z آن منطبق بر محور استوانه است، پتانسیل الکتریکی روی سطح جانبی پوسته با $V(\phi,z)$ داده شده است. قاعده دیگر پوسته در $z=L$ واقع است. کدام عبارت ممکن است پتانسیل الکتریکی نقطهٔ دلخواهی داخل پوسته به مختصات استوانه‌ای (ρ,φ,z) را به درستی بیان کند؟ ($I_m(x)$ و $K_m(x)$ توابع بسل اصلاح شده هستند.)

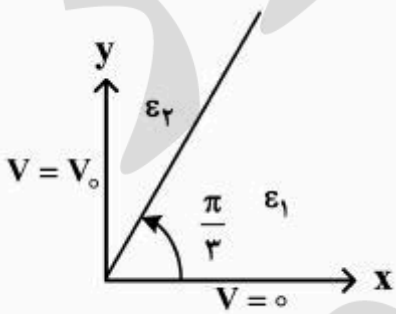
۱) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left(A_{mn}e^{im\varphi}\sin\frac{n\pi z}{L}I_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۲) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left((A_{mn}\sin m\varphi+B_{mn}\cos m\varphi)\sin\frac{n\pi z}{L}K_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۳) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left(A_{mn}e^{im\varphi}\sin\frac{n\pi z}{L}K_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۴) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left((A_{mn}\sin m\varphi+B_{mn}\cos m\varphi)\sin\frac{n\pi z}{L}I_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۳۷- مطابق شکل، در دستگاه مختصات استوانه‌ای، دو نیم‌صفحهٔ رسانای $\varphi=0$ و $\varphi=\frac{\pi}{2}$ به‌ترتیب به پتانسیل‌های الکتریکی صفر و V_0 وصل شده‌اند. ناحیهٔ $0<\varphi\le\frac{\pi}{3}$ با عایقی به‌گذردهی ε_1 و ناحیهٔ $\frac{\pi}{3}\le\varphi<\frac{\pi}{2}$ با عایق دیگری به گذردهی ε_2 پر شده است. پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ دلخواهی مانند φ از ناحیهٔ با گذردهی ε_1 کدام است؟



۱) $$2V_0\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}$$

۲) $$\frac{6V_0}{\pi}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}\varphi$$

۳) $$\frac{6V_0}{\pi}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}\varphi+2V_0\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}$$

۴) $$\frac{6V_0}{\pi}\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}\varphi+2V_0\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}$$

isipaper.org

isipaper.org

۳۸- یک کره فلزی به شعاع a توسط یک پوسته کروی نازک فلزی هم مرکز به شعاع b $(b > a)$ احاطه شده است. فضای میان کره و پوسته با ماده‌ای پر شده است که ضریب رسانندگی الکتریکی آن تابع خطی از میدان الکتریکی است یعنی $\sigma = kE$ که در آن k عددی ثابت است. اگر اختلاف پتانسیل V بین کره و پوسته ایجاد شود، جریان الکتریکی میان کره و پوسته کدام است؟

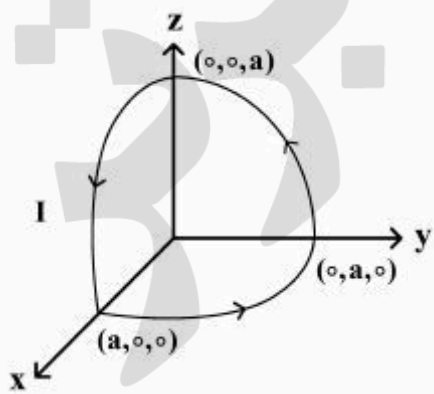
۱) $۴\pi k\left(\frac{V}{\ln(b/a)}\right)^۲$

۲) $۲\pi k\left(\frac{V^۲}{\ln(b/a)}\right)$

۳) $۴\pi kab\left(\frac{V}{b-a}\right)^۲$

۴) $۲\pi ka\frac{V^۲}{(b-a)}$

۳۹- مطابق شکل یک حلقه رسانا از سه قوس ۹۰ درجه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع a و واقع در صفحات xy ، yz و zx تشکیل شده است. از حلقه جریان I عبور می‌کند و در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B_۰\hat{i}$ قرار دارد. گشتاور نیروی وارد بر این حلقه جریان کدام است؟



۱) صفر

۲) $\frac{۱}{۴}B_۰I\pi a^۲(\hat{i}-\hat{j})$

۳) $\frac{۱}{۴}B_۰I\pi a^۲(\hat{i}-\hat{k})$

۴) $\frac{۱}{۴}B_۰I\pi a^۲(\hat{j}-\hat{k})$

۴۰- اگر میدان الکتریکی مستقل از زمان و میدان مغناطیسی در همهٔ زمان‌ها متناهی باشد، کدام رابطه همواره درست است؟

۱) $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = ۰$

۲) $\vec{\nabla}\times\vec{E} = ۰$

۳) $\vec{\nabla}\times\vec{B} = ۰$

۴) $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{۴\pi}{c}\vec{J}$

isipaper.org

۴۱- یک سیم مستقیم نامتناهی در راستای محور z را در نظر بگیرید. در لحظهٔ $t=0$ جریان الکتریکی I در سیم ایجاد می‌شود و برای $t\geq 0$ برقرار می‌ماند. پتانسیل برداری $\vec{A}(\rho,t)$ در نقطه‌ای به فاصلهٔ ρ از سیم در لحظهٔ t بر حسب سرعت نور، c، و سایر کمیت‌های معلوم کدام است؟

۱) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cosh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{z}$ است.

۲) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sinh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{z}$ است.

۳) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cosh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{\rho}$ است.

۴) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sinh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{\rho}$ است.

۴۲- کدام عبارت نادرست است؟

۱) انرژی کل یک میدان الکترومغناطیسی در حجم V از خلاء برابر $\frac{\varepsilon_0}{2}\int_V (E^2+c^2B^2)d^3x$ است.

۲) بردار پوینتینگ یک میدان الکترومغناطیسی در خلاء برابر $\vec{E}\times\vec{B}$ است.

۳) تکانه خطی یک میدان الکترومغناطیسی در حجم V از خلاء برابر $\varepsilon_0\int_V(\vec{E}\times\vec{B})d^3x$ است.

۴) تکانه زاویه‌ای یک میدان الکترومغناطیسی در حجم V از خلاء برابر $\varepsilon_0\int_V \vec{x}\times(\vec{E}\times\vec{B})d^3x$ است.

۴۳- متوسط توان تابشی بر واحد زاویهٔ فضایی بر حسب عناصر تانسور چهارقطبی Q_{ij} یک توزیع بار الکتریکی نوسان کننده با رابطه $\frac{dP}{d\Omega}=\frac{c^2 z_0}{1152\pi^2}k^6\left|\hat{n}\times(\hat{n}\times\vec{Q})\right|^2$ داده می‌شود که $Q_i=\sum_{j=1}^{3}Q_{ij}n_j$ و $\hat{n}=(n_1,n_2,n_3)$ بردار مکان یکهٔ نقطه‌ای از فضا است. اگر $Q_{33}=-2Q_{11}=-2Q_{22}=Q_0$ و $Q_{i\neq j}=0$ باشد، توان تابشی کل در تمام جهت‌ها کدام است؟ (z_0 و k مقادیر ثابتی هستند.)

۱) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{1440\pi}$

۲) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{1152\pi^2}$

۳) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{960\pi}$

۴) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{512\pi^2}$

isipaper.org

۴۴- نیروی وارد بر ذره‌ای به جرم m و بار q در میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ برابر $\vec{F} = q(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{B})$ است. کدام رابطه درست است؟ $\left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)$

۱) $\frac{d}{dt}(mv^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۲) $\frac{d}{dt}(mc^2\gamma + mv^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۳) $\frac{d}{dt}(mc^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۴) $\frac{d}{dt}(mc^2\gamma - mv^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۴۵- دو چارچوب لخت K و K' در نظر بگیرید که K' در جهت $+x$ با سرعت V نسبت به K در حرکت است. داریم $x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu}x^{\nu}$ که Λ در زیر داده شده است. چهاربردار پتانسیل برای بار نقطه‌ای q ساکن در چارچوب K با $A^{\mu} = (A^0 = \phi = \frac{q}{r}, \vec{A} = 0)$ داده شده است. $\vec{E}$ بردار میدان الکتریکی در چارچوب K' کدام است؟

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

۱) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(\gamma x, y, z)$

۲) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(x, \gamma y, \gamma z)$

۳) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(\gamma x, \gamma\beta y, \gamma\beta z)$

۴) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(\gamma\beta x, \gamma y, \gamma z)$

isipaper.org