



268F

268

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»

امام خمینی (ره)

صبح جمعه

۱۳۹۵/۱۲/۶

دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل - سال ۱۳۹۶

رشته امتحانی آمار (کد ۲۲۳۲)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (مبانی آنالیز ریاضی - ریاضی عمومی ۱ و ۲ - مبانی احتمال - احتمال ۱ و ۲ - استنباط آماری ۱)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه - سال ۱۳۹۵

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش الکترونیکی و ... پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخللین برابر مقررات رفتار می‌شود.

مبانی آنالیز ریاضی - ریاضی عمومی ۱ و ۲:

۱- اگر $x_0 = 0$ و $x_1 = 1$ و برای هر $n > 1$ ، $x_n = \frac{x_{n-1} + x_{n-2}}{2}$ ، کدام گزینه درباره $\lim x_n$ درست است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) ۱

(۴) وجود ندارد.

۲- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k\sqrt{k+1}}{n^2} \sin \frac{k}{n}$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) π

۳- سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n})^\alpha}$ همگرا است اگر و تنها اگر، ...

(۱) $\alpha > 1$

(۲) $\alpha \geq 2$

(۳) $\alpha \geq 1$

(۴) $\alpha > 0$

۴- فرض کنید $x > 0$ و $\{a_n\}$ دنباله‌ای از اعداد مثبت باشد که $\lim a_n = a > 0$. کدام گزینه درباره سری

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{(x+a_1)(2x+a_2)\dots(nx+a_n)}$$

درست است؟

(۱) برای تمام مقادیر $x > 0$ ، واگراست.

(۲) برای $x > 0$ همگراست.

(۳) برای $x > a$ همگراست و برای $x < a$ واگراست.

(۴) برای $x < a$ همگراست و برای $x > a$ واگراست.

۵- شعاع همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$ کدام است؟

- (۱) ۰
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ∞

۶- فرض کنید f بر بازه $(0, 1)$ مشتق‌پذیر باشد و $|f'(x)| < 1$. اگر برای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $a_n = f\left(\frac{1}{n}\right)$ ، کدام گزینه درباره

دنباله $\{a_n\}$ درست است؟

- (۱) کران‌دار است ولی می‌تواند واگرا باشد.
(۲) یکنوا است.
(۳) می‌تواند بی‌کران باشد.
(۴) همگرا است.

۷- کدام گزینه درباره تابع $f(x) = [x] \sin^2(\pi x)$ بر \mathbb{R} درست است؟

- (۱) برای هر $x \in \mathbb{R}$ ، $f'(x) = \pi[x] \sin(2\pi x)$.
(۲) این تابع فقط در نقاط صحیح مشتق‌پذیر است.
(۳) این تابع در هیچ نقطه‌ای مشتق‌پذیر نیست.
(۴) این تابع فقط در نقاط صحیح مشتق‌پذیر نیست.

۸- اگر تابع f بر $[0, 1]$ پیوسته باشد، مقدار $\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx - \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$
(۲) π
(۳) ۰
(۴) ۱

۹- اگر تابع f بر بازه $[0, \pi]$ دارای مشتق مرتبه دوم پیوسته باشد و $f(\pi) = 2$ و $\int_0^{\pi} [f(x) + f''(x)] \sin x dx = 5$

آنگاه مقدار $f(0)$ کدام است؟

- (۱) -۳
(۲) ۰
(۳) ۳
(۴) ۲

۱۰- مساحت درون بیضی $4x^2 + 9y^2 = 36$ و بالای خط $2x + 3y = 6$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{2}$
 (۲) $\frac{3\pi}{4} - 2$
 (۳) $\frac{3\pi}{4}$
 (۴) $\frac{3\pi}{2} - 3$

میانی احتمال - احتمال ۱ و ۲:

۱۱- دو بازیکن A و B یک جفت تاس سالم را یکی پس از دیگری به ترتیب پرتاب می‌نمایند و هر کدام که زودتر مجموع هفت را مشاهده نماید، برنده اعلام می‌شود. فرض کنید بازیکن A پرتاب اول را انجام دهد، احتمال برد A کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{11}$
 (۲) $\frac{6}{11}$
 (۳) $\frac{7}{11}$
 (۴) $\frac{4}{11}$

۱۲- ۹۰ بلیط بخت‌آزمایی توسط ۹ نفر، هر کدام ۱۰ بلیط خریداری می‌شود که شامل ۵ بلیط برنده است. احتمال اینکه هر ۵ بلیط برنده را یک نفر دریافت کند کدام است؟

- (۱) $\frac{6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}{86 \times 87 \times 88 \times 89 \times 90}$
 (۲) $\frac{7 \times 8 \times 9 \times 10}{87 \times 88 \times 89 \times 90}$
 (۳) $\frac{6 \times 7 \times 8 \times 9}{86 \times 87 \times 88 \times 89}$
 (۴) $\frac{7 \times 8 \times 9 \times 10}{86 \times 87 \times 88 \times 89}$

۱۳- فرض کنید X دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس $\sigma^2 > 0$ باشد. مقدار $h(\mu)$ چقدر باشد تا مقدار $P(X \leq 0)$ بستگی به μ نداشته باشد؟

(۱) $C\mu^2$

(۲) $C\mu^2 + 1$

(۳) $C|\mu|$

(۴) $C|\mu| + 1$

۱۴- اگر $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ و متغیر تصادفی Y به صورت $Y = \int_{-\infty}^X \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$ تعریف شده باشد، مقدار

$P\left(\frac{1}{5} < Y < \frac{1}{4}\right)$ کدام است؟

(۱) ۰/۱

(۲) ۰/۰۵

(۳) ۰/۹۵

(۴) ۰/۹

۱۵- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با توزیع متقارن حول صفر باشد. با فرض وجود میانگین، گزینه صحیح، کدام است؟

(۱) برای هر $a \in \mathbb{R}$ ، $E(|X+a|) > E(|X-a|)$

(۲) برای هر $a \in \mathbb{R}$ ، $E(|X+a|) < E(|X-a|)$

(۳) برای هر $a \in \mathbb{R}$ ، $E(|X+a|) = E(|X-a|)$

(۴) برای هر $a > 0$ ، $E|X+a| > E|X-a|$ و برای هر $a < 0$ ، $E|X+a| < E|X-a|$

۱۶- متغیر تصادفی مثبت X دارای تابع مولد احتمال $0 < s < \frac{\delta}{4}$ ، $g(s) = \frac{s}{\delta - 4s}$ است. مقدار $P(X \leq 100)$ کدام است؟

(۱) $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{100}$

(۲) $1 - \left(\frac{4}{5}\right)^{101}$

(۳) $1 - \left(\frac{4}{5}\right)^{100}$

(۴) $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{101}$

۱۷- فرض کنید متغیرهای تصادفی X و Y مستقل از هم و دارای توزیع یکسان $N(1,1)$ باشند. مقدار $P(2-X < Y < X)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{20}$

(۴) $\frac{19}{20}$

۱۸- فرض کنید X_1 و X_2 دو متغیر تصادفی مستقل با تابع احتمال یکسان زیر باشند. مقدار $E\left(\frac{X_1}{X_2+1}\right)$ کدام است؟

$$P[X_1=k] = P[X_2=k] = pq^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

(۱) $-\ln(q)$

(۲) $-\ln(1+p)$

(۳) $-\ln(1+q)$

(۴) $-\ln(p)$

۱۹- فرض کنید عدد N به تصادف انتخاب شده از مجموعه اعداد $\{1, 2, \dots, 10\}$ باشد و $Y=I(N \text{ فرد})$, $X=I(N \leq 5)$ که در آن I تابع نشانگر است. ضریب همبستگی X و Y کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{4}{5}$

۲۰- ۱۲ نفر در طبقه همکف یک فروشگاه ده طبقه، سوار آسانسور می‌شوند. هر شخص مستقل از سایرین و با شانس یکسان یکی از ده طبقه را برای پیاده شدن انتخاب می‌کند و هیچ شخص جدیدی سوار آسانسور نمی‌شود. این آسانسور به طور متوسط چند توقف خواهد داشت؟

(۱) $10 + \left(\frac{1}{10}\right)^{12}$

(۲) $10 \left(\frac{9}{10}\right)^{12}$

(۳) $10 - \left(\frac{1}{10}\right)^{12}$

(۴) $10 - \frac{9^{12}}{10^{11}}$

۲۱- فرض کنید هر فردی که وارد اداره پست می‌شود با احتمال $\frac{1}{3}$ یکی از سرویس‌های سفارشی، پیشتاز و یا عادی را برای ارسال نامه خود انتخاب می‌کند. به طور متوسط چند نفر وارد اداره پست شوند، تا هر سرویس حداقل یک بار مورد استفاده قرار گیرد؟

(۱) ۴

(۲) $4/5$

(۳) ۵

(۴) $5/5$

۲۲- فرض کنید Y_1, \dots, Y_{n+1} یک نمونه تصادفی از تابع توزیع پیوسته F و $X \sim DU(\{1, \dots, n\})$ و مستقل از Y_i ها

باشد، مقدار $E \left[\sum_{i=1}^X I_{|Y_i \leq Y_{n+1}|} \right]$ کدام است؟

(۱) $\frac{n+1}{2}$

(۲) $\frac{n+1}{4}$

(۳) $\frac{n(n+1)}{2}$

(۴) $\frac{n(n+1)}{4}$

۲۳- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی باشند به طوری که $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$ و $E(X^2 | Y) = \frac{10}{\lambda^2} Y^2$ و

$E(X|y) = \frac{3}{\lambda} Y$ ، مقدار $\text{Var}(Y)$ کدام است؟

(۱) $\frac{17}{45}$

(۲) $\frac{27}{45}$

(۳) $\frac{4}{45}$

(۴) $\frac{13}{45}$

۲۴- فرض کنید X_1, \dots, X_N یک نمونه تصادفی N تایی از جامعه‌ای با تابع توزیع $F(x)$ باشد به طوری که $N \sim \text{Ge}(p)$ و از X ها مستقل است. مقدار $\lim_{p \rightarrow 1} F_{X(N)}(x)$ کدام است؟ $X(N)$ بزرگترین آماره ترتیبی

(X_1, \dots, X_N است)

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) $1 - F(x)$

(۴) $F(x)$

۲۵- فرض کنید X_1, \dots, X_{100} مستقل از یکدیگر و مقادیر ۲ و ۰/۵ را با احتمال $\frac{1}{3}$ اختیار می‌کنند. قرار دهید

$X = \prod_{i=1}^{100} X_i$ ، مقدار تقریبی $P(X > 10^{24})$ بدون احتساب تصحیح پیوستگی کدام است؟

(۱) ۰/۱۵۸۷

(۲) ۰/۳۰۸۵

(۳) ۰/۶۹۱۵

(۴) ۰/۸۴۱۳

استنباط آماری ۱:

۲۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(ap, bp(1-p))$ باشد که در آن a و b مقادیر ثابت و معلوم مثبت و $p \in (0, 1)$ نامعلوم است. آماره بسنده می‌نماید برای p کدام است؟

(۱) $\sum X_i$

(۲) $\bar{X}(1 - \bar{X})$

(۳) $\bar{X} + S^2$

(۴) $(\sum X_i, \sum X_i^2)$

۲۷- فرض کنید X تک نمونه‌ای از تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآورد ماکسیمم درست‌نمایی θ کدام است؟

$$f(x; \theta) = 2\theta x + (1 - \theta) \quad \text{و} \quad 0 < x < 1, \quad -1 \leq \theta \leq 1$$

$$\hat{\theta}(x) = \begin{cases} -1 & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\hat{\theta}(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\hat{\theta}(x) = \left| x - \frac{1}{2} \right| \quad (3)$$

$$\hat{\theta}(x) = 2x - 1 \quad (4)$$

۲۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت در بازه $(\mu - \sqrt{3}\sigma, \mu + \sqrt{3}\sigma)$ باشد. که در آن

$\mu \in \mathbb{R}$ و $\sigma > 0$ می‌باشد. با فرض $X_{(n)} = \max(X_i)$, $X_{(1)} = \min(X_i)$ ، برآورد ماکسیمم درست‌نمایی بردار

پارامتر $\theta = (\mu, \sigma)$ کدام است؟

$$\left(\frac{1}{2}(X_{(1)} + X_{(n)}), \frac{1}{2\sqrt{3}}(X_{(n)} - X_{(1)})\right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{2}(X_{(1)} - X_{(n)}), \frac{1}{2\sqrt{3}}(X_{(n)} + X_{(1)})\right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{2}(X_{(1)} - X_{(n)}), \frac{1}{\sqrt{3}}(X_{(n)} + X_{(1)})\right) \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{2}(X_{(1)} + X_{(n)}), \frac{1}{\sqrt{3}}(X_{(n)} - X_{(1)})\right) \quad (4)$$

۲۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0, \sigma^2)$ باشد. با تعریف $Y = \sum_{i=1}^n |X_i|$ و با در نظر گرفتن

متغیر تصادفی $W = cY$ به ازای چه مقدار از c ، W یک برآورد کننده ناریب برای σ است؟

$$\frac{1}{n} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{n} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{n} \sqrt{\pi} \quad (3)$$

$$\frac{1}{n\sqrt{\pi}} \quad (4)$$

۳۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر p باشد. مقدار $E[S^2 | \bar{X}]$ کدام است؟ (S^2)

واریانس نمونه‌ای ناریب است)

$$\frac{(n-1)\bar{X}(1-\bar{X})}{n} \quad (۱)$$

$$\frac{n\bar{X}(1-\bar{X})}{n+1} \quad (۲)$$

$$\bar{X}(1-\bar{X}) \quad (۳)$$

$$S^2 \quad (۴)$$

۳۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 باشد. با تعریف

$$T = \frac{\sum_{i=1}^n iX_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

بر آوردگر ناریب صفر بر مبنای T کدام است؟

$$T \quad (۱)$$

$$T - \frac{n-1}{2} \quad (۲)$$

$$T - \frac{n+1}{2} \quad (۳)$$

$$T - \frac{n+1}{2} \sigma \quad (۴)$$

۳۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n و Y_1, \dots, Y_m دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع‌های به ترتیب نمایی با میانگین θ_1 و θ_2

باشند. $UMVUE$ پارامتر $\gamma(\theta_1, \theta_2) = (\theta_1 - \theta_2)^2$ کدام است؟

$$\left(\frac{n+1}{n}\bar{X} - \frac{m+1}{m}\bar{Y}\right)^2 \quad (۱)$$

$$\left(\frac{n}{n+1}\bar{X} - \frac{m}{m+1}\bar{Y}\right)^2 \quad (۲)$$

$$\frac{n+1}{n}\bar{X}^2 + \frac{m+1}{m}\bar{Y}^2 - 2\bar{X}\bar{Y} \quad (۳)$$

$$\frac{n}{n+1}\bar{X}^2 + \frac{m}{m+1}\bar{Y}^2 - 2\bar{X}\bar{Y} \quad (۴)$$

۳۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n ($n \geq 2$) نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر $p \in [0, 1]$ باشد. برآورد UMVU برای p^{n-1} کدام است؟

$$\delta(\underline{x}) = \begin{cases} 0 & \sum x_i = 0, 1, \dots, n-2 \\ \frac{1}{n} & \sum x_i = n-1 \\ 1 & \sum x_i = n \end{cases} \quad (2) \quad \bar{X}^{n-1} \quad (1)$$

$$\delta(\underline{x}) = \begin{cases} 0 & \sum x_i = 0, 1, \dots, n-3 \\ \frac{n-1}{n} & \sum x_i = n-2, n-1 \\ 1 & \sum x_i = n \end{cases} \quad (4) \quad \frac{(\sum x_i - 1) \sum x_i}{n(n-1)} \quad (3)$$

۳۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یواسن با پارامتر θ باشد. مقدار $\text{cov}(\bar{X}, S^2)$ کدام است؟

\bar{X} میانگین نمونه‌ای و S^2 واریانس نمونه‌ای نارباب است.

(۱) ۰

(۲) $-\frac{\theta}{n}$

(۳) $\frac{\theta}{n}$

(۴) $n\theta$

۳۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0, \sigma^2)$ باشد. میزان اطلاع فیشر نمونه برای پارامتر σ کدام است؟

(۱) $\frac{2n}{\sigma^2}$

(۲) $\frac{n}{\sigma^2}$

(۳) $\frac{n}{\sigma^4}$

(۴) $\frac{5n}{2\sigma^2}$

۳۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین θ باشد. اگر $\frac{1}{\theta}$ دارای توزیع پیشین

$\Gamma(\alpha, \beta)$ با میانگین $\frac{\alpha}{\beta}$ و تابع زیان مربع خطا باشد، برآوردگر بیز $e^{-\frac{1}{\theta}}$ کدام است؟

$$\left(\frac{\alpha + \sum X_i}{\alpha + \sum X_i + 1}\right)^{n+\beta} \quad (۱)$$

$$\left(\frac{\beta + \sum X_i}{\beta + \sum X_i + 1}\right)^{n+\alpha+1} \quad (۲)$$

$$\left(\frac{\beta + \sum X_i}{\beta + \sum X_i + 1}\right)^{n+\alpha} \quad (۳)$$

$$\left(\frac{\alpha + \sum X_i}{\alpha + \sum X_i + 1}\right)^{n+\beta+1} \quad (۴)$$

۳۷- فرض کنید $X \sim \Gamma(2, \lambda)$ ، $Y \sim \Gamma(3, 2\lambda)$ ، $Z \sim \Gamma(4, 3\lambda)$ سه متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. با انتخاب

تابع زیان مربع خطا و توزیع پیشین $\Gamma(2, 4)$ با میانگین $\frac{1}{4}$ ، برآوردگر بیز λ^{-1} کدام است؟

$$\frac{X+2Y+3Z+4}{7} \quad (۱)$$

$$\frac{X+2Y+3Z+4}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{X+2Y+3Z}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{10}{X+2Y+3Z+4} \quad (۴)$$

۳۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $P(\lambda)$ باشد. با انتخاب توزیع پیشین $E(1) \sim \lambda$ و تابع زیان

$L(\lambda, \delta) = \frac{(\delta - \lambda)^2}{\delta}$ ، برآوردگر بیز λ کدام است؟

$$\frac{1}{n} \sqrt{\sum X_i (\sum X_i + 1)} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{n+1} \sqrt{(\sum X_i + 1)(\sum X_i + 2)} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{n} \sum X_i (\sum X_i + 1) \quad (۳)$$

$$\frac{1}{n+1} (\sum X_i + 1) \quad (۴)$$

۳۹- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ دارای توزیع پیشین $Pa(2, 1)$ با تابع چگالی

احتمال $\pi(\theta) = \frac{2}{\theta^3}, \theta > 1$ باشد. تحت تابع زیان $L(\theta, \delta) = \left(\sqrt{\frac{\delta}{\theta}} - \sqrt{\frac{\theta}{\delta}}\right)^2$ برآوردگر بیز θ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{n(n+2)}}{n+1} \max(1, X_{(n)}) \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{n(n+2)}{n+1}} \max(1, X_{(n)}) \quad (2)$$

$$\frac{n+1}{\sqrt{n(n+2)}} \max(1, X_{(n)}) \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{n+2}{n+1}} \max(1, X_{(n)}) \quad (4)$$

۴۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین θ و واریانس ۱ باشد. با انتخاب توزیع

پیشین ناسره با تابع چگالی $\pi(\theta) = 1$ برای θ تحت تابع زیان قدر مطلق خطا، برآوردگر بیز تعمیم یافته θ کدام است؟

$$1 \quad (1)$$

$$n \quad (2)$$

$$\bar{X} \quad (3)$$

$$n\bar{X} \quad (4)$$

۴۱- فرض کنید X یک مشاهده از توزیع $N(\mu, 1)$ باشد. تحت تابع زیان مربع خطا، کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد

برآوردگر $X+a$ برای پارامتر μ درست است؟ ($a \neq 0$ ثابت است)

(۱) تحت توزیع پیشین ناسره $\pi(\mu) = e^{a\mu}$ ، برآورد بیز تعمیم یافته μ است.

(۲) برآوردگر مجاز (پذیرفتنی) است.

(۳) برآوردگر UMVU است.

(۴) برآوردگر مینمکس است.

۴۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(\theta, \theta)$ باشد تحت تابع زیان $L(\theta, \delta) = \left(\frac{\delta}{\theta} - 1\right)^2$ کدام یک

از برآوردهای زیر برای θ مینیماکس است؟

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (۲)$$

$$\frac{2}{n+2} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (۴)$$

۴۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر p باشد. تحت تابع زیان

$$L(p, \delta) = \frac{(p - \delta)^2}{p(1-p)}$$

برآوردگر مینیماکس پارامتر p کدام است؟

$$\bar{X} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2}\bar{X} + \frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3}\bar{X} + \frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{n\bar{X}}{n+1} \quad (۴)$$

۴۴- فرض کنید X دارای توزیع برنولی با پارامتر $\theta \in [0, 1]$ باشد. تحت تابع زیان مربع خطا، کدام یک از برآوردهای

زیر غیرمجاز (ناپذیرفتنی) اند؟

$$X \quad (۱)$$

$$2X \quad (۲)$$

$$\delta(X) = 0 \quad (۳)$$

$$\delta(X) = \frac{1}{2} \quad (۴)$$

۴۵- فرض کنید $X|\theta \sim N(\theta, 1)$ و $\theta \sim N(0, 1)$ باشند. با انتخاب تابع زیان مربع خطای وزنی با وزن $w(\theta) = e^{\frac{\theta^2}{4}}$ ، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) $\delta_B(X) = 2X$ برآوردگر بیز یکتا و غیرمجاز (ناپذیرفتنی) است.

(۲) $\delta_B(X) = 2X$ برآوردگر بیز یکتا و مجاز (پذیرفتنی) است.

(۳) $\delta_B(X) = \frac{1}{2}X$ برآوردگر بیز یکتا و مجاز (پذیرفتنی) است.

(۴) $\delta_B(X) = \frac{1}{2}X$ برآوردگر بیز یکتا و غیرمجاز (ناپذیرفتنی) است.

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد										
z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5597	5636	5675	5714	5753
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
1.5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1.6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1.7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1.8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1.9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2.0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	9821	9826	9831	9836	9842	9847	9852	9857	9861	9865
2.2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2.3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2.6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2.7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2.8	9974	9975	9976	9977	9978	9979	9979	9980	9981	9981
2.9	9981	9982	9983	9984	9985	9986	9987	9988	9989	9990
3.0	9990	9991	9992	9993	9994	9995	9996	9997	9998	9999
3.1	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.2	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.3	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998

مقادیر بحرانی توزیع t					
df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.555
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.052
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756

مقادیر بحرانی توزیع مربع کای									
df	.995	.990	.975	.950	.900	.850	.800	.750	.700
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	1.3814	5.0238	6.6349	7.879	
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596	
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838	
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860	
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749	
6	0.675	0.8720	1.2375	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547	
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277	
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7236	15.507	17.534	20.090	21.954	
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589	
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188	
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756	
12	3.073	3.5705	4.4017	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.309	
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819	
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319	
15	4.600	5.2293	6.2811	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801	
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267	
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.716	
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156	
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582	
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996	
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401	
22	8.642	9.5424	10.982	12.339	33.924	36.780	40.289	42.795	
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181	
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558	
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927	
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289	
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.197	46.962	49.644	
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.276	50.993	
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.335	
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671	