

311  
F



نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»

امام خمینی (ره)

صبح جمعه  
۱۳۹۵/۱۲/۶  
دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

## آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمتر کز) داخل – سال ۱۳۹۶

رشته امتحانی مهندسی هوافضا – دینامیک پرواز و کنترل (کد ۲۳۳۴)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	قا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی – دینامیک پرواز پیشرفته – کنترل پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسقندماه – سال ۱۳۹۵

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تعاملی اشخاصی حلیلی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با مخالقلین برابر عقوبات رفتار می‌شود.

ریاضیات مهندسی:

-۱ با فرض اینکه  $f(x) = \frac{\pi}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$  و  $-\pi < x < \pi$  ،  $x = -\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin(nx)$

آنگاه سری فوریه مثلثاتی تابع  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < \pi \\ 0, & -\pi < x \leq 0 \end{cases}$  کدام است؟

$$f(x) = \frac{\pi}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos((2k-1)x) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{\pi}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos((2k-1)x) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (2)$$

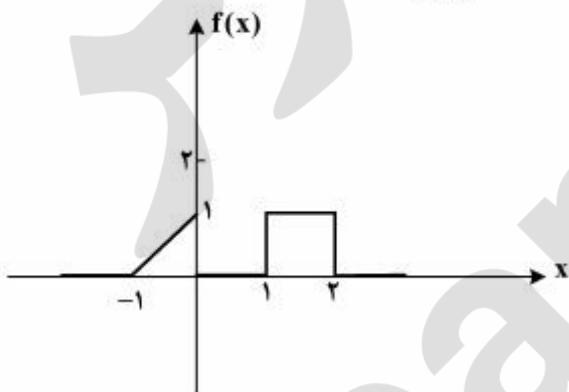
$$f(x) = \frac{\pi}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos((2k-1)x) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{\pi}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos((2k-1)x) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (4)$$

-۲ برای تابع نشان داده شده در شکل، چنانچه نمایش انتگرال فوریه آن را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty [A(\omega) \cos \omega x + B(\omega) \sin \omega x] d\omega$$

آنگاه حاصل انتگرال  $\int_0^\infty [A(\omega)]^2 d\omega$  کدام است؟



(1)

(2)  $\frac{2}{3\pi}$ (3)  $\frac{2}{3}$ (4)  $\frac{2\pi}{3}$ 

-۳ آنگاه  $I = \int_0^\infty f(x) \sin^2 x dx$  کدام است؟ آنگاه  $f(x) = \int_0^\infty \frac{\pi \omega}{1+\omega^2} \sin \omega x d\omega$  اگر

(1)  $\frac{3\pi}{10}$ (2)  $\frac{3\pi}{5}$ (3)  $\frac{5\pi}{12}$ (4)  $\frac{8\pi}{25}$

-۴ معادله دیفرانسیل با مشتقفات جزئی  $u_{xx} + u_{yy} + u_y - u = 0$  در داخل مستطیل  $a < x < b$  و  $0 < y < 1$  به همراه شرایط مرزی  $u(x, 0) = 0$  و  $u(a, y) = u(b, y) = 0$  داده شده است. اگر برای این مسئله

$$u_k(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k u_k(x, y) \quad \text{باشد، که در آن } c_k \text{ ها ضرایب ثابت هستند، آنگاه تابع } u_k(x, y) \text{ کدام است؟}$$

$$(e^{ry} - e^{-ry}) \sin \alpha_k (b-x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b+a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4(1+\alpha_k^2)}}{2} \quad (1)$$

$$(e^{ry} - e^{-ry}) \sin \alpha_k (b-x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{2+\alpha_k^2}}{2} \quad (2)$$

$$(e^{ry} - e^{-ry}) \sin \alpha_k (b+x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4(1+\alpha_k^2)}}{2} \quad (3)$$

$$(e^{ry} - e^{-ry}) \sin \alpha_k (b-x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4(1+\alpha_k^2)}}{2} \quad (4)$$

-۵ برای حل مسئله مقدار مرزی غیرهمگن داده شده با شرایط اولیه و مرزی همگن به صورت زیر:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1-x)\sin t = \frac{\partial u}{\partial t}, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = u(x, 0) = 0, & 0 < x < 1, \quad t > 0 \end{cases}$$

می‌توان از بسط فوریه به صورت زیر استفاده نمود.

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(t) \sin(n\pi x), \quad F(x, t) = (1-x)\sin t = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \sin(n\pi x)$$

کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

$$u'_n(t) - n^2\pi^2 u_n(t) = \frac{\sin t}{n\pi}, \quad F_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t \quad (1)$$

$$u'_n(t) - n^2\pi^2 u_n(t) = \frac{\pi \sin t}{n\pi}, \quad F_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t \quad (2)$$

$$u'_n(t) + n^2\pi^2 u_n(t) = \frac{\pi \sin t}{n\pi}, \quad F_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t \quad (3)$$

$$u'_n(t) + n^2\pi^2 u_n(t) = \frac{\sin t}{n\pi}, \quad F_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t \quad (4)$$

-۶ مسئله مقدار اولیه  $y(x,0) = e^{-|x|}$ ,  $\frac{\partial y}{\partial t}(x,0) = 0$  با شرایط اولیه  $t > 0$ ,  $-\infty < x < \infty$ ,  $\frac{\partial^r y}{\partial t^r} = e^t \frac{\partial^r y}{\partial x^r}$  با

فرض آن که پاسخ مسئله به شکل  $y(x,t) = \int_0^\infty [a(\omega) \cos(\omega x) + b(\omega) \sin(\omega x)] \cdot \cos(\omega c t) d\omega$  باشد. آنگاه  $a(\omega)$  و  $b(\omega)$  کدام است؟

$$b(\omega) = \frac{1}{\pi(1+\omega^r)}, \quad a(\omega) = 0 \quad (1)$$

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi(1+\omega^r)}, \quad b(\omega) = 0 \quad (2)$$

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi(1+\omega^r)}, \quad b(\omega) = 0 \quad (3)$$

$$b(\omega) = \frac{1}{\pi(1+\omega^r)}, \quad a(\omega) = 0 \quad (4)$$

-۷ به ازای کدام ثابت‌های  $\gamma$ , معادله دیفرانسیل با مشتق‌ات جزئی  $w = 0$  دارای جواب کراندار غیر صفر

به صورت  $w(x,y) = F(x)G(y)$ , در تمام ربع اول صفحه  $xy$  می‌باشد؟

$$\gamma > 0 \quad (1) \quad \gamma < 0 \quad (2)$$

$$(3) \text{ مسئله جواب ندارد} \quad \forall \gamma \in \mathbb{R} \quad (4)$$

-۸ اگر  $z = x + iy$  عدد مختلط باشد, آنگاه  $\operatorname{Im}(\frac{z}{\pi} \cdot \cosh z)$  (قسمت موهومی) کدام است?

$$\frac{x}{\pi} \cosh x \cos y - \frac{y}{\pi} \sinh x \sin y \quad (1)$$

$$\frac{x}{\pi} \sinh x \sin y + \frac{y}{\pi} \cosh x \cos y \quad (2)$$

$$\frac{x}{\pi} \sinh x \cos y + \frac{y}{\pi} \cosh x \sin y \quad (3)$$

$$-\frac{x}{\pi} \sinh x \sin y + \frac{y}{\pi} \cosh x \cos y \quad (4)$$

-۹ اگر  $\operatorname{Im}(\operatorname{Log} \frac{z-1}{z+1}) = c$  (قسمت موهومی) و  $c$  ثابت و مخالف صفر باشد, آنگاه بیان این معادله بر حسب  $x$  و  $y$

کدام است؟

$$x^r + (y - \cot c)^r = 1 \quad (1)$$

$$x^r + (y - \tan c)^r = \frac{1}{\cos^r c} \quad (2)$$

$$x^r + (y - \cot c)^r = \frac{1}{\sin^r c} \quad (3)$$

$$x^r + (y - \tan c)^r = \tan^r c \quad (4)$$

- ۱۰ - حداقل مقدار  $|e^{rz-i}|$  در ناحیه  $|z| \leq \frac{1}{2}$  کدام است؟

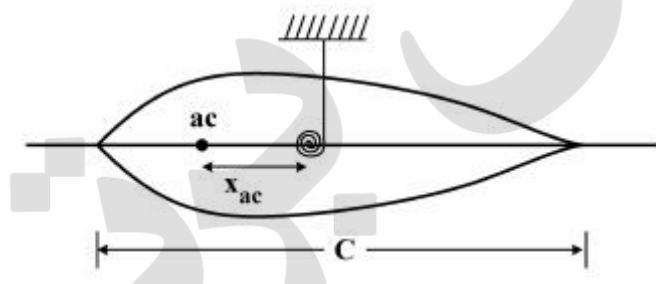
- (۱) ۱
- (۲)  $e^r$
- (۳)  $e^{-r}$
- (۴)  $\frac{1}{e^r}$

دینامیک پرواز پیشرفته:

- ۱۱ - مطابق شکل، رابطه فرکانس طبیعی نوسانات مود پیچشی یک بال مستطیلی در حال سکون کدام است؟

$k$  : ضریب سختی پیچشی بال

$I_\gamma$  : ممان اینرسی بال حول محور پیچشی



$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{I_\gamma}} \quad (1)$$

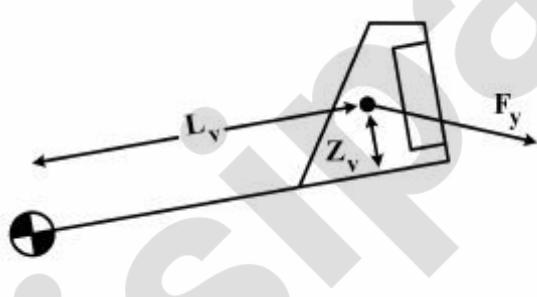
$$\omega_n = \sqrt{\frac{c}{x_{ac}} \frac{k}{I_\gamma}} \quad (2)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{x_{ac}}{c} \frac{k}{I_\gamma}} \quad (3)$$

$$\omega_n = \frac{c}{x_{ac}} \sqrt{\frac{k}{I_\gamma}} \quad (4)$$

- ۱۲ - فرض کنید دم هوایپما الاستیک باشد. در اثر حرکت Rudder نیروی حاصل که عمود بر سطح دم است، باعث انحراف دم به اندازه زاویه  $\gamma$  نسبت به حالت قائم می‌شود. زاویه  $\gamma$  با گشتاور خمی حاصل از آن حول محور طولی متناسب خواهد بود. مشتق  $C_m \delta_r$  بر حسب مشتقان دیگر این هوایپما کدامیک از موارد زیر است؟ ( $k$ )

ضریب سختی خمس دم عمودی حول محور طولی هوایپما است)



$$C_m \delta_r = \frac{1}{k \bar{c}} \bar{q} C_y \delta_r s z_v L_v | \delta_r | \quad (1)$$

$$C_m \delta_r = \frac{z_v}{L_v} \bar{q} C_y \delta_r s z_v L_v | \delta_r | \quad (2)$$

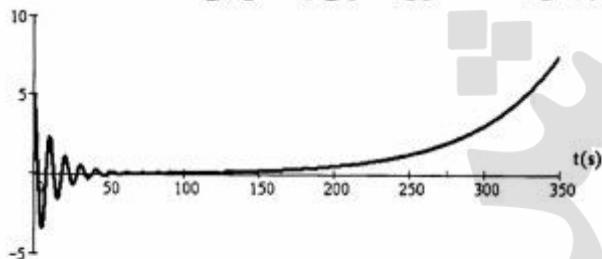
$$C_m \delta_r = \frac{1}{k \bar{c}} \bar{q} C_y^\tau \delta_r s z_v L_v | \delta_r | \quad (3)$$

$$C_m \delta_r = \frac{z_v}{L_v} \bar{q} C_y^\tau \delta_r s z_v L_v | \delta_r | \quad (4)$$

-۱۳ در یک هواپیمای الاستیک کدام‌یک از مشتقات زیر به نحوه توزیع جرم هواپیما بستگی ندارد؟

- $C_{Dq}$  (۱)
- $C_{Lu}$  (۲)
- $C_{Lw}$  (۳)
- $C_{m\theta}$  (۴)

-۱۴ شکل زیر رفتار زمانی چه متغیر پروازی از یک هواپیمای جت مسافری معمولی را نشان می‌دهد؟



- (۱) زاویه حمله ( $\alpha$ )
- (۲) شتاب قائم ( $a_z$ )
- (۳) زاویه لغزش ( $\beta$ )
- (۴) سرعت اوجگیری ( $w$ )

-۱۵ کدام‌یک از شرایط زیر حرکت یک هواپیما در مسیر مستقیم الخط، در صفحه قائم و به اصطلاح با بال‌های تراز (wings level, straight and symmetric) را توصیف می‌کند؟ اندیس ۱ بیانگر مقدار تریم است.

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\phi}_1 = \dot{\psi}_1 = V_1 = W_1 = 0 \quad (1)$$

$$\varphi_1 = \psi_1 = P_1 = \varphi_1 = R_1 = V_1 = 0 \quad (2)$$

$$\dot{\phi}_1 = \dot{\psi}_1 = \psi_1 = \varphi_1 = V_1 = W_1 = 0 \quad (3)$$

$$\theta_1 = \varphi_1 = \psi_1 = P_1 = Q_1 = R_1 = 0 \quad (4)$$

-۱۶ معادلات حالت هواپیما برای مود رول به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود. که  $L_p = -\alpha$  و  $L_{\delta a} = 2$  می‌باشد.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_p & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{\delta a} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_a$$

پاسخ حالت دائم زاویه  $\phi$  برای ورودی پله واحد سکان شهر ( $\delta_a$ ) چقدر است؟

- ۰ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- $\infty$  (۴)

-۱۷ کدام‌یک از عبارات زیر در خصوص زوایای اویلر نادرست است؟

(۱) زوایای اویلر با سه چرخش متوالی به اندازه  $\theta$ ،  $\varphi$  و  $\psi$  دستگاه اینرسی را به بدنی منطبق می‌کنند و بر مؤلفه‌های نیروی جاذبه در دستگاه بدنی اثر می‌گذارند.

(۲) زوایای اویلر به حل معادلات ناوبری و تعیین وضعیت و موقعیت یک هواپیما در پرواز کمک می‌کنند.

(۳) زوایای اویلر نیروهای ابرودینامیکی را تحت تأثیر قرار می‌دهند.

- (۴) موارد ۱ و ۲

- ۱۸ ماهیت کدام‌یک از سیستم‌های کنترلی زیر با بقیه متناوب است؟
- (۱) Wing Leveler
  - (۲) Roll Damper
  - (۳)  $\beta$ -SAS
  - (۴)  $\alpha$ -SAS
- ۱۹ کدام‌یک از عبارات زیر صحیح است؟
- (۱) هواپیمایی که پایداری استاتیکی ندارد، تریم پذیر نیست.
  - (۲) پرنده‌ای که دارای ناپایداری جهت پیچش (Unstable-Pitch Break) است حداقل زاویه حمله مجاز پروازی آن بیشتر از پرنده‌های با پایداری جهت پیچش است.
  - (۳) هواپیما می‌تواند علاوه بر تریم پذیری در پرواز مستقیم الخط حالت دائم، در برخی شرایط مانوری دیگر نیز تریم شده و پرواز حالت دائم داشته باشد.
  - (۴) تریم پذیری عرضی - سمتی به معنای حذف زاویه سرش جانبی  $\beta$  و سمت  $\gamma$  است.
- ۲۰ کدام‌یک از عبارات زیر پایداری استاتیکی طولی و تریم پذیری را تضمین می‌کند؟
- (۱)  $Cm_\alpha < 0$  و  $Cm_\gamma < 0$
  - (۲)  $Cm_\alpha < 0$  و  $Cm_\gamma > 0$
  - (۳)  $Cm_\alpha > 0$  و  $Cm_\gamma > 0$
  - (۴)  $Cm_\alpha > 0$  و  $Cm_\gamma < 0$
- ۲۱ زاویه حمله  $\alpha$  عبارتست از:
- (۱) زاویه بین تصویر بردار سرعت در صفحه قائم ( $V_\infty \cos\beta$ ) و محور X بدنی ( $X_B$ ) است.
  - (۲) زاویه بین بردار سرعت  $V_\infty$  و تصویر آن در صفحه افق ( $X_B - Y_B$ ) است.
  - (۳) زاویه بین بردار سرعت  $V_\infty$  و تصویر آن در صفحه قائم ( $X_B - Z_B$ ) است.
  - (۴) زاویه بین مؤلفه‌های X و Z بردار سرعت ( $V_\infty$ ) در دستگاه پایداری است.
- ۲۲ قطب‌های یک موشک الاستیک:
- (۱) فقط قطب‌های مدل جسم صلب می‌باشند.
  - (۲) فقط قطب‌های مربوط به خمین بدن می‌باشند.
  - (۳) قطب‌هایی نزدیک قطب‌های مدل جسم صلب می‌باشند.
  - (۴) شامل قطب‌های مدل جسم صلب و خمین بدن می‌باشند.
- ۲۳ در حرکت هواپیما تابع تبدیل شتاب نرمال به الوتیور توسط رابطه زیر داده شده است (با استفاده از تقریب مود فرکانس طبیعی مود Short Period کدام است؟)

$$\frac{n_z}{\delta_e} = \frac{as + b}{s^2 - (Z_\alpha + M_q)s - M_\alpha(1 + Z_q) + Z_\alpha M_q}$$

$$\sqrt{M_q Z_\alpha - (1 + Z_q) M_\alpha} \quad (۲)$$

$$Z_\alpha M_q - M_\alpha (1 + Z_q) \quad (۴)$$

$$\sqrt{M_\alpha (1 + Z_q) - Z_\alpha M_q} \quad (۱)$$

$$M_\alpha (1 + Z_q) - Z_\alpha M_q \quad (۳)$$

- ۲۴- در مورد مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای در دستگاه بدنی هواپیما ( $p, q, r$ ) و نرخ زوایای اوبلر ( $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$ ) کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) انتگرال  $\int \dot{\theta} dt = \theta$ ,  $\int \dot{\phi} dt = \phi$ ,  $\int \dot{p} dt = p$  منجر به زوایای می‌شود که توجیه فیزیکی ندارند ولی برای مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای در دستگاه بدنی اینگونه نیست.
- (۲) انتگرال  $\int \dot{q} dt = q$ ,  $\int \dot{r} dt = r$ ,  $\int \dot{p} dt = p$  منجر به زوایای می‌شود که توجیه فیزیکی ندارند ولی برای نرخ زوایای اوبلر این‌گونه نیست.
- (۳) انتگرال  $\int \dot{\psi} dt = \psi$ ,  $\int \dot{\theta} dt = \theta$ ,  $\int \dot{\phi} dt = \phi$  منجر به سینگولاریتی (تکنیگی) می‌شود.
- (۴) تفاوتی ندارند.

- ۲۵- در حلقه کنترل زاویه غلت ( $\phi$ ) جهت جلوگیری از مود اسپیرال فرض کنید کهتابع تبدیل عرضی هواپیما به فرم

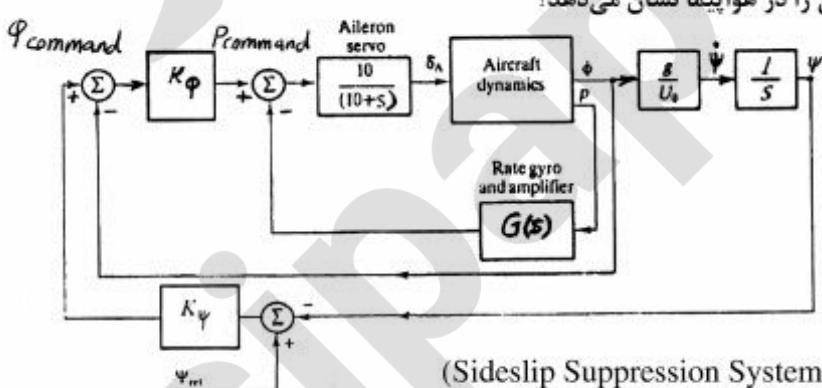
$$\frac{\phi(s)}{\delta_a(s)} = \frac{L_{\delta_a}}{s(s - L_p)}$$

فرض کنید که خلبان از روی عدم تأخیری در سیستم وارد نکند و تأخیر ناشی از عملکرد ماهیچه‌ای نیز قابل صرفنظر باشد.

راهنمایی: تابع تبدیل خلبان در حلقه به صورت  $(T_L s + 1) / (T_L s + \zeta s)$  است.

- (۱) یک خلبان غیر ورزیده و با تأخیر زمانی در صورتی که باعث تقدم فاز گردد می‌تواند پایداری سیستم حلقه بسته را بهبود ببخشد.
- (۲) یک خلبان ورزیده می‌تواند بدون ایجاد تقدم فاز و فقط با افزایش بهره فرکانس طبیعی سیستم را افزایش و باعث ناپایداری آن شود.
- (۳) یک خلبان بیمار با تأخیر زمانی زیاد با افزایش بهره فرکانس طبیعی سیستم را کاهش و میرانی آن را افزایش خواهد داد.
- (۴) خلبان چه ورزیده و چه بیمار باشد با افزایش بهره فرکانس طبیعی سیستم را کاهش می‌دهد و اثری روی پایداری سیستم حلقه بسته ندارد.

- ۲۶- بلوك دیاگرام زیر چه سیستمی را در هواپیما نشان می‌دهد؟



- (۱) سیستم کنترل زاویه لغزش (Sideslip Suppression System)
- (۲) سیستم افزاینده پایداری سمتی هواپیما (Yaw Damper System)
- (۳) سیستم کنترل سمت پرواز (Direction Control System)
- (۴) سیستم کنترل زاویه غلت (Roll Control System)

-۲۷ در یک هواپیمای متعارف، بزرگ شدن کدام یک از مشتقات زیر باعث افزایش قابل توجه نسبت میرایی یکی از مودهای دینامیکی می‌شود؟

- C<sub>m<sub>α</sub></sub> (۱)  
C<sub>n<sub>β</sub></sub> (۲)  
C<sub>I<sub>p</sub></sub> (۳)  
C<sub>D<sub>u</sub></sub> (۴)

-۲۸ اگر یک هواپیمای دارای سیستم کنترل برگشت‌پذیر در حالت stick free پایدار خنثی باشد، در حالت stick fixed چگونه است؟

- (۱) ناپایدار  
(۲) پایدار دینامیکی  
(۳) پایدار استاتیکی  
(۴) نمی‌توان اظهارنظر کرد
- کدام یک جزو فوائد استفاده از سیستم‌های کنترل برگشت‌ناپذیر نیست؟
- (۱) حذف حرکات نامطلوب اهرم کنترلی داخل کابین  
(۲) ایجاد دینامیک تقریباً یکسان در شرایط پروازی مختلف  
(۳) حذف امکان اعمال فرامین غلط توسط خلبان  
(۴) ارتقای رتبه کیفیت پروازی هواپیما

-۲۹ ماتریس انتقال از دستگاه بدنی به دستگاه اینرسی در کدامیک از عبارت زیر صحیح بیان شده است؟

$$T = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

کنترل پیشرفته:

- ۳۱- پاسخ یک سیستم دینامیکی خطی نامتغیر با زمان با ورودی صفر چگونه است؟

$$\vec{x}(t) = \vec{0} \quad (1)$$

$$\vec{x}(t) = \exp[A(t - t_0)] \cdot \vec{x}(t_0) \quad (2)$$

$$\vec{x}(t) = \int_{t_0}^t \exp[A(t - \tau)] d\tau \cdot \vec{x}(t_0) \quad (3)$$

$$\vec{x}(t) = \exp[A(t - t_0)] \vec{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \exp[A(t - \tau)] d\tau \quad (4)$$

- ۳۲- ماتریس تبدیل مودال جهت قطری‌سازی سیستم زیر کدام است؟

$$\vec{\dot{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \vec{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [1 \ 1] \vec{x}(t)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

- ۳۳- سیستم زیر که متعلق به یک مدار الکتریکی است را در نظر بگیرید.

$$\vec{\dot{x}}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{1}{RC} & C \end{bmatrix} \vec{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [-1 \ 0] \vec{x}(t) + u(t)$$

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} u_e(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix}$$

شرط عدم کنترل پذیری کدام است؟

C: ظرفیت خازن، R: مقاومت الکتریکی، L: مشخصه سلف

$$R = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1)$$

$$R = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (2)$$

$$R = \frac{L}{C} \quad (3)$$

$$R = \frac{1}{LC} \quad (4)$$

- ۳۴ - برای سیستم خطی کنترل پذیر و رؤیت‌پذیر مستقل از زمان

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} ; \mathbf{y} = \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}$$

که دارای پایداری مجانبی است، کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

- (۱) تمامی قطب‌های تابع تبدیل این سیستم قسمت حقیقی منفی دارند.
- (۲) با حالت اولیه صفر، سیستم پایدار BIBO است.
- (۳) این سیستم خطی کاملاً پایدار است. (T-Stable)
- (۴) همه عبارت‌های فوق

- ۳۵ - در خصوص کنترل‌پذیری و رؤیت‌پذیری سیستم زیر

$$\ddot{\mathbf{z}} = (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{AP})\ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{P}^{-1}\mathbf{B})\ddot{\mathbf{u}}$$

تحت تبدیل همانندی  $\ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}\ddot{\mathbf{x}}$  کدام عبارت صحیح است؟

- (۱) کنترل‌پذیری و رؤیت‌پذیری تحت تبدیل همانندی تغییرناپذیر است.
- (۲) رؤیت‌پذیری تغییرناپذیر ولی کنترل‌پذیری تغییر خواهد کرد.
- (۳) کنترل‌پذیری تغییرناپذیر ولی رؤیت‌پذیری، تغییر خواهد کرد.
- (۴) هم کنترل‌پذیری و هم رؤیت‌پذیری تحت تبدیل همانندی تغییر خواهند است.

- ۳۶ - چنانچه معادلات حالت یک سیستم به فرم قطری زیر باشد:

$$\ddot{\mathbf{z}} = (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{AP})\ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{P}^{-1}\mathbf{B})\ddot{\mathbf{u}}$$

شرط کنترل‌پذیری کامل وضعیت سیستم کدام است؟

- (۱) هیچ یک از سطرهای ماتریس  $(\mathbf{P}^{-1} \mathbf{AP})$  صفر نباشد.
- (۲) هیچ یک از سطرهای ماتریس  $(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{B})$  صفر نباشد.
- (۳) هیچ یک از ستون‌های ماتریس  $(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{B})$  صفر نباشد.
- (۴) همه اعضای روی قطر ماتریس  $(\mathbf{P}^{-1} \mathbf{AP})$  مخالف صفر باشند.

- ۳۷ - برای سیستم زیر:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

چنانچه معادلات حالت را بنویسیم ماتریس A کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad (4)$$

- ۳۸- برای سیستم زیر فیدبک حالت را طوری طراحی کنید که دارای فرکانس طبیعی و میرایی  $\zeta$  و  $\omega_n$  باشد.

$$\ddot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = [1 \ 0] \ddot{\mathbf{x}}$$

$$K_1 = \omega_n^2 + a_0, K_2 = 2\zeta\omega_n - a_1 \quad (1)$$

$$K_1 = 2\zeta\omega_n + a_1, K_2 = -\omega_n^2 + a_0 \quad (2)$$

$$K_1 = 2\omega_n^2 + a_0, K_2 = 2\zeta\omega_n - a_1 \quad (3)$$

$$K_1 = \omega_n^2 - a_0, K_2 = 2\zeta\omega_n - a_1 \quad (4)$$

- ۳۹- ماتریس تبدیل حالت زیر داده شده است. کدام گزینه ماتریس حالت سیستم را نشان می‌دهد؟

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} 2e^{-2t} - e^{-4t} & \frac{1}{2}e^{-2t} - \frac{1}{2}e^{-4t} \\ -4e^{-2t} + 4e^{-4t} & -e^{-2t} + 2e^{-4t} \end{bmatrix}$$

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ 1 & -6 \end{bmatrix}$$

- ۴۰- در روش جایگزینی قطب در سیستم‌های یک ورودی و یک خروجی، فیدبک حالت چگونه است؟

(۱) بر صفرهای سیستم تأثیرگذار نیست.

(۲) باعث افزایش تعداد صفرهای سیستم می‌شود.

(۳) باعث کاهش تعداد صفرهای سیستم می‌شود.

(۴) محل صفرهای سیستم را عوض می‌کند.

- ۴۱- شرط لازم و کافی برای آنکه سیستم  $\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\bar{\mathbf{u}}$  کنترل پذیر خروجی باشد، کدام است؟

(۱) رتبه ماتریس  $\begin{bmatrix} \mathbf{CB} & \mathbf{CAB} & \dots & \mathbf{CA}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$  کامل باشد (Full Rank)

(۲) رتبه ماتریس  $\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^\top\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$  کامل باشد (Full Rank)

(۳) رتبه ماتریس  $\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^\top\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{BC} \end{bmatrix}$  برابر با سطرهای ماتریس  $\mathbf{C}$  باشد (تعداد خروجی‌های سیستم)

(۴) رتبه ماتریس  $\begin{bmatrix} \mathbf{CB} & \mathbf{CAB} & \dots & \mathbf{CA}^{n-1}\mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix}$  برابر سطرهای ماتریس  $\mathbf{C}$  باشد (تعداد خروجی‌های سیستم)

- ۴۲- کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

- (۱) کنترل پذیری یا رؤیت‌پذیری یک سیستم وابسته به پایداری آن سیستم‌اند.
- (۲) با تبدیل همانندی و انتقال  $\tilde{x} = T \bar{z}$  می‌توان خواص سیستم، محل قطب‌های آن و شکل پاسخ دینامیکی را تغییر داد.
- (۳) با استفاده از تبدیل همانندی می‌توان سیستم دینامیکی (در فرم معادلات دیفرانسیل) را از فرم کوپل به فرم غیرکوپل تبدیل نمود.
- (۴) چنانچه متغیرهای حالت انتخاب شده برای یک سیستم وابسته خطی باشند، سیستم به شکل کنترل‌پذیر و رؤیت‌ناپذیر در خواهد آمد.

- ۴۳- مدل ریاضی یک سیستم غیرخطی به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1^2 - \sin 2x_2 + u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_2 - u_1 + x_1 e^{-x_2} \end{cases}$$

چنانچه سیستم فوق حول نقطه صفر خطی گردد ماتریس A کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

- ۴۴- سیستم کنترل‌پذیر زیر داده شده است.

$$G(s) = \frac{s+4}{(s+1)(s+2)(s+5)}$$

کنترلی به کمک روش جایگزینی قطب با فیدبک حالت برای این سیستم طراحی می‌کنیم که در آن یکی از قطب‌های انتخابی  $S = -4$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) سیستم حلقه بسته کنترل‌ناپذیر و رؤیت‌ناپذیر است.

- (۲) سیستم حلقه بسته کنترل‌پذیر و رؤیت‌ناپذیر است.

- (۳) سیستم حلقه بسته کنترل‌پذیر و رؤیت‌پذیر است.

- (۴) سیستم حلقه بسته کنترل‌ناپذیر و رؤیت‌پذیر است.

۴۵- سیستم زیر مفروض است:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = cx \\ A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) سیستم مشاهده‌پذیر کامل حالت نیست.
- ۲) بدون شرایط اولیه نمی‌توان قضاوتی نمود.
- ۳) سیستم مشاهده‌پذیر کامل حالت است.
- ۴) مشاهده‌پذیری سیستم بستگی به روش آن دارد.



