isipaper.org

126

B

126B

نام:
نام خانوادگی:
محل امضا:

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه
۱۳۹۴/۱۲/۱۴

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۳۹۵

علوم ریاضی (کد ۲۲۰۶)

تعداد سؤال: ۴۵ | مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

عنوان دروس اختصاصی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	دروس اختصاصی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

isipaper.org

مبانی آنالیز ریاضی:

۱- فرض کنید $f : A \times B \to \mathbb{R}$ تابعی کراندار باشد. کدام گزینه درست است؟

۱) $\sup_y \inf_x f(x,y) \le \inf_y \sup_x f(x,y)$

۲) $\sup_y \inf_x f(x,y) \le \inf_x \sup_y f(x,y)$

۳) $\sup_y \inf_x f(x,y) \ge \inf_x \sup_y f(x,y)$

۴) $\sup_x \inf_y f(x,y) \le \inf_x \sup_y f(x,y)$

۲- مقدار $\lim_{n\to\infty} \sin^2(\pi\sqrt{n^2+n})$ کدام است؟

۱) ۱-

۲) ۰

۳) ۱

۴) موجود نیست.

۳- مقدار $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{\cos 1} \times \frac{1}{\cos\frac{1}{2}} \times \ldots \times \frac{1}{\cos\frac{1}{n}}}$ کدام است؟

۱) ۰

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۱

۴) ∞

isipaper.org

۴- اگر $n=1,2,...$، $x_n=\frac{1\times3\times...\times(2n-1)}{2\times4\times...\times2n}$. کدام گزینه درست است؟

۱) $\lim_{n\to\infty} x_n=0$ ولی $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ واگراست.

۲) $\lim_{n\to\infty} x_n\neq0$ لذا $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ واگراست.

۳) $\lim_{n\to\infty} x_n=0$ و $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ به مقدار کمتر یا مساوی e همگراست.

۴) $\lim_{n\to\infty} x_n=0$ و $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ به مقدار بیشتر از e همگراست.

۵- سری $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\cos n)(\sin(na))}{n}$ به ازای چه مقادیر a همگراست؟

۱) فقط وقتی‌که $|a|\leq1$.

۲) فقط وقتی‌که a مضربی صحیح از $\frac{\pi}{2}$ باشد.

۳) فقط وقتی‌که a اصم یا صفر باشد.

۴) تمام مقادیر $a\in\mathbb{R}$.

۶- فرض کنید $f(x)$ بر بازه $[0,1]$ کران‌دار باشد و برای $0\leq x\leq\frac{1}{a}$ که $a,b>1$ و $a\neq b$ در رابطه $f(ax)=bf(x)$ صدق کند. کدام گزینه در مورد $\lim_{x\to0^+} f(x)$ درست است؟

۱) حد موجود و برابر $\frac{b}{a}$ است.

۲) حد موجود و برابر $f(0)$ است.

۳) حد موجود و برابر $\frac{a}{b}$ است.

۴) ممکن است حد موجود نباشد.

۷- در مورد تابع $f(x)=[x]+(x-[x])^{[x]}$ که $x\in(0,+\infty)$ کدام گزینه درست است؟

۱) تابع f بر $(0,+\infty)$ اکیداً صعودی است.

۲) $\lim_{x\to\infty}(f(x)-[x])=0$

۳) تابع f بر $(0,+\infty)$ پیوسته یکنواخت است.

۴) تابع f بر $(0,+\infty)$ پیوسته است ولی پیوسته یکنواخت نیست.

isipaper.org

۸- فرض کنید I یک بازه و $f: I \to \mathbb{R}$. کدام گزینه نتیجه می‌دهد؟ f پیوسته یکنواخت است.

۱) f کران‌دار، پیوسته و یکنوا است.

۲) f پیوسته و fof پیوسته یکنواخت است.

۳) f یک‌به‌یک و تصویر وارون هر دنباله کوشی، کوشی است.

۴) به ازای هر $n \in N$، تابع $g_n(x) = x^n f(x)$ پیوسته یکنواخت است.

۹- فرض کنید I یک بازه کران‌دار و $f: I \to \mathbb{R}$ پیوسته یکنواخت باشد، در این صورت همه گزینه‌های زیر، صحیح‌اند، به‌غیراز:

۱) $f(I)$ کران‌دار است.

۲) اگر f یک‌به‌یک باشد، تصویر وارون هر دنباله کوشی، کوشی است.

۳) اگر f اکیداً یکنوا باشد دارای وارون پیوسته یکنواخت است.

۴) چندجمله‌ای p وجود دارد که pof پیوسته یکنواخت نیست.

۱۰- فرض کنید D زیرمجموعه باز $\mathbb{R}$، $f: D \to \mathbb{R}$ صعودی باشد. کدام گزینه معادل پیوستگی f نیست؟

۱) برای هر $a \in D$، $\inf\{f(y) - f(x) : x, y \in D, x < a < y\} = 0$.

۲) برای هر زیرمجموعه کران‌دار A از D، $\inf(f(A)) = f(\inf A)$ و $\sup f(A) = f(\sup A)$.

۳) f دارای وارون پیوسته باشد.

۴) برای هر $a \in D$، دنبالهٔ $\{x_n\}$ در D وجود دارد که $f(a) = \lim f(x_n)$ و $\{n : x_n > a\}$ و $\{n : x_n < a\}$ نامتناهی باشد.

۱۱- فرض کنید $a > 0$ و تابع f بر بازه $[a,b]$ پیوسته و بر بازهٔ (a,b) مشتق‌پذیر باشد. در این صورت عددی مانند c در بازهٔ (a,b) یافت می‌شود به‌طوری‌که مقدار $\frac{bf(a) - af(b)}{b-a}$ برابر است با:

۱) $f(c)$

۲) $f'(c)$

۳) $f(c) - cf'(c)$

۴) $cf'(c) - f(c)$

۱۲- فرض کنید f بر $(0,\infty)$ مشتق‌پذیر باشد و $\lim_{x \to \infty} f'(x) = 1$ در این صورت:

۱) $\lim_{x \to \infty} f(x) = 1$

۲) $\lim_{x \to \infty} (f(x+1) - f(x)) = 1$

۳) $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

۴) به ازای هر $h \in (0,1)$، $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{h}$

isipaper.org

۱۳- فرض کنید f تابعی اکیداً صعودی و دوبار مشتق‌پذیر بر بازه $(0,+\infty)$ باشد و $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-f''(x)\right)=L$. کدام گزینه درست است؟

۱) $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-f'(x))=0$

۲) $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-f'(x)\right)=L$

۳) $\lim_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{f(x)}=1$

۴) $\lim_{x\to+\infty}(f(x)+f'(x))=+\infty$

۱۴- فرض کنید $f(x)$ بر $\mathbb{R}$ پیوسته باشد و برای $n=0,1,2,\ldots$ قرار دهیم $a_n=\int_0^1 f(n+x)dx$ به‌طوری‌که $\lim_{n\to\infty}a_n=a$. در این صورت مقدار $\lim_{n\to\infty}\int_0^1 f(nx)dx$ کدام است؟

۱) ۰

۲) $f(a)$

۳) a

۴) ممکن است موجود نباشد.

۱۵- فرض کنید تابع $g:[a,b]\to\mathbb{R}$ پیوسته باشد. اگر $k>1$ موجود باشد که برای هر $x\in[a,b]$، $|g(x)|\le k\int_a^x|g(t)|dt$ در این صورت همه گزینه‌های زیر صحیح‌اند، به‌غیراز:

۱) تابع g با شرایط بالا وجود دارد که $\int_a^b|g(x)|dx=k$

۲) تابع g بر $[a,b]$ مشتق‌پذیر است.

۳) $\int_a^b g(x)=k(g(b)-g(a))$

۴) برای هر $x\in[a,b]$، $|g(x)|=k\int_a^x|g(t)|dt$

مبانی آنالیز عددی:

۱۶- می‌دانیم که x عددی نزدیک صفر است و $x^2\cos x-x\sin x+\frac{1}{3}\ln(1+x^4)=O(x^p)$. عدد p کدام است؟

۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

isipaper.org

۱۷- در یک دستگاه ممیز شناور نرمال شده در مبنای ۲، هر عدد حقیقی به‌صورت $\pm(0/d_1d_2)_2 \times 2^{\pm d_3d_4}$، با d_iها ارقام در مبنای ۲ و $d_1 \neq 0$ (وقتی عدد مخالف صفر باشد)، ذخیره می‌شود. فرض کنید در این دستگاه ارقام غیرقابل‌نمایش بریده می‌شوند. کوچک‌ترین عدد قابل‌نمایش و روند عدد یک به ترتیب برابرند با .... .

۱) 2^{-4} و 2^{-5}

۲) -4 و $\frac{1}{2}$

۳) -2^{-5} و 2^{-5}

۴) -6 و $\frac{1}{2}$

۱۸- برای تعیین تقریبی از کوچک‌ترین ریشه مثبت معادله $x = \tan(\frac{\pi}{2}x)$ به روش تکرار ساده، یعنی $x_{n+1} = g(x_n)$، گزینه مناسب برای $g(x)$ کدام است؟

۱) $g(x) = \frac{2}{\pi}\text{Arc}\tan x$

۲) $g(x) = 2 + \frac{2}{\pi}\text{Arc}\tan x$

۳) $g(x) = \pi + \text{Arc}\tan x$

۴) $g(x) = -2 + \frac{2}{\pi}\text{Arc}\tan x$

۱۹- تقریب تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ در بازه‌ی $I = [16,17]$ با قطعه‌های درون‌یاب خطی مدنظر است. بازه‌ی I دست‌کم به چند قطعه مساوی تقسیم شود تا کران بالای خطای درون‌یابی برای تخمین $f(x)$ در سرتاسر بازه بیش از 3×2^{-30} نباشد؟

۱) ۳۰

۲) ۱۰۰۰

۳) ۱۰۲۴

۴) ۲۰۴۸

۲۰- فرض کنید $\frac{3x^2+x+1}{x^3-6x^2+11x-6} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \frac{a_3}{x-3}$. سه‌تایی (a_1,a_2,a_3) کدام است؟

۱) $(\frac{5}{2},-15,\frac{31}{2})$

۲) $(\frac{5}{3},15,\frac{31}{3})$

۳) $(\frac{5}{2},15,\frac{31}{3})$

۴) $(\frac{5}{3},-15,\frac{31}{2})$

isipaper.org

۲۱- اگر $p(x)$ چندجمله‌ای درونیاب تابع $f(x)=\sin\frac{\pi x}{۲}$ در نقاط ۰، ۱ و ۲ از بازهٔ $[۰,۲]$ باشد، آنگاه کران بالا برای مقدار $|f(x)-p(x)|$ در بازه‌ی $[۰,۲]$ برابر است با ..... .

۱) $\frac{\pi^۳}{۷۲}$

۲) $\frac{\pi^۳}{۱۰۸}$

۳) $\frac{\pi^۳\sqrt{۳}}{۲۱۶}$

۴) $\frac{\pi^۳\sqrt{۳}}{۷۲}$

۲۲- مرتبه همگرایی (مجانبی) روش تکراری نیوتن برای تعیین مینیمم تابع $f(x)=(x-۱)^۴(x^۲+۱)-۱$ برابر است با ..... .

۱) یک

۲) دو

۳) سه

۴) چهار

۲۳- رابطه تکراری زیر را برای پیدا کردن مینیمم کننده تابع $f(x)$ به‌صورت زیر در نظر بگیرید:

$$x_{n+۱}=x_n-\frac{f'(x_n)}{q(x_n)}$$

فرض کنید دنباله $\{x_n\}$ به یک نقطه x^* همگراست و می‌دانیم $f'(x^*)=۰$، $f''(x^*)>۰$. چه رابطه‌ای بین f و q برقرار باشد تا نرخ همگرایی دست‌کم برابر با ۲ باشد؟

۱) $q'(x^*)=f'(x^*)$

۲) $q'(x^*)=f''(x^*)$

۳) $q''(x^*)=f'(x^*)$

۴) $q''(x^*)=f(x^*)$

۲۴- فرض کنید $x\in R^n$ و $A_{n\times n}$، ماتریسی وارون‌پذیر است. گزینه صحیح برای یک نرم برداری کدام است؟

۱) x^tAx

۲) x^tA^tx

۳) $\sqrt{x^tAx}$

۴) $\|Ax\|_۲$

isipaper.org

۲۵- مسئله $\min_{\lambda} \|b\lambda - c\|_2$ را در نظر بگیرید، که در آن $b,c \in R^n$، $b \neq 0$ داده‌شده‌اند و $\lambda \in R$ مجهول است.
مقدار مینیمم کننده λ ..... .

۱) برابر است با صفر اگر b و c متعامد باشند
۲) یگانه است اگر و تنها اگر $c = 0$
۳) برابر است با صفر اگر $b = \alpha c$ به ازای برخی $\alpha \in R$
۴) همواره ناصفر است

۲۶- فرض کنید: $y'(x) \simeq \frac{y(x+h)-y(x-h)}{2h} = F(h)$.
می‌دانیم که $F(h) - y'(x) = O(h^2)$. کدام تقریب برای $y'(x)$ دارای خطای $O(h^4)$ است؟

۱) $2F(\frac{h}{2}) - F(h)$
۲) $\frac{4F(\frac{h}{2}) - F(h)}{3}$
۳) $\frac{2F(\frac{h}{2}) + F(h)}{3}$
۴) $\frac{4F(\frac{h}{2}) + F(h)}{5}$

۲۷- می‌خواهیم تخمینی از $\int_0^2 f(x)dx$ را با استفاده از جمع دو قاعده سیمسون ساده یکی روی بازه‌ی $[0,1]$ و دیگری روی بازه‌ی $[1,2]$ به دست آوریم. با استفاده از مقادیر در جدول زیر، مقدار این تخمین سیمسون مرکب برای انتگرال چقدر است؟

x	۰	۰/۲۵	۰/۵	۰/۷۵	۱	۱/۵	۲
f(x)	۰	۱/۵	۲	۲/۵	۳	۴	۴/۵

۱) ۳/۵
۲) ۴
۳) ۵/۵
۴) ۵/۷۵

۲۸- می‌خواهیم قاعده زیر برای چندجمله‌ای‌های با حداکثر درجه، به‌جای تابع f، دقیق باشد. گزینه صحیح برای مقادیر a و b کدام است؟

$$\int_0^{\pi} \sin x \; f(x)dx \simeq af(0) + bf'(\pi)$$

۱) $a = b = 1$
۲) $a = 2, b = \pi$
۳) $a = 1 - \pi, b = 1 + \pi$
۴) $a = \pi, b = 1 - \pi$

isipaper.org

۲۹- روش انتگرال‌گیری به‌صورت $\int_{0}^{1}\frac{1}{\sqrt{x}}f(x)dx \approx W_1\left[f(\sqrt{a})+f(\sqrt{b})\right]$ مدنظر است. مقادیر W_1، a و b چقدر باشند تا این روش برای توابع خطی دقیق باشد؟

۱) $W_1=1$ ، $a=0$ ، $b=\frac{4}{9}$

۲) $W_1=1$ ، $a=b=\frac{2}{3}$

۳) $W_1=2$ ، $a=b=\frac{1}{3}$

۴) $W_1=2$ ، $a=0$ ، $b=1$

۳۰- روش‌های تخمین انتگرال نقطه میانی، ذوزنقه‌ای و سیمسون را روی یک بازه $[a,b]$ به ترتیب با M، T و S نشان دهید. در این صورت، S برابر است با ..... .

۱) $\frac{1}{3}(T+M)$

۲) $\frac{2}{3}(T+M)$

۳) $\frac{1}{3}T+\frac{2}{3}M$

۴) $\frac{1}{6}T+\frac{2}{3}M$

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی:

۳۱- بُعد زیر فضای تولیدشده توسط $\begin{pmatrix}1&-5\\-4&2\end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix}1&1\\-1&5\end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix}2&-4\\-5&7\end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix}0&6\\3&3\end{pmatrix}$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۳۲- فرض کنید U و V دو زیرفضای برداری چهاربعدی متمایز از $\mathbb{R}^5$ باشند. بعد $U\cap V$ برابر با کدام‌یک از اعداد زیر است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

isipaper.org

۳۳- کدام گزینه شرط وجود جواب برای دستگاه معادلات خطی $\begin{bmatrix} ۲ & -۴ & ۲ \\ ۶ & ۳ & ۳ \\ ۰ & ۵ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ است؟

۱) $b = ۲a + c$

۲) $b = ۲a - c$

۳) $b = ۳(c - a)$

۴) $b = ۳(a + c)$

۳۴- اگر $T : V \to V$ یک تبدیل خطی روی فضای برداری n بعدی V روی میدان $\mathbb{F}$ با مشخصه ۲ باشد، به‌طوری‌که $T^۲ = I$ قرار دهید $W = \{v \in V \mid T(v) = v\}$، آنگاه برای $\dim W$ چه می‌توان گفت؟

۱) $\dim W \geq \frac{n}{۲}$

۲) $\dim W < \frac{n}{۲}$

۳) $\dim W = n - ۱$

۴) $\dim W = n$

۳۵- دترمینان ماتریس مقابل کدام است؟ $\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۱ & -۱ \\ ۲ & ۱ & -۲ & ۱ \\ ۱ & -۱ & ۱ & ۲ \\ -۲ & ۱ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}$

۱) -۳۰

۲) ۰

۳) ۳۰

۴) -۴۸

۳۶- فرض کنید W زیر فضایی از ماتریس‌های $n \times n$ باشد که اعضای آن متقارن هستند، و چندجمله‌ای ویژه آن‌ها به شکل $x^n + a_{n-۲}x^{n-۲} + a_{n-۳}x^{n-۳} + \ldots + a_۱x + a_۰$ باشند، در این صورت بعد W روی $\mathbb{R}$ کدام است؟

۱) $\frac{(n-۱)^۲}{۴}$

۲) $\frac{n(n+۲)}{۴}$

۳) $\frac{n(n-۱)}{۲}$

۴) $\frac{(n-۱)(n+۲)}{۲}$

isipaper.org

۳۷- فرض کنید $V=\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2$ یک فضای برداری روی $\mathbb{Z}_2$ باشد و W زیر فضایی از V است. تعریف می‌کنیم $W'=\{(a,b)\in V \mid aa'+bb'=0 \text{ و } (a',b')\in W \text{ به ازای هر }\}$. کدام گزاره صحیح است؟

۱) $W\cap W'=(0)$

۲) $\dim_{\mathbb{Z}_2} W+\dim_{\mathbb{Z}_2} W'=2$

۳) W' زیر فضایی از V نمی‌باشد.

۴) به ازای هر زیر فضای W از V داریم، $W\neq W'$

۳۸- ماتریس X را خود توان گوییم هرگاه $X^2=X$. فرض کنید A و B دو ماتریس حقیقی $n\times n$ باشند به‌طوری‌که A و B و $A+B$ خود توان هستند. آنگاه:

۱) $tr(AB)=0$

۲) $tr(A)=tr(B)$

۳) $I+A$ خود توان است.

۴) $I+A-B$ خود توان است.

۳۹- فرض کنید $V=\mathbb{R}[x]$ مجموعهٔ چندجمله‌ای‌های با ضرایب حقیقی باشد و همچنین $P_{۱۳۹۴}(x)=\{f(x)\in V \mid \deg f(x)\le ۱۳۹۴\}$. چنانچه $W=\{f(x)\in P_{۱۳۹۴}(x) \mid f(۲)=0\}$، $\dim_{\mathbb{R}} W$ برابر است با:

۱) ۱۳۹۲

۲) ۱۳۹۳

۳) ۱۳۹۴

۴) ۱۳۹۵

۴۰- فرض کنید U و V دو زیر فضای برداری غیرمشمول در همدیگر از $\mathbb{R}^n$ باشند، در این صورت همه موارد زیر صحیح‌اند، به‌غیراز: ($A\Delta B$ تفاضل متقارن دو مجموعه A و B است).

۱) $\langle U\cup V\rangle = U+V$

۲) $\langle U\cap V\rangle = U\cap V$

۳) $\langle U\Delta V\rangle = U\Delta V$

۴) $\langle U\setminus V\rangle = U$

۴۱- فرض کنید $\mathbb{R}^+$ مجموعهٔ تمام اعداد حقیقی مثبت باشد. برای هر $x,y\in\mathbb{R}^+$ تعریف کنید $x+y=xy$ و برای هر $r\in\mathbb{R}$ و هر $x\in\mathbb{R}^+$ تعریف کنید $rx=x^r$، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\mathbb{R}^+$ روی $\mathbb{R}$ یک فضای برداری از بعد ۱ است.

۲) $\mathbb{R}^+$ روی $\mathbb{R}$ یک فضای برداری نیست.

۳) $\mathbb{R}^+$ روی $\mathbb{R}$ یک فضای برداری ۲ بعدی است.

۴) $\mathbb{R}^+$ روی $\mathbb{R}$ یک فضای برداری از بعد نامتناهی است.

isipaper.org

۴۲- اگر $A \in M_n(\mathbb{C})$ و $A^3 = A$ در این صورت کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) $\text{rank}(A) = \text{tr}(A^2)$

۲) $(\text{tr}A)^2 = (\text{tr}A^2)^2$

۳) $(\text{tr}A^2)^2 = (\text{tr}A^4)^2$

۴) $\text{rank}(A^2) = \text{tr}(A^2)$

۴۳- فرض کنید A یک ماتریس حقیقی 7×7 باشد و $A^3 = 5A^2 - 6A$. اگر $\text{tr}(A) = 8$ آنگاه رتبهٔ A برابر است با:

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۴۴- فرض کنید A ماتریسی 10×10 باشد که عناصر روی قطر آن ۱ است و بقیه درآیه‌های آن -1 هستند. در این صورت مجموع درآیه‌های وارون A برابر است با:

۱) $\frac{-3}{2}$

۲) -1

۳) $\frac{-5}{4}$

۴) $\frac{-3}{4}$

۴۵- فرض کنید $A = \begin{pmatrix} 1394 & 1 & \sqrt{2} & -4 \\ 4 & 1395 & 9 & \sqrt{5} \\ -\sqrt{7} & 3 & 1396 & 96 \\ 13 & 97 & \sqrt{3} & 1397 \end{pmatrix}$، در این صورت داریم:

۱) A وارون‌ناپذیر و ۱ مقدار ویژه آن می‌باشد.

۲) A وارون‌پذیر است و ۱ مقدار ویژه آن می‌باشد.

۳) A وارون‌ناپذیر است و ۱ مقدار ویژه آن نمی‌باشد.

۴) A وارون‌پذیر است و ۱ مقدار ویژه آن نمی‌باشد.