isipaper.org

275F

275

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱ از ۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمـــون ورودی
دوره‌های دکتـــری (نیمه متمرکز) داخل ــ ســـال ۱۳۹۴

مهندسی هوا فضا ــ دینامیک پرواز و کنترل
(کد ۲۳۳۴)

تعداد سؤال: ۴۵ | مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی ـ دینامیک پرواز پیشرفته، کنترل بهینه)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه ــ سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

isipaper.org

۱- برای توابع ویژه و مقادیر ویژه مسئله روبرو، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) \end{cases}$$

۱) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = 2\alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۲) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۳) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n) = \alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۴) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\cot(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0,1,2,3,\ldots$

۲- پاسخ کراندار $w(x,t)$ مسئله مقدار اوّلیه کرانه‌ای زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} & , \quad x > 0 \ , \ t > 0 \\ w(x,0) = \dfrac{\partial w(x,0)}{\partial t} = 0 & , \quad x \geq 0 \\ \dfrac{\partial w(0,t)}{\partial x} = \cos t & , \quad t \geq 0 \end{cases}$$

۱) $-2\sin\left(\frac{t-x}{2}\right)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۲) $-\frac{1}{2}\sin(2t-2x)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۳) $-\sin(t-x)u(t-x)$، که در آن، u تابع پله واحد است.

۴) پاسخ کراندار ندارد.

۳- یک راه‌حل مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای (یا مرزی) به صورت زیر:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(x,t) \ , \ 0 < x < L \ , \ t > 0 \\ u(x,0) = g(x), u_t(x,0) = h(x) \\ u(0,t) = 0 = u(L,t) \ , \ t > 0 \end{cases}$$

(f و g و h توابع تکه‌ای هموار داده شده‌اند) آن است که شرایط اولیه داده شده و توابع f (معلوم) و u (مجهول) را بر حسب یک پایه متعامد مناسب $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$، به صورت زیر بسط دهیم:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t)\phi_k(x) \ , \ f(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t)\phi_k(x) \ , \ g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \phi_k(x) \ , \ h(x) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \phi_k(x)$$

و سپس با قرار دادن این کاندیداها در معادلات مسئله داده شده، مجهولات $u_k(t)$ را بیابیم. در این صورت پایه متعامد $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$، کدام است؟

۱) $\left\{\sin\frac{k\pi x}{L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۲) $\left\{\cos\frac{k\pi x}{L}\right\}_{k=0}^{\infty}$

۳) $\left\{\sin\frac{(2k-1)\pi x}{2L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۴) $\left\{\cos\frac{(2k-1)\pi x}{2L}\right\}_{k=1}^{\infty}$

isipaper.org

۴- سری فوریه سینوسی نیم‌دامنه تابع $f(x)=x\sin x$، $0\le x\le \pi$، کدام است؟

۱) $\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۲) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-8m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۳) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2mx)$

۴) $\frac{\pi}{2}\sin x+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2}\sin(2m-1)x$

۵- برای تابع $f(x)=x\cos x$، $0<x<\pi$، سری فوریه کسینوسی نیم‌دامنه را درنظر می‌گیریم. سه جمله اول این سری، کدام است؟

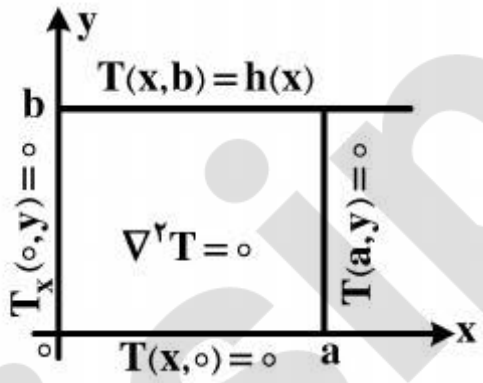
۱) $-\frac{2}{\pi}+\pi\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۲) $-\frac{2}{\pi}+\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۳) $-\frac{2}{\pi}+\frac{\pi}{2}\cos x-\frac{10}{9\pi}\cos 2x$

۴) $-\frac{2}{\pi}+\frac{\pi}{2}\cos x-\frac{20}{9\pi}\cos 2x$

۶- در مسئله مقدار مرزی معادله دیفرانسیل لاپلاس زیر، پایهٔ متعامد بسط تابع $h(x)$ داده شده به سری فوریه، کدام است؟



۱) $\left\{\cos\frac{k\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

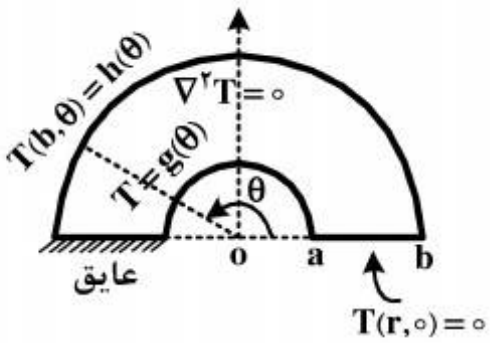
۲) $\left\{\cos\frac{(2k-1)\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۳) $\left\{\sin\frac{(2k-1)\pi x}{2a}\right\}_{k=1}^{\infty}$

۴) $\left\{\frac{1}{2},\cos\frac{\pi x}{a},\cos\frac{2\pi x}{a},\ldots,\cos\frac{k\pi x}{a},\ldots\right\}$

isipaper.org

۷- برای مسئله مقدار مرزی زیر، در مورد معادله دیفرانسیل لاپلاس در داخل یک نیم‌طوق، کاندید جواب به کدام صورت است؟



۱) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}A_k r^k \sin(k\theta)$

۲) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}(A_k r^k+B_k r^{-k})\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$

۳) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}A_k r^{\alpha_k}\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$ ، $\alpha_k=(\frac{2k-1}{2})$

۴) $T(r,\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}(A_k r^{\alpha_k}+B_k r^{-\alpha_k})\sin(\frac{2k-1}{2})\theta$ ، $\alpha_k=(\frac{2k-1}{2})$

۸- در معادله رویه مینیمال $(1+u_x^2)u_{yy}-uu_xu_yu_{xy}+(1+u_y^2)u_{xx}=0$، جواب‌هایی به‌صورت $u(x,y)=F(x)+G(y)$، کدام هستند؟

۱) $u(x,y)=\frac{-1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(-cy+d_1)+d_2$

۲) $u(x,y)=\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(-cy+d_1)+d_2$

۳) $u(x,y)=\frac{-1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cy+d_1)+d_2$

۴) $u(x,y)=\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cx+c_1)+c_2+\frac{1}{c}\text{Ln}\cos(cy+d_1)+d_2$

۹- با فرض اینکه، جواب مسئلهٔ مقدار اولیه $\begin{cases}u_t-u_{xx}=0\\u(x,0)=\phi(x)\end{cases}$ ($-\infty<x<\infty$ و ϕ تابع معلوم)، به‌صورت $u(x,t)=\frac{1}{2\sqrt{\pi t}}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\zeta)e^{\frac{-(x-\zeta)^2}{4t}}d\zeta$ باشد، در حالت خاصی که شرط اولیه به‌صورت $\phi(x)=\begin{cases}T_1 & x>0\\T_2 & x<0\end{cases}$ (T_1 و T_2 ثابت) باشد، آنگاه کدام مورد، صحیح است؟

۱) $u(x,t)=\frac{T_1+T_2}{2}+\frac{T_1-T_2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha$

۲) $u(x,t)=\frac{T_1-T_2}{2}+\frac{T_1+T_2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha$

۳) $u(x,t)=(T_1-T_2)(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha)$

۴) $u(x,t)=(T_1+T_2)(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}}e^{-\alpha^2}d\alpha)$

isipaper.org

۱۰- مقدار انتگرال $I = \int_{0}^{\infty} \frac{(Lnx)^2}{1+x^2} dx$، کدام است؟

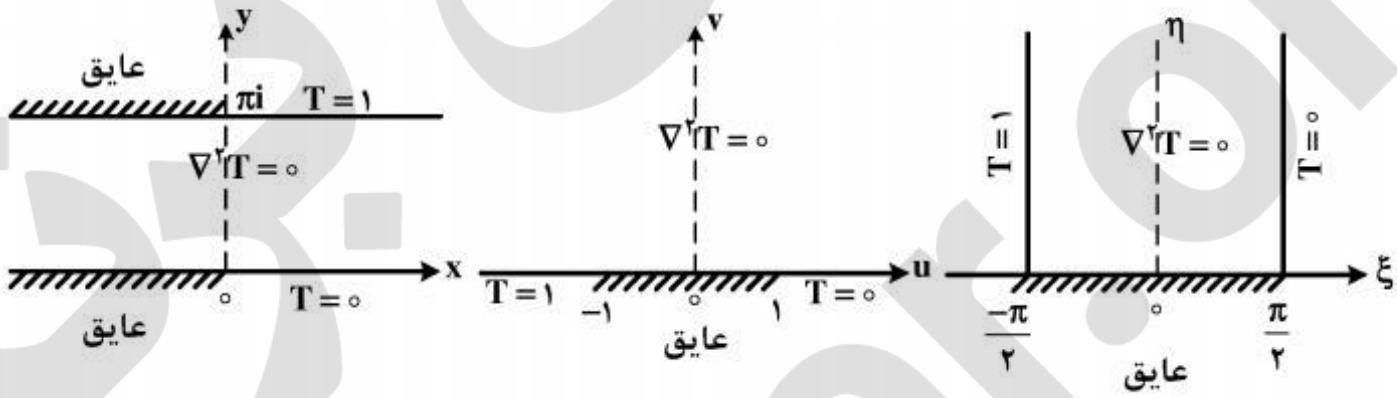
۱) $\frac{\pi^3}{16}$

۲) $\frac{\pi^3}{8}$

۳) $\frac{\pi^3}{4}$

۴) $\frac{\pi^3}{8} + \frac{\pi^2}{4}$

۱۱- سه مسئله مقدار مرزی زیر، برای معادله دیفرانسیل لاپلاس داده شده‌اند. جواب کراندار در نیمه نوار قائم و دو نگاشت مناسب از صفحهٔ ζ به صفحه w و سپس از صفحه w به صفحه z، که جواب‌های کراندار دو مسئله مقدار مرزی دیگر را بدهند، کدامند؟



۱) $T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$ ، $w = \sin\zeta$ ، $z = e^w$

۲) $T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\xi - \frac{\pi}{2})$ ، $\zeta = \sin w$ ، $w = Logz$

۳) $T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$ ، $w = \sin\zeta$ ، $w = Logz$

۴) $T(\xi,\eta) = \frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2} - \xi)$ ، $w = \sin\zeta$ ، $z = Logw$

۱۲- با انتگرال‌گیری از تابع مختلط $f(z) = \frac{e^{az}}{1+e^z}$ ($0 < a < 1$ ثابت) روی کرانه مستطیل $|x| < R$، $0 \le y \le 2\pi$، در جهت مثلثاتی، و سپس میل دادن $R \to \infty$، مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x}$، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{\sin(\pi a)}$

۲) $\frac{2\pi}{\sin(\pi a)}$

۳) $\frac{\pi}{\sinh(\pi a)}$

۴) $\frac{2\pi}{\sinh(\pi a)}$

isipaper.org

۱۳- اگر $f(z)$ تابع تام، $|chz\ f(z)| \le ۱$، و $f(۰) = ۲$، آنگاه مقدار $f(Ln۲)$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) ۱

۴) $\frac{۸}{۵}$

۱۴- در صورتی‌که به ازای هر نقطه $z = re^{i\theta}$ در داخل دایره $\zeta = r_۰e^{i\phi}$، $۰ \le \phi < ۲\pi$، داشته باشیم $f(re^{i\theta}) = \frac{r_۰^۲ - r^۲}{۲\pi}\int_۰^{۲\pi} \frac{f(r_۰e^{i\phi})}{|\zeta - z|^۲}d\phi$، که در آن f در درون و روی دایره مذکور تحلیلی است، و u قسمت حقیقی f باشد، آنگاه $u(r,\theta) = \frac{۱}{۲\pi}\int_۰^{۲\pi} P(r_۰,r,\phi-\theta)u(r_۰,\phi)d\phi$. در این صورت، کدام‌یک از موارد زیر، صحیح نیست؟

۱) $\frac{۱}{۲\pi}\int_۰^{۲\pi} P(r_۰,r,\phi-\theta)d\phi = ۱$

۲) $P(r_۰,r,\phi-\theta) = \frac{r_۰^۲ - r^۲}{r_۰^۲ + ۲rr_۰\cos(\phi-\theta) + r^۲}$

۳) تابع $P(r_۰,r,\phi-\theta)$ همیشه مثبت است.

۴) $P(r_۰,r,\phi-\theta)$ تابعی زوج و دوره‌ای (متناوب) از $(\phi-\theta)$ است.

۱۵- در مورد خودالحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل زیر، کدام عبارت صحیح است؟

$$xy'' + (۱-x)y' + ay = ۰$$

۱) با ضرب در x خودالحاق می‌شود.

۲) با ضرب در $\frac{۱}{x}$ خودالحاق می‌شود.

۳) با ضرب در e^{-x} خودالحاق می‌شود.

۴) خودالحاق است.

isipaper.org

۱۶- **ویژگی‌های مود فیوگوئید (phugoid) در یک هواپیمای هواسر (گلایدر) در مقایسه با یک جنگنده چگونه است؟**

۱) فرکانس نوسانات زیادتر و ضریب میرایی نسبی نیز زیادتر است.

۲) فرکانس نوسانات زیادتر و ضریب میرایی نسبی کمتر است.

۳) فرکانس نوسانات کمتر و ضریب میرایی نسبی زیادتر است.

۴) فرکانس نوسانات کمتر و ضریب میرایی نسبی نیز کمتر است.

۱۷- **چنانچه یک هواپیمای متداول دارای ممان اینرسی رول (Roll) بالا باشد که ثابت زمانی رول (Roll) را افزایش دهد، کدام رابطه در خصوص تابع تبدیل خلبان می‌تواند موجب بهبود عملکرد حلقه کنترل زاویه Bank و پایداری عرضی هواپیما گردد؟**

۱) $Y_p = k\left(\frac{1-\frac{\tau s}{2}}{1+\frac{\tau s}{2}}\right)$

۲) $Y_p = \frac{ke^{-\tau s}}{(Ts+1)}$

۳) $Y_p = \frac{k}{(Ts+1)}$

۴) $Y_p = ke^{-\tau s}(Ts+1)$

۱۸- **کدام عبارت درست است؟**

۱) جهت چرخش اجزای دوران کننده موتور هواپیما تأثیری در رفتار دینامیکی هواپیما ندارد.

۲) چرخش اجزای دوران کننده موتور هواپیما تأثیری در رفتار دینامیکی هواپیما ندارد.

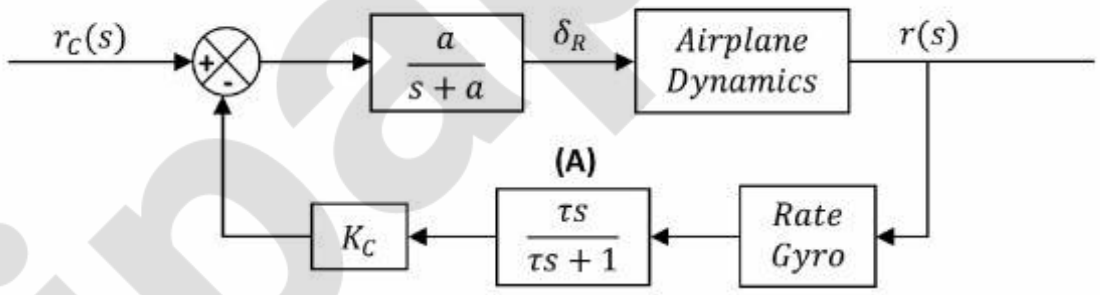
۳) اگر یک وسیله پرنده قابل کنترل نباشد، سطح کیفیت پروازی III را خواهد داشت.

۴) برای دستیابی به سطح I کیفیت پروازی لازم نیست که همه مودها پایدار باشند.

۱۹- **در دینامیک حرکت طولی یک هواپیما، مود نوسانی سوم تحت اثر کدام یک از مشتقات پایداری زیر می‌تواند ایجاد گردد؟**

۱) M_u ۲) X_u ۳) M_w ۴) X_w

۲۰- **هدف از اضافه نمودن فیلتر (A) در حلقه فیدبک Yaw Damper زیر چه است؟**



۱) این فیلتر باعث می‌شود که در فرکانس‌های بالا حلقه فیدبک قطع شود.

۲) این فیلتر باعث می‌شود که در فرکانس‌های پایین حلقه فیدبک قطع شود.

۳) این فیلتر جهت حذف اغتشاشات جایرو و افزایش سرعت پاسخ لازم است.

۴) این فیلتر جهت تنظیم دامنه، سرعت پاسخ و کاهش خطای ماندگار لازم است.

۲۱- **وجود کدام یک از عوامل زیر باعث کوپلینگ دینامیک طولی و عرضی نمی‌شود؟**

۱) I_{xy} ۲) I_{xz} ۳) I_{yz} ۴) I_{xy} و I_{yz}

isipaper.org

۲۲- **پایداری استاتیکی ملایم (Relaxed Static Stability) در مورد چه وسیله پرنده‌ای و به چه علت مطرح می‌شود؟**

۱) هواپیماهای جنگنده، به جهت داشتن مانورپذیری بهتر

۲) هواپیماهای مسافری، به جهت افزایش قابلیت اطمینان

۳) هواپیماهای باری، به جهت کاهش ارتفاع پرواز

۴) هواپیماهای گلایدر، به جهت کاهش مانورپذیری

۲۳- **کدام یک از عبارات زیر در خصوص حساسیت رفتار دینامیکی طولی یک هواپیمای مسافربری متداول، درست است؟**

۱) افزایش مقدار مشتق CD_u باعث کاهش استهلاک مود phygoid (ξ_{Ph}) می‌گردد.

۲) با افزایش ممان اینرسی I_{yy}، فرکانس مود short period ($w_{n_{s.p.}}$) افزایش می‌یابد.

۳) با افزایش فشار دینامیکی در یک ارتفاع مشخص، فرکانس مود short period ($w_{n_{s.p.}}$) کاهش می‌یابد.

۴) با افزایش راندمان ایرودینامیکی $\frac{CL_1}{CD_1}$ هواپیما، استهلاک مود phugoid (ξ_{Ph}) کاهش می‌یابد.

۲۴- **تابع تبدیل عرضی یک هواپیما به صورت** $\frac{\phi(s)}{\delta_a(s)} = \frac{L_{\delta_a}}{s(s-L_p)}$ **است و خلبان به صورت** $Y_p(s) = ke^{-\tau s}$ **مدل‌سازی شده، برای مقادیر** $k > 0$ **:**

۱) با بزرگ شدن مقدار k سیستم ناپایدار می‌شود.

۲) با بزرگ شدن مقدار k سیستم پایدار می‌شود.

۳) سیستم همیشه ناپایدار است.

۴) سیستم همیشه پایدار است.

۲۵- **تفاوت نیروها و ممان‌های اختلالی طولی وارد بر یک هواپیمای الاستیک با نیروها و ممان‌های اختلال طولی وارد بر یک هواپیمای صلب در چه است؟**

۱) وجود جملاتی که در برگیرنده مشتقات ایرودینامیکی، متأثر از عدد ماخ و فشار دینامیکی‌اند.

۲) وجود جملاتی که مستقل از جرم و نحوه توزیع آن بوده و متأثر از زاویه حمله و نرخ زاویه حمله هستند.

۳) وجود جملاتی که در برگیرنده مشتقات اینرسی، متأثر از شتاب‌های خطی، جانب مرکز و جاذبه‌اند.

۴) هیچ تفاوتی بین این نیروها و ممان ها وجود ندارد و تنها شکل هندسی و جنس سازه در محاسبه مشتقات لحاظ می‌شود.

۲۶- **کدام یک از حلقه‌های کنترلی زیر کمترین تأثیر را در بهبود میرایی مود پریود بلند دارد؟**

۱) $\alpha - SAS$ ۲) Mach Hold ۳) Pitch Damper ۴) Altitude Hold

isipaper.org

۲۷- کدام یک از عبارات زیر تعریف در درست زاویه سرشی جانبی (β) و زاویه حمله (α) را بیان می‌کند؟

۱) $\alpha = \arcsin(\frac{w}{V_\infty})$, $\beta = \arcsin(\frac{V}{V_\infty})$

۲) $\alpha = \arctan(\frac{w}{u})$, $\beta = \arcsin(\frac{V}{V_\infty})$

۳) $\alpha = \arctan(\frac{w}{u})$, $\beta = \arctan(\frac{V}{u})$

۴) $\alpha = \arcsin(\frac{w}{V_\infty})$, $\beta = \arctan(\frac{V}{u})$

۲۸- در بررسی پایداری دینامیکی عرضی ـ سمتی یک هواپیمای متداول به روش انرژی می‌توان دید که مشتق (الف)..... بیشتر از آنکه در اتلاف انرژی مشارکت داشته باشد، انرژی به سیستم تزریق می‌کند، مشتق (ب)..... باعث کاهش سطح انرژی سیستم می‌گردد و مشتق (ج)..... مانند یک فنر ایرودینامیکی عمل کرده و در طول زمان هم در تزریق و هم در اتلاف انرژی سیستم مشارکت می‌کند؟

۱) الف : C_{yr}، ب: $C_{n\beta}$، ج: $C_{l\beta}$

۲) الف : C_{yr}، ب: $C_{l\beta}$، ج: $C_{y\beta}$

۳) الف : $C_{y\beta}$، ب: $C_{l\beta}$، ج: $C_{n\beta}$

۴) الف : $C_{l\beta}$ ، ب: $C_{y\beta}$ ، ج: $C_{n\beta}$

۲۹- کدام عبارت درست است؟

۱) خلبان با تمرین کافی پیش از پرواز، در حین پرواز قادر به تغییر رفتار ذاتی هواپیما خواهد بود.

۲) خلبان در حین پرواز قادر به تغییر Reaction Time Delay خود می‌باشد.

۳) خلبان قادر به تغییر Reaction Time Delay خود هست.

۴) خلبان همواره قادر به تغییر رفتار ذاتی هواپیما در حین پرواز هست.

۳۰- کدام یک از عبارات زیر در خصوص **Roll-Yaw Coupling** و در مبحث کوپلینگ اینرسی (**Inertia Coupling**) درست است؟

۱) چنانچه $I_{xx} > I_{yy}$ بوده و پایداری عرضی پرنده نیز ضعیف باشد، رفتار دینامیکی پرنده در اثر اغتشاش در زاویه حمله (α) رو به ناپایداری حول محور $X_{stablility}$ خواهد گذاشت.

۲) چنانچه $I_{xx} > I_{zz}$ بوده و پایداری سمتی پرنده نیز ضعیف باشد، رفتار دینامیکی پرنده در اثر اغتشاش در زاویه سمت (β) رو به ناپایداری حول محور $X_{stablility}$ خواهد گذاشت.

۳) چنانچه $I_{zz} > I_{xx}$ بوده و پایداری عرضی پرنده نیز ضعیف باشد، رفتار دینامیکی پرنده در اثر اغتشاش در زاویه حمله (α) رو به ناپایداری حول محور $Z_{stablility}$ خواهد گذاشت.

۴) چنانچه $I_{yy} > I_{xx}$ بوده و پایداری سمتی پرنده نیز ضعیف باشد، رفتار دینامیکی پرنده در اثر اغتشاش در زاویه سمت (β) رو به ناپایداری حول محور $Z_{stablility}$ خواهد گذاشت.

isipaper.org

۳۱- کدام یک از تابع‌های هزینه زیر حداقل انرژی کنترلی در کوتاهترین زمان است؟

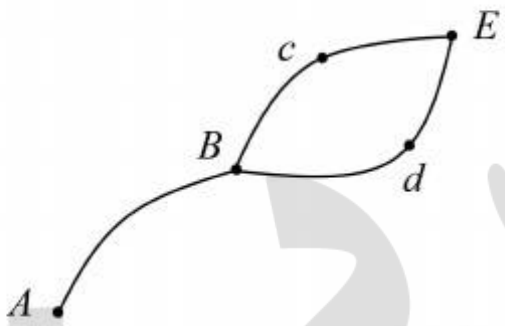
۱) $J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + |u|)dt$

۲) $J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + \frac{1}{2}u^2)dt$

۳) $J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + |u|)^2 dt$

۴) $J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + \frac{1}{2}u)^2 dt$

۳۲- با توجه به شکل، کدام یک از جملات زیر درست است؟



۱) اگر مسیر BcE بهینه باشد آنگاه ABcE بهینه است.

۲) اگر مسیر BdE بهینه باشد آنگاه ABdE بهینه است.

۳) اگر مسیر ABcE بهینه باشد آنگاه BcE بهینه است.

۴) اگر مسیر ABcE بهینه باشد لزوماً مسیر BcE بهینه نیست.

۳۳- در مورد کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری سیستم زیر، کدام عبارت درست است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \qquad y = x_1$$

۱) فقط کنترل‌پذیر است.

۲) فقط مشاهده‌پذیر است.

۳) نه کنترل‌پذیر است و نه مشاهده‌پذیر

۴) هم کنترل‌پذیر است و هم مشاهده‌پذیر

۳۴- در فانکشنال $J(x) = \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), \dot{x}(t), t)$ چنانچه فرض شود که g تابع صریحی از t و x نباشد آنگاه جواب معادله اویلر: $\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial g}{\partial \dot{x}} = 0$ کدام است؟

۱) یک خط راست

۲) قسمتی از یک دایره

۳) قسمتی از یک تابع نمایی

۴) تابع خاصی را نمی‌توان به عنوان جواب مطرح کرد و بستگی به مورد خاص g دارد.

isipaper.org

۳۵- تابع $x_1(t)$ را برای کمینه کردن تابعی $J(x)=\int_{t_0}^{t_f}(\dot{x}_1^2+\dot{x}_2^2+2x_1x_2)dt$ با شرایط مرزی $x_2(\frac{\pi}{2})=1$, $x_2(0)=0$, $x_1(\frac{\pi}{2})=1$, $x_1(0)=0$ کدام است؟

۱) $x_1(t)=e^{-\frac{\pi}{2}}\frac{e^t-e^{-t}}{1-e^{-\pi}}$

۲) $x_1(t)=e^{-\frac{\pi}{2}}\frac{e^t-e^{-t}}{1-e^{+\pi}}$

۳) $x_1(t)=e^{-\frac{\pi}{2}}\frac{e^t+e^{-t}}{1-e^{-\pi}}$

۴) $x_1(t)=e^{-\frac{\pi}{2}}\frac{e^t+e^{-t}}{1+e^{-\pi}}$

۳۶- تابع $x(t)$ را برای کمینه کردن تابعی $J=\frac{1}{2}\int_0^2 \ddot{x}(t)dt$ با شرایط مرزی $x(0)=1$, $\dot{x}(0)=1$, $x(2)=0$, $\dot{x}(2)=0$ کدام است؟

۱) $x(t)=\frac{1}{2}t^3+t+1$

۲) $x(t)=\frac{7}{4}t^2+t+1$

۳) $x(t)=\frac{1}{2}t^3-\frac{7}{4}t^2+1$

۴) $x(t)=\frac{1}{2}t^3-\frac{7}{4}t^2+t+1$

۳۷- در مسئله $J=\int_{t_0}^{t_f}\frac{1}{2}u^2dt$, $\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=-x_2+u\end{cases}$ با فرض آنکه متغیرهای حالت و کنترل مقید نمی‌باشند، در مورد متغیر شبه حالت $p_1(t)$ کدام عبارت صحیح است؟

۱) مقداری ثابت است.

۲) با u رابطه جبری دارد.

۳) در تابع همیلتونین وجود ندارد.

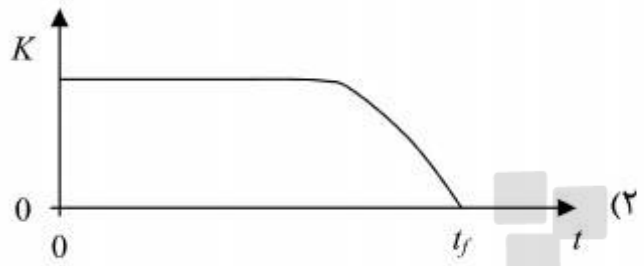
۴) با متغیرهای حالت رابطه جبری دارد.

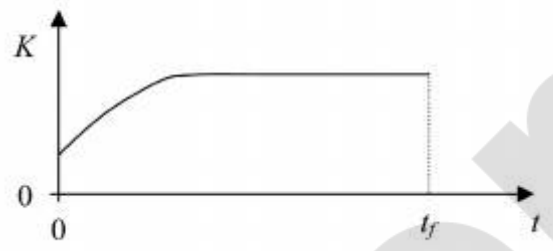
isipaper.org

۳۸- رفتار زمانی بهره‌های سیستم حلقه‌بسته زیر مشابه کدام یک از موارد زیر است؟ سیستم کنترل‌پذیر و

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} \quad , \quad J = \frac{1}{2}\int_0^{t_f} (\bar{x}^T Q\bar{x} + \bar{u}^T R\bar{u})dt \quad , \quad Q \, , \, R > 0$$

۱)

۲)


۳)


۴)

۳۹- برای سیستم دینامیکی $\dot{x} = u$ مسیر بهینه برای کمینه کردن تابعی $J = \int_0^1 \{x^2 + u^2\}dt$ کدام است؟

$$x(1) = 0 \quad , \quad x(0) = 1$$

۱) $x(t) = \frac{\sinh 2(1-t)}{\sinh 2}$

۲) $x(t) = \frac{\sin 2(1-t)}{\sin 2}$

۳) $x(t) = \frac{\sinh(1-t)}{\sinh 1}$

۴) $x(t) = \frac{\sin(1-t)}{\sin 1}$

۴۰- شکل کلی تابع کنترل بهینه سیستم $\ddot{x} = -0/5\dot{x} + u$ برای اینکه از شرایط اولیه دلخواه، سیستم را در زمان دلخواه متوقف (یعنی $\dot{x}(t_f) = 0$) و تابع هزینه $J = \frac{1}{2}\int u^2 dt$ را بهینه کند، کدام است؟

۱) $u^* = Ae^t$

۲) $u^* = Ae^{-t}$

۳) $u^* = Ae^{0/5t}$

۴) $u^* = Ae^{-0/5t}$

isipaper.org

۴۱- برای کنترل سیستم $\ddot{x} = \dot{x} + u$ قانون کنترل حلقه بسته (با استفاده از معادله ریکاتی) که تابع هزینه زیر را بهینه کند کدام است؟

$$J(x) = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\left[x^2(t) + u^2(t)\right]dt$$

۱) $u^* = -x + \dot{x}$

۲) $u^* = -x - 3\dot{x}$

۳) $u^* = -x + (1+\sqrt{3})\dot{x}$

۴) $u^* = -x - (1+\sqrt{3})\dot{x}$

۴۲- شرط کنترل زمان ـ بهینه برای سیستم غیر خطی $\dot{\bar{x}}(t) = a(\bar{x}(t), t) + B(\bar{x}(t), t)\bar{u}$ با قید $-1 \le u_i \le 1$ کدام است؟ $\bar{p}$ متغیر شبه حالت، $\bar{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{Bmatrix}$ $B = [\bar{b}_1(\bar{x}, t) \vdots \bar{b}_2(\bar{x}, t) \vdots \cdots \vdots \bar{b}_m(\bar{x}, t)]$

(Co-states) سیستم است.

۱) $u_i^* = \begin{cases} +1 & \bar{p}^T\bar{b}_i < 0 \\ 0 & \bar{p}^T\bar{b}_i = 0 \\ -1 & \bar{p}^T\bar{b}_i > 0 \end{cases}$

۲) $u_i^* = \begin{cases} +1 & \bar{p}^T\bar{b}_i < 0 \\ \text{undetermined} & \bar{p}^T\bar{b}_i = 0 \\ -1 & \bar{p}^T\bar{b}_i > 0 \end{cases}$

۳) اگر سیستم خطی $A = \dfrac{\partial \bar{a}}{\partial \bar{x}}$ باشد، $u_i^* = \begin{cases} +1 & \bar{p}^T\bar{b}_i < 0 \\ 0 & \bar{p}^T\bar{b}_i = 0 \\ -1 & \bar{p}^T\bar{b}_i > 0 \end{cases}$ باید A و B کنترل‌پذیر باشند.

۴) چون سیستم غیرخطی است، نمی‌توان برای این سیستم مقید قانون کنترلی به دست آورد.

isipaper.org

۴۳- کنترل زمان ـ بهینه برای سیستم $\dot{x} = -۰/۱x + u$ با وجود قید $-۱ \le u \le ۱$ که سیستم را از هر شرایط دلخواه $x_۰$ به مبدأ برساند، کدام است؟

۱) $u_i^* = \begin{cases} +۱ & x < ۰ \\ ۰ & x = ۰ \\ -۱ & x > ۰ \end{cases}$

۲) $u_i^* = \begin{cases} -۱ & x < ۰ \\ ۰ & x = ۰ \\ +۱ & x > ۰ \end{cases}$

۳) $u_i^* = \begin{cases} +۱ & x < ۰ \ , \dot{x} > ۰ \text{ یا } x > ۰ \ , \dot{x} < ۰ \\ ۰ & x = \dot{x} = ۰ \\ -۱ & x > ۰ \ , \dot{x} > ۰ \text{ یا } x < ۰ \ , \dot{x} < ۰ \end{cases}$

۴) $u_i^* = \begin{cases} -۱ & x < ۰ \ , \dot{x} > ۰ \text{ یا } x > ۰ \ , \dot{x} < ۰ \\ ۰ & x = \dot{x} = ۰ \\ +۱ & x > ۰ \ , \dot{x} > ۰ \text{ یا } x < ۰ \ , \dot{x} < ۰ \end{cases}$

۴۴- در مسئله حداقل مصرف سوخت برای یک سیستم با پارامترهای ثابت با کنترل مقید و شرایط زمان نهایی آزاد و شرایط نهایی ثابت (Fixed) کدام یک از موارد درست است؟

۱) تابع هامیلتونین بر روی مسیر بهینه ثابت و غیر صفر است.

۲) تابع هامیلتونین بر روی مسیر بهینه برابر صفر است.

۳) شکل کنترل الزاماً به صورت Bang-Bang است.

۴) شکل کنترل الزاماً شامل سه قسمت Bang-off-Bang است.

۴۵- در حالت عمومی کدام یک از عبارات زیر درست است؟

۱) تابع کنترل بهینه $u^*(t)$ تأمین کننده می‌نیمم مطلق هامیلتونین است.

۲) در صورت تأمین اصل می‌نیمم پونتریاگین، تابع کنترل بهینه پیوسته است.

۳) تابع کنترل بهینه به صورت خطی با متغیرهای حالت سیستم تعریف می‌شود.

۴) اصل می‌نیمم پونتریاگین تأمین کننده شرط لازم برای بهینگی است.

isipaper.org

isipaper.org