148

F

148F

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۲/۱۲/۱۶
دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمـــون ورودی
دوره‌های دکتـــری (نیمه متمرکز) داخل
ســـال ۱۳۹۳

مجموعه مهندسی برق (۳)
مخابرات (سیستم) (کد ۲۳۰۳)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (تحلیل سیستم‌ها ـ مخابرات پیشرفته ـ فرآیندهای تصادفی)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ،تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- سیگنال $x(t)$ حقیقی و فرد بوده و $X(j\omega)$ تبدیل فوریه آن است. در مورد عبارت $A = \int_{-\infty}^{\infty} X^{۲}(j\omega)\,d\omega$ کدام گزاره درست است؟

۱) A حقیقی است و $A < ۰$

۲) A حقیقی است و $A > ۰$

۳) A مختلط است.

۴) بدون داشتن $x(t)$، نمی‌توان در مورد علامت A اظهارنظر کرد.

۲- رابطه‌ی ورودی ـ خروجی سیستمی به صورت $y(t) = \int_{t-۳}^{t-۱} x(\tau)\,d\tau$ است.

پاسخ فرکانسی این سیستم برابر است با:

۱) $\frac{\sin ۲\omega}{۲\omega}$

۲) $e^{j\omega}\,\frac{\sin \omega}{۲\omega}$

۳) $۲e^{-j۲\omega}\,\frac{\sin \omega}{\omega}$

۴) برای چنین سیستمی نمی‌توان پاسخ فرکانسی تعریف کرد.

۳- عکس تبدیل فوریه $X(j\omega) = \frac{e^{(۲-j\omega)}}{۲-j\omega}$ کدام است؟

۱) $e^{-۲t}u(t-۱)$ ۲) $e^{۲t}u(-t+۱)$

۳) $e^{-۲(t-۱)}u(t-۱)$ ۴) $e^{۲(t-۱)}u(-t+۱)$

۴- S یک سیستم با رابطه ورودی ـ خروجی $y[n] = \begin{cases} ۰ & n < ۰ \\ x[n^{۲}] + x[n-۲] & n \geq ۰ \end{cases}$ است. کدام خصوصیات در مورد S صادق است؟

۱) علی، تغییرپذیر با زمان و غیرخطی ۲) علی ـ تغییرناپذیر با زمان و غیرخطی

۳) غیرعلی، تغییرناپذیر با زمان و خطی ۴) غیرعلی، تغییرپذیر با زمان و خطی

۵- رابطه ورودی ـ خروجی یک سیستم به صورت:

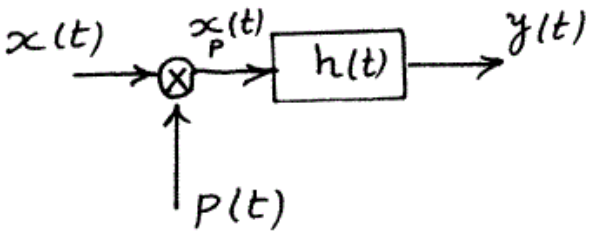
$$y(t) = \int_{-\infty}^{t+۱} e^{-۴|t-\tau|}x(\tau-۲)\,d\tau$$

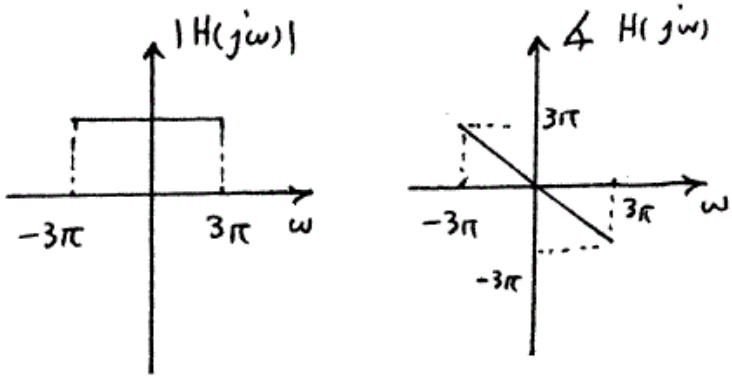
است. این سیستم:

۱) علی و پایدار است. ۲) علی و ناپایدار است.

۳) غیرعلی و پایدار است. ۴) غیرعلی و ناپایدار است.

۶- در سیستم شکل زیر فرض کنید $p(t)=\frac{\sin ۸\pi t}{\pi t}$ و $x(t)=\frac{\sin ۴\pi t}{\pi t}$ و $H(j\omega)$ مطابق با شکل می‌باشد. خروجی سیستم در لحظه $t=۱$ برابر است با:





۱) صفر ۲) ۴

۳) ۱۲ ۴) ۴π

۷- یک فیلتر FIR با پاسخ ضربه $h[n]$ و تابع تبدیل $H(\Omega)=|H(\Omega)|e^{j\theta(\Omega)}$ مفروض است. می‌دانیم که $h[n]$ تابعی حقیقی بوده و در بازه $n<۰$ و $n\geq N$ برابر با صفر است. اگر $h[\bar{n}]=-h[N-۱-n]$ باشد، آنگاه فاز تابع تبدیل این فیلتر برابر است با:

۱) $\theta(\Omega)=-(\frac{N}{۲})\Omega$ ۲) $\theta(\Omega)=-(\frac{N-۱}{۲})\Omega$

۳) $\theta(\Omega)=\pi-(\frac{N}{۲})\Omega$ ۴) $\theta(\Omega)=\frac{\pi}{۲}-(\frac{N-۱}{۲})\Omega$

۸- یک سیستم LTI گسسته و پایدار با معادلهٔ تفاضلی زیر توصیف می‌شود:

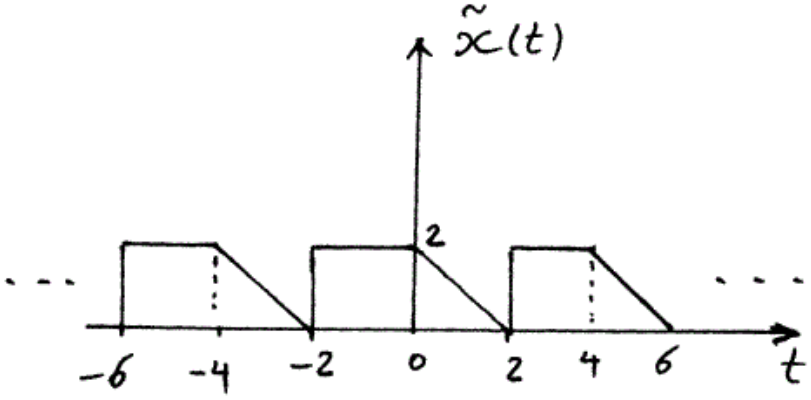
$$۳y[n]+y[n-۱]+y[n-۲]+y[n-۳]+y[n-۴]=x[n-۱]+x[n-۲]+x[n-۴]$$

پاسخ این سیستم به ورودی $x[n]=(-۱)^n$ برابر است با:

۱) $(-\frac{۱}{۵})^n$ ۲) $(-\frac{۱}{۳})^n$

۳) $\frac{۱}{۵}(-۱)^n$ ۴) $\frac{۱}{۳}(-۱)^n$

۹- اگر ضرایب سری فوریهٔ سیگنال $\tilde{x}(t)$ در شکل زیر را بـا a_k نشـان دهـیم، و $\tilde{y}(t)$ سیگنال متناوب با دوره تناوب $T=۴$ و با ضرایب سری فوریه به صـورت $b_k \triangleq \begin{cases} a_k & k \text{ زوج} \\ -a_k & k \text{ فرد} \end{cases}$ تعریف شود، در ایـن صـورت مقـدار $\tilde{y}(t)$ در $t=۳$ چقدر است؟



۱) ۰ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۱ ۴) ۲

۱۰- یک سیستم پیوسته علی بـه صـورت $y'(t)-ay(t)=x(t-T)$ را در نظـر بگیریـد کـه T مقـدار ثابـت و مثبتـی اسـت. اگـر بـا تقریـب $y'(t)\Big|_{t=nT} \simeq \frac{y((n+۱)T)-y(nT)}{T}$ و تعریـف $y[n] \triangleq y(nT)$ و $x[n] \triangleq x(nT)$ سیستم پیوسته فوق را با یک سیستم گسسته با رابطهٔ ورودی خروجی میان $x[n]$ و $y[n]$ تقریب بزنیم، تبدیلی که قطب‌های سیستم پیوسته در صفحهٔ S را به قطب‌های صفحهٔ Z سیستم گسسته تقریبی می‌برد کدام تبدیل زیر است؟

۱) $Z=(۱+sT)$ ۲) $Z=۱+asT$

۳) $Z=e^{-sT}$ ۴) $Z=e^{-asT}$

۱۱- تابع تبدیل دو سیستم LTI پیوسته با رابطهٔ $H_۲(s)=e^{-۴s}H_۱(-۲s)$ به هم مربوط است. در مورد این دو سیستم کدام گزاره درست است؟

۱) دو سیستم وارون یکدیگر هستند.

۲) هر دو سیستم پایدار هستند و یا هر دو ناپایدار.

۳) هر دو سیستم سببی هستند و یا هر دو غیر سببی

۴) هر دو سیستم حافظه‌دار هستند و یا هر دو بی‌حافظه

۱۲- یک سیستم **LTI** و پایدار پیوسته با معادلهٔ $y(t)=\int_{-\infty}^{t}\big(x(\lambda)+ay(\lambda)\big)d\lambda$ توصیف می‌شود. در مورد این سیستم کدام گزاره درست است؟ (**a** عددی حقیقی است)

۱) این سیستم همواره سببی است.

۲) این سیستم همواره غیرسببی است.

۳) این سیستم برای $a<0$ سببی است.

۴) این سیستم برای $a>0$ سببی است.

۱۳- مقدار انتگرال $\int_{-\infty}^{\infty}\phi(t)\delta'(t)dt$ برابر است با:

۱) $\phi(0)$ ۲) $-\phi(0)$

۳) $\phi'(0)$ ۴) $-\phi'(0)$

۱۴- پاسخ ضربه‌ی یک سیستم **LTI** علی برابر $h[n]$ و تبدیل **z** آن $H(z)$ است. اگر $H(z)=\frac{2+6z^{-1}}{4-2z^{-2}+13z^{-3}}$ باشد، $h[1]$ برابر است با:

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{8}{15}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۱۵- اگر تابع $\varphi[n]$ به صورت $\varphi[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}h[k]h[k+n]$ تعریف شود، و تبدیل فوریهٔ $\varphi[n]$ را $\Phi[e^{j\Omega}]$ بنامیم، در صورتی که $\Phi[e^{j\Omega}]=\frac{4\cos(\Omega)+5}{6\cos(\Omega)+10}$ باشد، کدام یک از توابع $h[n]$ زیر در رابطهٔ فوق صدق نموده و پاسخ ضربه یک سیستم علی و پایدار نیز می‌باشد (تبدیل **z** داده شده در جواب تبدیل **z** تابع $h[n]$ موردنظر است)

۱) $\frac{1+3z}{1+2z}$ ۲) $\frac{1+2z}{1+3z}$

۳) $\frac{1+\frac{1}{3}z}{1+3z}$ ۴) $\frac{\frac{1}{2}+z}{\frac{1}{3}+z}$

۱۶- فرض کنید بخواهیم اطلاعاتی را با نرخ $۱۰\frac{ksym}{s}$ توسط کاربری با سرعت $۳\frac{m}{s}$ که از مدولاسیون 16QAM استفاده می‌کند از کانال فیزیکی که میزان Multipath spread آن برابر $۱۰^{-۶}$ و اندازه Doppler Spread آن $۲۰Hz$ است ارسال نماییم. کدام یک از موارد زیر صحیح است؟

۱) کانال از نوع انتخاب فرکانسی و سریع می‌باشد.

۲) کانال از نوع غیر انتخابی فرکانسی و آهسته می‌باشد.

۳) کانال از نوع غیر انتخابی فرکانسی و سریع می‌باشد.

۴) کانال از نوع انتخاب فرکانسی و آهسته می‌باشد.

۱۷- در یک کانال فیدینگ رایلی تخت و همراه با نویز گوسی جمع شونده از یک گیرنده با ۴ شاخه دایورسیتی مستقل استفاده می‌شود. اگر برای توان ارسالی برابر 5watt احتمال خطای گیرنده بهینه برای ارسال باینری در این حالت برابر $۱۰^{-۴}$ باشد، توان فرستنده تقریباً چند وات باید باشد تا احتمال خطا برابر $۱/۶\times۱۰^{-۷}$ شود؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۵

۳) ۵۰ ۴) ۶۲۵

۱۸- فرض کنید سیگنال دریافتی در ورودی آشکارساز بهینه Symbol-by-symbol به صورت $r_k = I_k + \alpha I_{k-۱} + n_k$ که n_k نویز جمع شونده گوسی با واریانس $\sigma^۲$ بوده و α یک متغیر تصادفی با مقادیر $\{۰,\frac{۱}{۲}\}$ و با احتمال‌های برابر باشد. با فرض معلوم بودن α درگیرنده میانگین احتمال خطا چه میزان خواهد بود؟

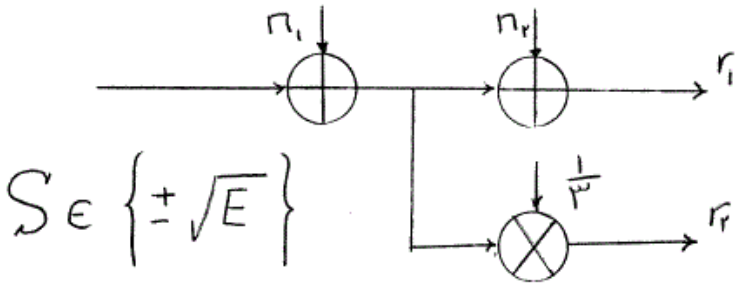
۱) $Q(\frac{۱}{\sigma})$

۲) $Q(\frac{۱}{۲\sigma})$

۳) $\frac{۱}{۲}[Q(\frac{۳}{۲\sigma})+Q(\frac{۱}{۲\sigma})]$

۴) $\frac{۱}{۲}Q(\frac{۱}{\sigma})+\frac{۱}{۴}[Q(\frac{۳}{۲\sigma})+Q(\frac{۱}{۲\sigma})]$

۱۹- در سیستم مخابراتی زیر با فرض اینکه سمبول‌های ورودی هم احتمال و نویزهای n_1 و n_2 گوسی و مستقل با میانگین صفر و واریانس σ^2 فرض گردند احتمال خطای آشکار ساز بهینه کدام است؟



۱) $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E}{3\sigma^2}}\right)$

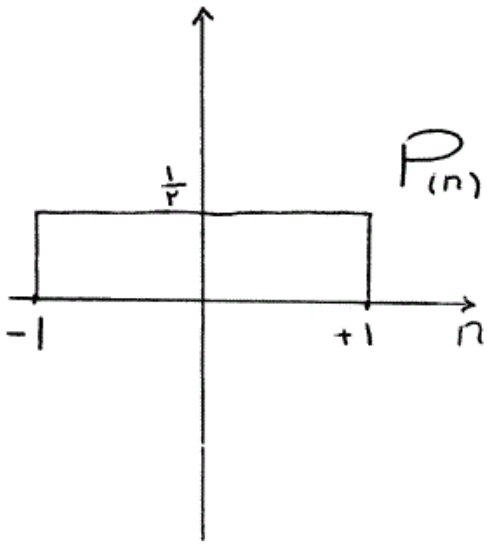
۲) $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{3E}{\sigma^2}}\right)$

۳) $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E}{\sigma^2}}\right)$

۴) $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E}{\sigma^2}}\right)$

۲۰- فرض کنید سمبول‌های $S \in \{-2,-1,1,3\}$ با احتمالات ذکر شده در جدول زیر به طور مستقیم از یک کانال با نویز جمع شونده با تابع چگالی احتمال زیر عبور کرده و سیگنال $r = S + n$ در گیرنده دریافت می‌گردد. احتمال خطای آشکار ساز بهینه کدام است؟

سمبول S	احتمال وقوع
-۲	۳/۸
-۱	۱/۴
۱	۱/۴
۳	۱/۸



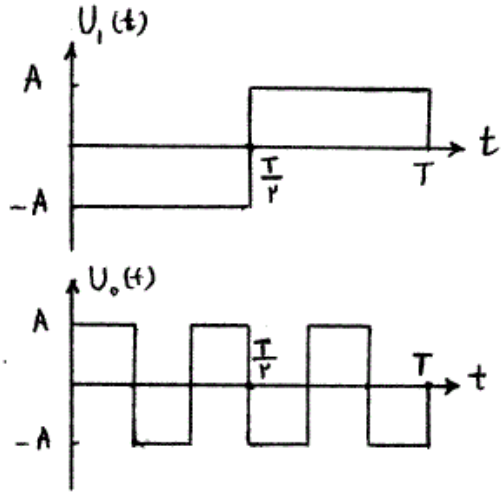
۱) $\frac{1}{8}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{3}{8}$

۴) $\frac{3}{16}$

۲۱- فرض کنید سیگنال $S_m(t) = U_m(t)\cos(2\pi f_c t + \theta)$ برای ارسال یک بیت $m \in \{0,1\}$ به کار می‌رود که در آن شکل موج‌های $U_0(t)$ و $U_1(t)$ به صورت زیر است: این سیگنال از یک کانال AWGN عبور می‌کند که در آن نویز با میانگین صفر و چگالی طیف توان $\frac{N_0}{2}$ وجود دارد. احتمال خطای گیرنده بهینه کدام است؟ فرض کنید که $f_c T >> 1$ می‌باشد.



۱) $Q\left(\sqrt{\frac{A^2T}{3N_0}}\right)$

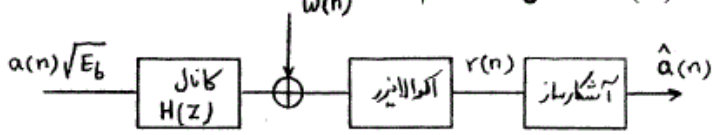
۲) $Q\left(\sqrt{\frac{A^2T}{2N_0}}\right)$

۳) $Q\left(\sqrt{\frac{A^2T}{N_0}}\right)$

۴) $Q\left(\sqrt{\frac{2}{3}\frac{A^2T}{N_0}}\right)$

۲۲- در شکل زیر یک مدل گسسته ـ زمان از یک سیستم مخابراتی نشان داده شده است. $w[n]$ یک نویز گوسی سفید با تابع خود همبستگی $r_w(k) = \frac{N_0}{2}\delta[k]$ می‌باشد. کانال $H(z)$ نیز به صورت زیر است: $H(z) = 1 + \mu z^{-1}$, $0 < \mu < \frac{1}{2}$. داده ارسالی به صورت یک دنباله از سمبل‌های i.i.d با مقادیر $a(n) = \pm 1$ با احتمال یکسان مدل شده است. آشکار ساز به صورت روبه‌رو تصمیم‌گیری می‌کند: $\hat{a}(n) = \begin{cases} 1 & r(n) \geq 0 \\ -1 & r(n) < 0 \end{cases}$

اگر از اکولایزر خطی با معیار Zero-Forcing استفاده شود یعنی $U(Z) = U_{ZF}(z)$ احتمال خطا کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1-\mu^2)}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1+\mu^2)}\right)$

۲) $\frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1-\mu)}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1+\mu)}\right)$

۳) $Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1-\mu^2)}\right)$

۴) $Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$

۲۳- از شکل موج‌های هم احتمال زیر برای ارسال بر روی یک کانال AWGN با چگالی طیف توان $\frac{N_0}{2}$ استفاده شده است.

$$\begin{cases} s_1(t) = 0 & 0 \le t \le T \\ s_2(t) = \sqrt{\frac{E}{T}} & 0 \le t \le T \end{cases}$$

درگیرنده به جای استفاده از یک فیلتر منطبق از فیلتر زیر بهره گرفته شده است:

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{T}} & t \ge 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

اگر y_T نمایانگر مقدار خروجی این فیلتر در لحظات نمونه‌برداری $t = T$ باشد تصمیم‌گیری در آشکارساز به صورت زیر انجام می‌گیرد:

$y_T < b \Rightarrow$ انتخاب شود $s_1(t)$

$y_T \ge b \Rightarrow$ انتخاب شود $s_2(t)$

که $b > 0$ یک سطح آستانه است. چه مقداری از b احتمال خطا را کمینه می‌کند؟

۱) $\frac{1}{2}\sqrt{ET}(1-e^{-1})$ ۲) $\sqrt{ET}(1-e^{-1})$

۳) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{E}{T}}$ ۴) $\frac{1}{2}E$

۲۴- سه پیام m_1 و m_2 و m_3 با شکل موج‌های زیر باید از طریق یک کانال AWGN با چگالی طیف توان نویز $\frac{N_0}{2}$ ارسال گردند.

$$S_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le T \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases} \qquad S_2(t) = -S_3(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t < \frac{T}{2} \\ -1 & \frac{1}{2}T \le t \le T \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

در صورت هم احتمال بودن سمبول‌ها، احتمال خطای سمبول آشکارساز بهینه کدام است؟

۱) $P_e = 2Q\left(\sqrt{\frac{2T}{N_0}}\right)$

۲) $P_e = \frac{4}{3}Q\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right)$

۳) $P_e = \frac{4}{3}Q\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right) + \frac{2}{3}Q\left(\sqrt{\frac{2T}{N_0}}\right)$

۴) $P_e = \frac{4}{3}Q\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right) + \frac{1}{3}Q\left(\sqrt{\frac{2T}{N_0}}\right) - \frac{2}{3}Q^2\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right)$

۲۵- **مجموعه‌ای از M سیگنال حقیقی هم انرژی با شرایط زیر مفروض است:**

$$\vec{S}_i.\vec{S}_j = \begin{cases} E & , i = j \\ \rho E & , i \neq j \end{cases}$$

به طوریکه ρ ضریب هم‌بستگی بوده و این مجموعه سیگنال‌ها را «با هم بستگی یکسان» می‌نامند. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

۱) مقدار ρ می‌تواند برابر $-\frac{۱}{M-۱}$ باشد که در مجموعه سیگنال‌های Biorthogonal حاصل می‌شود.

۲) مقدار ρ می‌تواند برابر $-\frac{۱}{M-۱}$ باشد که در مجموعه سیگنال‌های Simplex حاصل می‌شود.

۳) مقدار ρ می‌تواند برابر $(-\frac{۱}{M-۱}-۱)$ باشد که در مجموعه سیگنال‌های Simplex حاصل می‌شود.

۴) مقدار ρ می‌تواند برابر $(-\frac{۱}{M-۱}-۱)$ باشد که در مجموعه سیگنال‌های Biorthogonal حاصل می‌شود.

۲۶- **در یک سیستم PAM باینری سیگنال ساعت (clock) که تعیین کننده زمان نمونه‌برداری از خروجی همبسته ساز است ۱۰٪ انحراف دارد. در صورتی که پالس سیگنال مورد استفاده مربعی باشد در یک کانال AWGN با چگالی طیف توان نویز $\frac{N_۰}{۲}$ احتمال خطای سمبول با فرض سمبول‌های هم احتمال چیست؟**

(A دامنه پالس سیگنال مورد استفاده است.)

۱) $Q\left(\sqrt{(\frac{۹}{۱۰})^۲ \frac{A^۲T}{N_۰}}\right)$

۲) $Q\left(\sqrt{(\frac{۹}{۱۰})^۲ \frac{۲A^۲T}{N_۰}}\right)$

۳) $\frac{۱}{۲}Q\left(\sqrt{\frac{۲A^۲T}{N_۰}}\right)+\frac{۱}{۲}Q\left(\sqrt{(\frac{۸}{۱۰})^۲ \frac{۲A^۲T}{N_۰}}\right)$

۴) $\frac{۱}{۲}Q\left(\sqrt{(\frac{۹}{۱۰})^۲ \frac{۲A^۲T}{N_۰}}\right)+\frac{۱}{۲}Q\left(\sqrt{\frac{۲A^۲T}{N_۰}}\right)$

۲۷- فرض کنید هدف ارسال یک سیگنال با پهنای باند ۲۵kHz با روش M-PAM می‌باشد. برای این منظور سیگنال با نرخ نایکوست نمونه‌برداری شده و هر نمونه با ۸ بیت کد می‌گردد. اگر پهنای باند میانی در دسترس ۵۰۰kHz بوده و برای مقابله با ISI حاصل از خطای لحظه نمونه‌برداری از شکل موج Raised Cosine با فاکتور roll off برابر ۰/۷ استفاده گردد حداقل مقدار M کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴

۳) ۸ ۴) ۱۶

۲۸- در کانال‌های با حضور ISI آماره تصمیم‌گیری در الگوریتم ویتربی در صورت استفاده از مدولاسیون PAM و سیگنالینگ Doubinary به کدام صورت زیر است؟

x_n: نمونه‌های خروجی فیلتر منطبق

I_n: دنباله داده‌ها

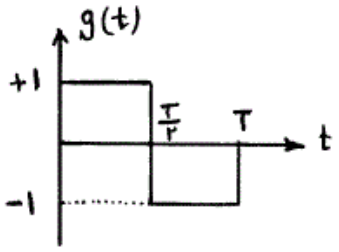
۱) $\sum I_n(2r_n - I_n - I_{n-1})$

۲) $\sum_n I_n(r_n - 2(I_n + I_{n-1}))$

۳) $\sum I_n r_n - \sum_n \sum_m I_n I_m x_{n-m}$

۴) $\sum_n I_n r_n - 2\sum_n \sum_m I_n I_m^* x_{n-m}$

۲۹- دنباله $\{a_n\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی iid است که مقادیر -1 , $+1$ را با احتمال برابر اختیار می‌کند. این دنباله به صورت $S(t) = \sum a_n g(t-nT)$ ارسال می‌شود که $g(t)$ به صورت زیر است:



فرض کنید می‌خواهیم به کمک پیش‌کدگذار (Precoder) $b_n = a_n + ka_{n-1}$ در چگالی طیف توان صفر ایجاد کنیم و دنباله $\{b_n\}$ را با $g(t)$ ارسال کنیم. برای اینکه چگالی طیف توان $S(t)$ در $f = \frac{1}{2T}$ صفر داشته باشد، ثابت k کدام است؟

۱) $k = -2$ ۲) $k = -1$

۳) $k = 1$ ۴) $k = 2$

۳۰- یک مجموعه سمبل M تایی برای ارسال روی یک کانال AWGN با چگالی طیف توان $\frac{N_0}{2}$ داریم. این سمبل‌ها $S_{+\frac{M}{2}}$ $S_{-\frac{M}{2}}$ $S_{+1}, S_{-1}, S_{+2}, S_{-2}, \ldots$ را به صورت شکل موج‌های **biorthogonal** زیر ارسال می‌کنیم:

$$\sqrt{E_s}\phi_1(t); -\sqrt{E_s}\phi_1(t), \sqrt{E_s}\phi_2(t), -\sqrt{E_s}\phi_2(t), \ldots, \sqrt{E_s}\phi_{\frac{M}{2}}(t), -\sqrt{E_s}\phi_{\frac{M}{2}}(t)$$

که در آن $\phi_k(t)$ ها سیگنال‌های متعامدند. گیرنده دارای $\frac{M}{2}$ فیلتر منطبق به $\frac{M}{2}$ سیگنال متعامد است. گیرنده قدر مطلق آماره‌های تصمیم‌گیری $|Z_j|$ را مقایسه می‌کند و اگر $|Z_j|$ بزرگ‌ترین باشد گیرنده تصمیم می‌گیرد که S_{+j} یا S_{-j} بسته به علامت Z_j ارسال شده است. فرض کنید S_{+1} ارسال شده باشد. در این صورت آماره‌های تصمیم‌گیری $Z_1, Z_2, \ldots, Z_{\frac{M}{2}}$ به طور شرطی متغیرهای گوسی مستقل‌اند. کدام گزاره همواره صحیح است؟

۱) احتمال مشروط آنکه گیرنده، S_{-1} را به عنوان سمبل ارسالی آشکار کند از $Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$ بزرگتر است.

۲) احتمال مشروط آنکه گیرنده، S_{-1} را به عنوان سمبل ارسالی آشکار کند از $Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right)$ بزرگتر است.

۳) احتمال مشروط آنکه گیرنده، $S_j (j>1)$ را به عنوان سمبل ارسالی آشکار کند از $Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right)$ کوچکتر است.

۴) احتمال مشروط آنکه گیرنده، $S_j (j>1)$ را به عنوان سمبل ارسالی آشکار کند از $Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$ کوچکتر است.

۳۱- فرض کنید U_1، U_2، .... رشته‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل باشد که به طور یکنواخت دربارهٔ $[0,1]$ توزیع شده‌اند. تعریف می‌کنیم $X_n \triangleq n\left[1-\max\{U_1,...,U_n\}\right], n \geq 1$ در این صورت دنبالهٔ $\{X_n\}$:

۱) در توزیع همگرا نیست.

۲) در توزیع به توزیع نمایی همگرا می‌شود.

۳) در توزیع به توزیع یکنواخت همگرا می‌شود.

۴) در توزیع به متغیر تصادفی $X = 0$ همگرا می‌شود.

۳۲- فرآیند $X(t)$ فرآیندی است پوآسن با چگالی $\lambda = 1$. اگر $Y = \int_0^1 X(t)dt$ باشد تخمین خطی $X(1)$ بر حسب Y با معیار MMSE کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}Y + \frac{1}{4}$

۲) $\frac{2}{3}Y + \frac{5}{4}$

۳) $\frac{3}{2}Y + \frac{1}{4}$

۴) $\frac{3}{2}Y + \frac{5}{4}$

۳۳- فرآیند تصادفی $X(t)$ فرآیندی نرمال و ایستان با میانگین صفر و تابع خود همبستگی $R_X(\tau) = \frac{1}{1+\tau^2}$ است. مقدار

$$\Pr\left\{\left| X(2) + 4E\left\{X(2)\middle|X(0)\right\}\right| > 1\right\}$$

با فرض $Q(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_\alpha^\infty e^{-\frac{u^2}{2}}du$ کدام است؟

۱) $2Q(\frac{5}{7})$

۲) $2Q(\frac{1}{5})$

۳) $2Q(\frac{1}{7})$

۴) $2Q(\frac{7}{5})$

۳۴- فرض کنید $W(t), t \geq 0$ یک فرآیند نرمال با میانگین صفر و تابع همبستگی $R_W(t_1,t_2) = \min(t_1,t_2)$ باشد. فرآیند $X(t) \triangleq e^{-t}W(e^{2t}), t \geq 0$ فرآیندی:

۱) ارگادیک در میانگین نیست.

۲) ارگادیک در میانگین است.

۳) ارگادیک در میانگین است اگر $W(t)$ هم ارگادیک در میانگین باشد.

۴) ارگادیک در میانگین نیست حتی اگر $W(t)$ ارگادیک در میانگین باشد.

۳۵- فرض کنید X_1، X_2، .... دنباله‌ای از متغیرهای پوآسن مستقل باشد که دارای چگالی ثابت $\lambda = 4$ هستند. فرآیند گسستهٔ $Y[n]$ به فرم زیر تعریف می‌شود:

$$Y[n] = \alpha^n X_1 X_2 .... X_n \quad n \geq 1$$

α چه مقدار باشد تا داشته باشیم:

$$E\{Y[n] | Y[n-1], ..., Y[1]\} = Y[n-1]$$

۱) $\frac{1}{4}$

۲) ۱

۳) ۴

۴) به ازای هیچ مقداری از α رابطهٔ فوق قابل تحقق نیست.

۳۶- فرض کنید $X[n]$ یک فرآیند گسسته WSS با طیف زیر باشد:

$$S_X(f) = 1/36 + 1/2\cos(2\pi f)$$

اگر بخواهیم $X[n]$ را بر حسب مشاهدات $X[n-k], k \geq 1$ تخمین خطی با حداقل مربع خطا بزنیم، میانگین مربع خطای تخمین چقدر است؟

۱) ۰/۳۶ ۲) ۰/۶

۳) ۱ ۴) ۱/۳۶

۳۷- فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند WSS پایین گذر با پهنای باند محدود W باشد. تعریف می‌کنیم $Y(t) \triangleq X(At)$ که در آن A یک متغیر تصادفی مستقل از فرآیند $X(t)$ و $P(A=0) = P(A=2) = \frac{1}{2}$ است. در این صورت در مورد پهنای باند فرآیند $Y(t)$ کدام گزینه درست است؟

۱) $\frac{W}{2}$ ۲) W

۳) $2W$ ۴) $4W$

۳۸- فرض کنید فرآیند $X(t), t \geq 0$ فرآیندی پواسن با چگالی یکنواخت $\lambda = 1$ باشد. در این صورت احتمال شرطی $P[X(2t) - X(t) = 10 | X(t) = 10]$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{t^{20} e^{-t}}{20!}$ ۲) $\frac{t^{20} e^{-2t}}{20!}$

۳) $\frac{t^{20} e^{-2t}}{10!\ 10!}$ ۴) $\frac{t^{10} e^{-t}}{10!}$

۳۹- فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند نرمال، WSS با میانگین صفر و طیف توان $S_X(f)=\begin{cases}۱ & |f|<\frac{۱}{۲}\\ ۰ & \text{سایر}\end{cases}$ باشد. اگر مشتق $X(t)$ را با $X'(t)$ نمایش دهیم در این صورت $E\{X^۲(t)|X'(t)=\alpha\}$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱

۳) $\alpha^۲$ ۴) $۱+\alpha^۲$

۴۰- متغیرهای تصادفی X و Y نرمال و مستقل از یکدیگرند. X دارای میانگین صفر و واریانس ۲ و Y دارای میانگین و واریانس واحد است. تعریف می‌کنیم: $Z(t)\triangleq tX+Y$ کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

۱) فرآیند $Z(t)$ فرآیندی SSS مرتبهٔ اول است.

۲) فرآیند $Z(t)$ فرآیندی WSS نیست.

۳) فرآیند $Z(t)$ فرآیندی WSS است.

۴) فرآیند $Z(t)$ فرآیندی SSS مرتبهٔ دوم است.

۴۱- فرض کنید تابع مشخصه توأم در متغیر تصادفی X و Y به صورت زیر می‌باشد:

$$\Phi_{xy}(\omega_۱,\omega_۲)=E\{e^{j(\omega_۱X+\omega_۲Y)}\}=e^{j(\omega_۱-۲\omega_۲)+(\omega_۱^۲-\frac{۱}{۲}\omega_۱\omega_۲+\omega_۲^۲)}$$

واریانس متغیر تصادفی $Z=۲X+Y$ برابر کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴

۳) ۱۶ ۴) ۸

۴۲- فرض کنید فرآیند $X(t)=\cos(۲\pi f_۰t+\theta)$ باشد که $f_۰>۰$ یک فرکانس معلوم و θ یک متغیر تصادفی یکنواخت در بازه $[۰,۲\pi]$ باشد. در مورد فرآیند $X(t)$ کدام گزینه درست است؟

۱) $X(t)$ در میانگین و خودهمبستگی ارگادیک است.

۲) $X(t)$ در میانگین ارگادیک ولی در خود همبستگی ارگادیک نمی‌باشد.

۳) $X(t)$ در میانگین ارکادیک نیست ولی در خود همبستگی ارگادیک است.

۴) $X(t)$ در میانگین ارکادیک نیست و در خود همبستگی نیز ارگادیک نمی‌باشد.

۴۳- فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند ایستان SSS کامل باشد و فرآیندهای $Y(t)=X(۲t)$ و $Z(t)=X(t^۲)$ تعریف شده‌اند. کدام گزینه در مورد فرآیندهای $Y(t)$ و $Z(t)$ درست است؟

۱) هر دو فرآیند $Y(t)$ و $Z(t)$، SSS هستند.

۲) $Y(t)$، SSS می‌باشد ولی $Z(t)$، SSS نیست.

۳) $Z(t)$، SSS می‌باشد ولی $Y(t)$، SSS نمی‌باشد.

۴) هیچ‌کدام از فرآیندهای $Y(t)$ و $Z(t)$، SSS نیستند.

۴۴- فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند حقیقی ایستان WSS باشد و فرآیند $Y(t)$ یک فرآیند WSS باشد که به صورت $Y(t)=e^{jX(t)}$ تعریف شده است. کدام یک از توابع زیر می‌تواند تابع خودهمبستگی $Y(t)$ باشد؟

۱) $R_Y(\tau)=2e^{-2|\tau|}$

۲) $R_Y(\tau)=e^{-|\tau|}\sin(\tau)$

۳) $R_Y(\tau)=\frac{1}{1+\tau^2}$

۴) $R_Y(\tau)=\frac{\tau+1}{1+\tau^2}$

۴۵- ممان مرتبهٔ k ام متغیر تصادفی گسستهٔ X به صورت

$$E\{X^k\}=\frac{(-1)^k}{2},\ k=1,2,...$$

داده شده است. $\Pr\{X=1\}$ برابر است با:

۱) ۰

۲) $\frac{1}{8}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{2}$