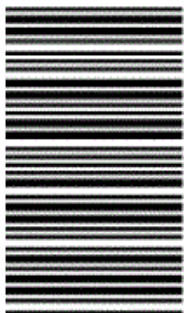


150

F



150F

نام :  
نام خانوادگی :  
محل امضاء :

صبح جمعه

۹۲/۱۲/۱۶

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

**آزمون ورودی**  
**دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل**  
**سال ۱۳۹۳**

**مجموعه مهندسی برق (۵)**  
**کنترل (کد ۲۳۰۵)**

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (سیستم‌های کنترل خطی - سیستم‌های کنترل چند متغیره، کنترل مدرن)	۴۵	۱	۴۵

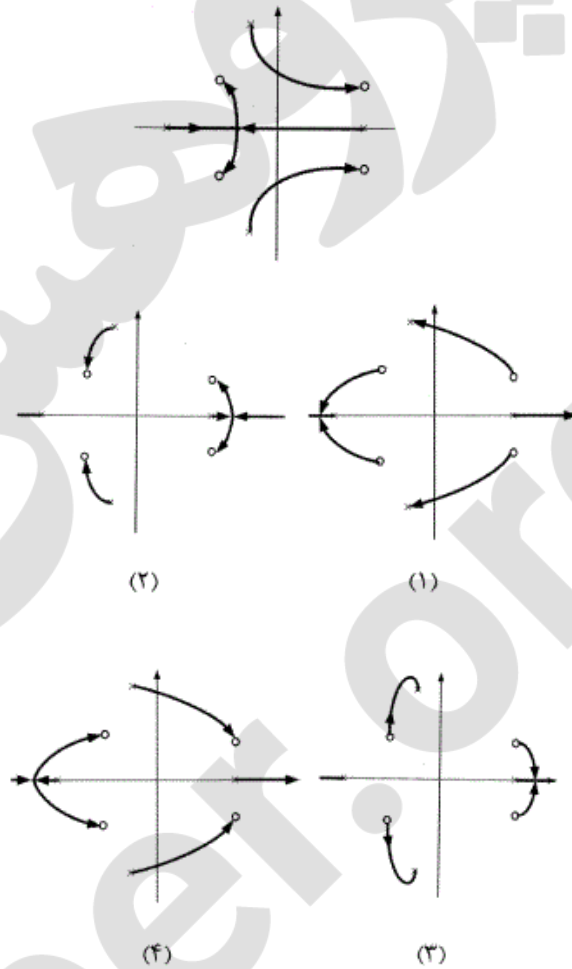
اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

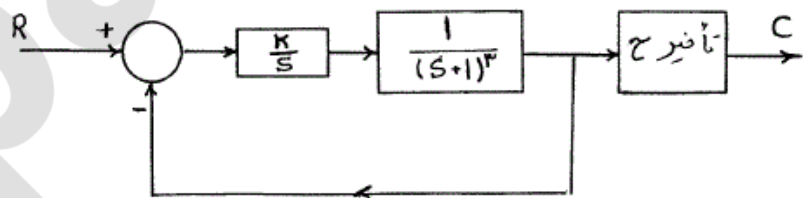
استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ... ) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- مکمل مکان ریشه‌های سیستم کنترلی با مکان ریشه نشان داده شده در شکل روبرو کدام است؟ (جهت‌ها نشان دهنده افزایش  $K$  است.)



۲- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید



در چه محدوده‌ای از  $K$  و  $\tau$  مثبت سیستم فوق پایدار است؟

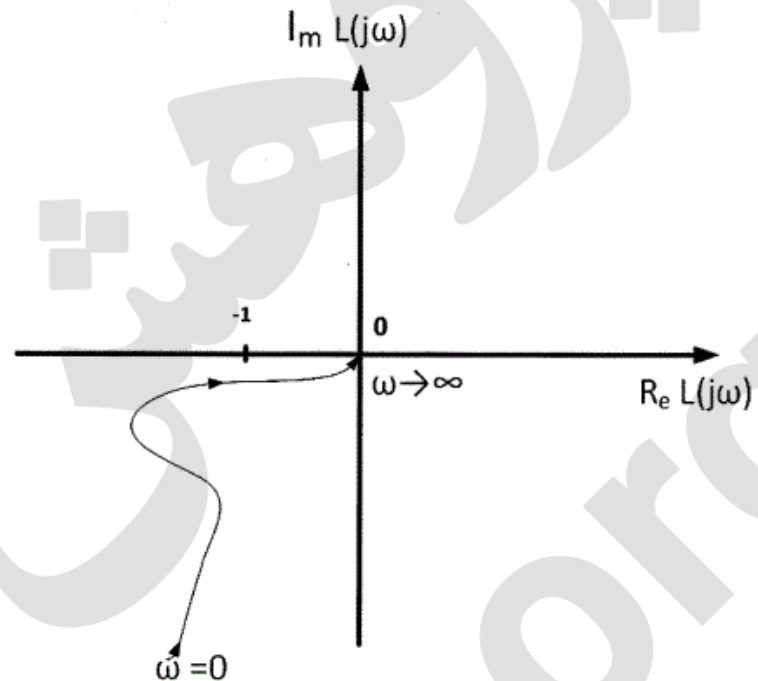
$$K < \frac{1}{9} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} < K < 1 \quad (2)$$

$$\tau < 1, K < \frac{1}{9} \quad (3)$$

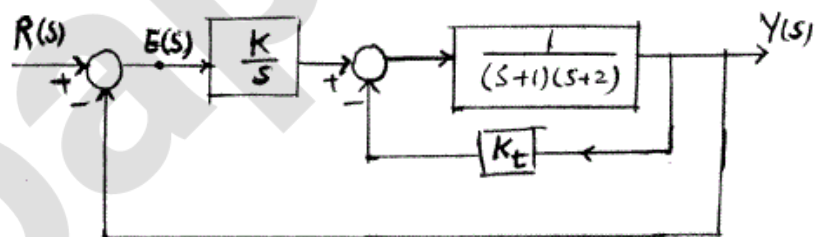
$$\tau < 1, \frac{1}{3} < K < 1 \quad (4)$$

۳- دیاگرام قطبی بهره حلقه سیستمی در شکل زیر داده شده است. در مورد پایداری حلقه بسته آن چه می توان گفت؟ تعداد قطب های در مبدا کمترین مقدار است.



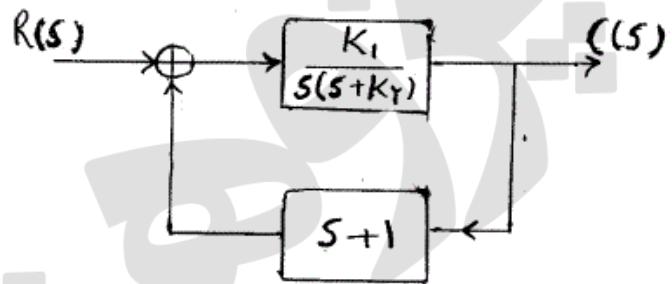
۱) همیشه پایدار است.  
 ۲) اگر  $L(s)$  کمینه فاز باشد همواره پایدار است.  
 ۳) اگر  $L(s)$  کمینه فاز باشد همواره ناپایدار است.  
 ۴) اگر  $L(s)$  فقط یک قطب ناپایدار داشته باشد همواره پایدار است.

۴- سیستم کنترل زیر را در نظر بگیرید حداقل خطای حالت دائم سیستم به ورودی شیب واحد کدام است؟



- ۱) ۰  
 ۲)  $\frac{1}{3}$   
 ۳)  $\infty$   
 ۴) به مقادیر  $K$  و  $K_f$  بستگی دارد و قابل محاسبه نیست.

۵- نوع سیستم و خطای حالت دائم به ورودی شیب واحد سیستم زیر در کدام گزینه آمده است؟



(۲) و (۱)  $e_{ss} = 0$

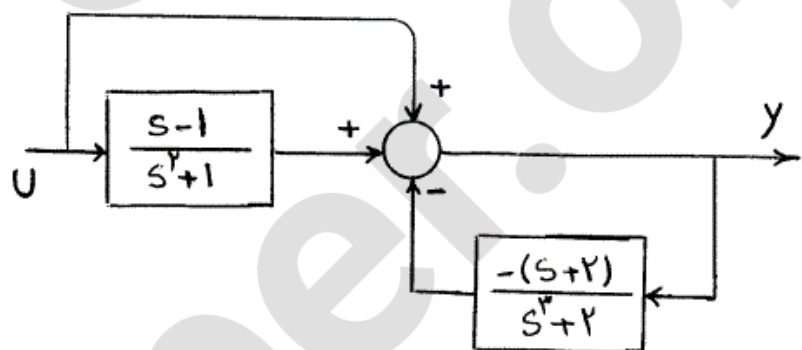
(۱) و (۲)  $e_{ss} = \frac{1}{K_2}$

(۳) و (۱)  $e_{ss} = 1 + \frac{K_2}{K_1}$

(۳) و (۰)  $e_{ss} = \infty$

۶- مدهای پنهان سیستم زیر کدامند؟

(راهنمایی: مد پنهان مقدار ویژه‌ای است که به صورت قطب ظاهر نمی‌شود.)



(۲)  $\pm j, +1$

(۱)  $\pm j, +1$

(۴)  $0, +1$

(۳)  $0, -1$

۷- فرض کنید تابع تبدیل یک سیستم سره  $(G(s) = \frac{N(s)}{D(s)})$  دو قطب و یک صفر ناپایدار دارد. تعداد صفر و قطب‌های پایدار این سیستم نامشخص است. سیستم حلقه بسته با فیدبک واحد منفی و تابع تبدیل مسیر پیشرو  $KG(s)$  را در نظر بگیرید. فرض کنید منحنی ساده بسته C نیم صفحه سمت راست صفحه مختلط، در جهت عقربه‌های ساعت باشد. اگر تعداد دوران نگاشت منحنی C، تحت ضابطه  $(1+KG)^2$  حول مبدأ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت را با x، نشان دهیم:

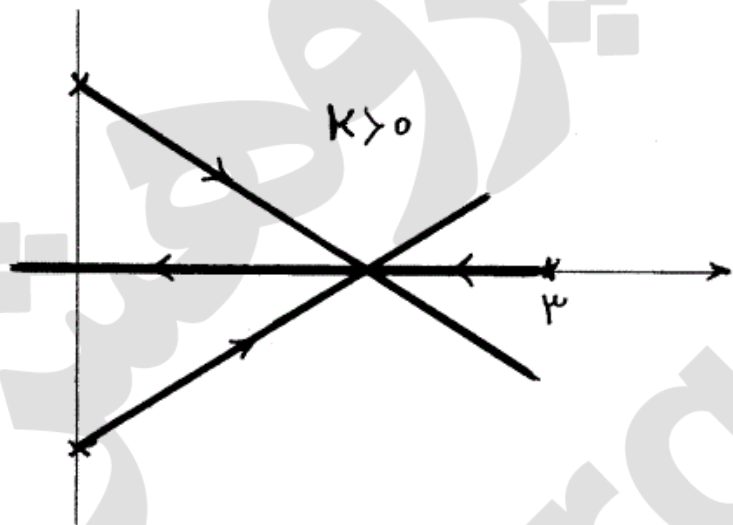
(۲)  $\exists a > 0 : K > a \Rightarrow x = 4$

(۱)  $\exists a > 0 : K > a \Rightarrow x = 0$

(۴)  $\exists a > 0 : K > a \Rightarrow x = 2$

(۳)  $\exists a > 0 : 0 < K < a \Rightarrow x = 2$

۸- به ازای چه مقادیری از  $\alpha < 0$  مکان ریشه‌های  $1 + \frac{K}{(s-2)(s^2+\alpha)}$  به صورت مقابل می‌باشد.



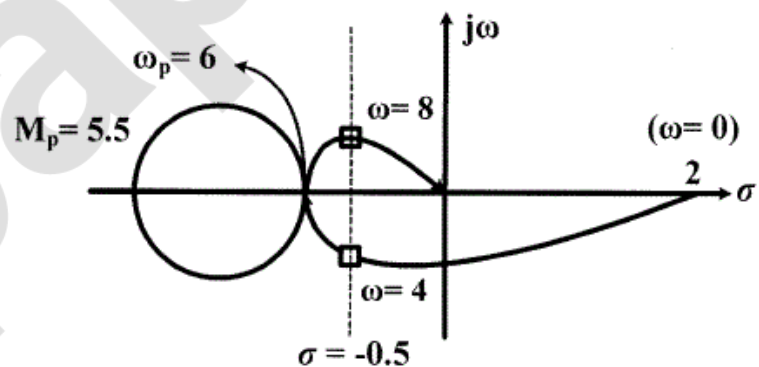
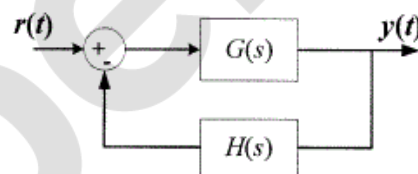
$\alpha = 2$  (۲)

$\alpha = 1/5$  (۱)

$\alpha = 3$  (۴)

$\alpha = 2/5$  (۳)

۹- دیاگرام قطبی (Nyquist) بهره حلقه  $(GH(s))$  سیستمی با بهره فیدبک  $H(s) = 0.5/(s+1)$  به صورت شکل زیر رسم شده است. فرض کنید سیستم حلقه بسته پایدار است. حالت دایمی خروجی سیستم حلقه بسته  $y(t)$  به ازای ورودی پله واحد  $r(t) = u(t)$  و ورودی  $r(t) = \sqrt{17} \sin(4t)$  به ترتیب برابر است با:



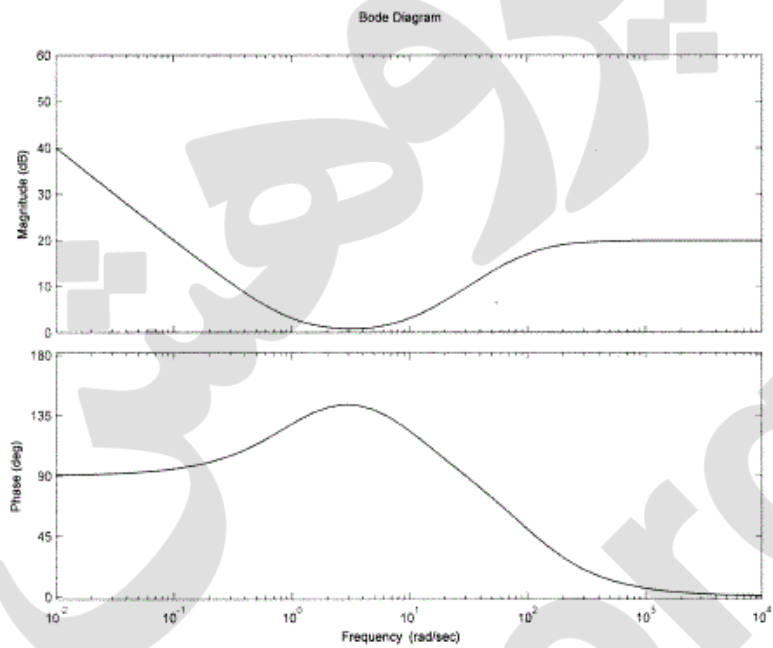
$2, \frac{4}{3}$  (۱)

$\sqrt{17}, \frac{1}{2}$  (۲)

$\sqrt{17}, \frac{1}{3}$  (۳)

(۴) و به ازای ورودی سینوسی خروجی سیستم بینهایت است.

۱۰- با توجه به منحنی پاسخ فرکانسی اندازه و فاز رسم شده، کدام گزینه در مورد سیستم نادرست است؟

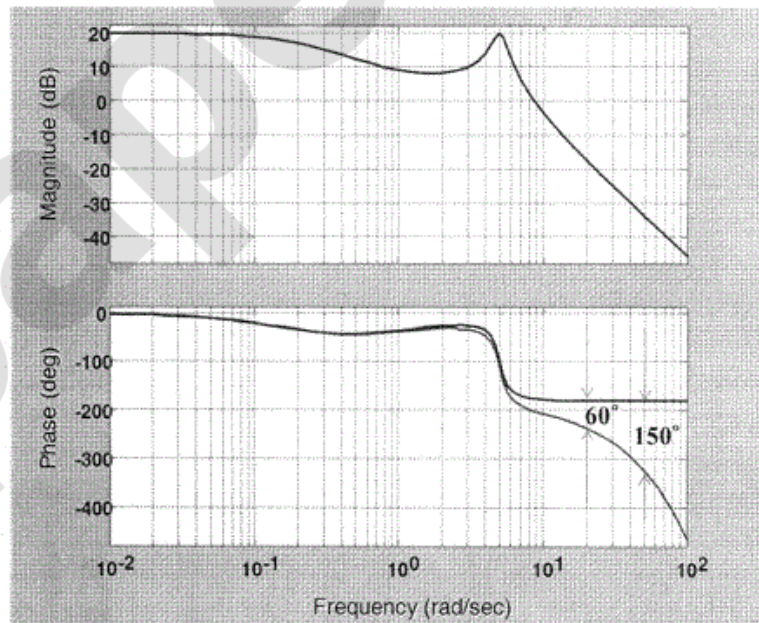


$$\lim_{s \rightarrow \infty} sG(s) = 1 \quad (۲)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = 10 \quad (۱)$$

(۳) سیستم غیر مینیمم فاز است. (۴) سیستم سره است.

۱۱- نمودار بود لگاریتم اندازه و فاز سیستمی مطابق شکل زیر می‌باشد. تابع تبدیل شناسایی شده برای سیستم کدام گزینه خواهد بود؟



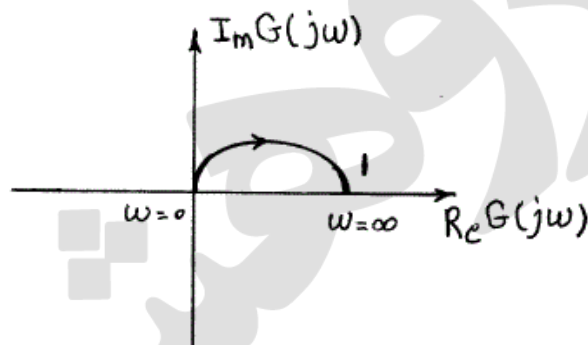
$$\frac{\Delta \circ e^{-s}(s+1)}{(s+\circ/۲)(s^۲+s+۲\Delta)} \quad (۲)$$

$$\frac{\Delta \circ e^{-\circ/۵}s(s+1)}{(s+\circ/۲)(s^۲+s+۲\Delta)} \quad (۱)$$

$$\frac{\Delta e^{-s}(s-1)}{(s+\circ/۲)(s^۲+s+\Delta)} \quad (۴)$$

$$\frac{\Delta \circ e^{-\circ/۵}(s-1)}{(s+\circ/۲)(s^۲+s+۲\Delta)} \quad (۳)$$

۱۲- یک سیستم فیدبک واحد با تابع تبدیل مسیر پیشرو  $G(s)$  را در نظر بگیرید. دیاگرام قطبی  $G(s)$  در شکل زیر نشان داده شده است. مناسب ترین کنترل کننده برای تأمین خطای حالت دائم صفر به ورودی پله واحد کدام است؟



- (۱) کنترل کننده P  
 (۲) کنترل کننده PI  
 (۳) کنترل کننده PII (با دو انتگرال گیر)  
 (۴) چنین کنترل کننده‌ای وجود ندارد.  
 کدام یک از جملات زیر درست است؟

۱۳- (۱) در طراحی کنترل کننده Lead،  $G_c(s) = \frac{s+z_c}{s+p_c}$ ، هر چقدر نسبت

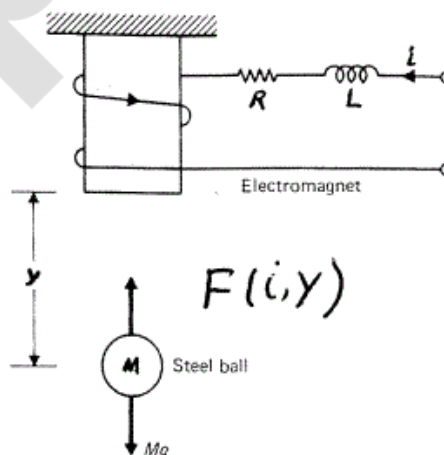
$\frac{z_c}{p_c}$  بزرگتر باشد، خطای حالت دائم سیستم کمتر است.

(۲) در طراحی کنترل کننده Lag،  $G_c(s) = \frac{s+z_c}{s+p_c}$ ، اگر  $p_c$  و  $z_c$  خیلی

بزرگ انتخاب شوند ثابت خطا بزرگ می‌شود ولی حد فاز عموماً کم می‌شود.  
 (۳) در طراحی کنترل کننده Lead حوزه فرکانس، با در نظر گرفتن مقدار بزرگتری ضریب اطمینان ( $\Delta$ ) برای میزان فاز مورد نیاز ( $\phi_m$ ) همواره می‌توان اثر تأخیر فاز ناشی از جابجایی فرکانس گذر بهره ( $\omega_c$ ) را جبران نمود.

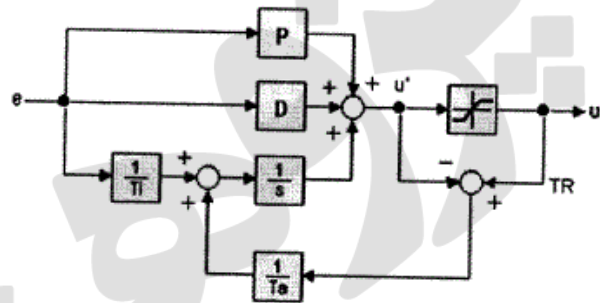
(۴) با توجه به مراحل طراحی کنترل کننده Lead در حوزه فرکانس (تنظیم بهره K) همواره می‌توان خطای حالت دائم را با کنترل کننده Lead حوزه فرکانسی تنظیم کرد.

۱۴- سیستم تعلیق مغناطیسی زیر را در نظر بگیرید. اگر جریان سلف (i) به عنوان خروجی سیستم در نظر گرفته شود، کدام گزینه در مورد مشاهده پذیری و پایداری سیستم حلقه باز صحیح است؟



- (۱) مشاهده‌پذیر - پایدار  
 (۲) مشاهده‌پذیر - ناپایدار  
 (۳) مشاهده‌ناپذیر - پایدار  
 (۴) مشاهده‌ناپذیر - ناپایدار

۱۵- شکل زیر تحقق یک PID را نشان می دهد. کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) افزایش  $T_i$  سبب ناپایداری می شود.
- (۲)  $T_a$  بر روی رفتار اشباع عملگر تأثیری ندارد.
- (۳) کاهش  $T_a$  سبب کاهش دوره اشباع عملگر و کاهش نوسانات خواهد شد.
- (۴) کاهش  $T_a$  سبب افزایش دوره اشباع عملگر و افزایش نوسانات خواهد شد.

۱۶- فرض کنید  $A$  ماتریس حالت یک سیستم خطی ناپایدار و  $Q$  یک ماتریس مثبت معین متقارن است. کدام گزینه نمی تواند پاسخ معادله لیاپانوف

$$A^T P + PA = Q \text{ باشد؟}$$

$$P = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

(۴) هیچ کدام

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0/5 \\ 0/5 & 0/5 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۱۷- در مورد سیستم زیر کدام مطلب درست است؟

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} x + Bu, \quad y = Cx$$

(B) ماتریس  $2 \times 7$  و C ماتریس  $3 \times 7$  می باشد.

- (۱) سیستم حتماً کنترل ناپذیر است.
- (۲) سیستم حتماً رؤیت ناپذیر است.
- (۳) با توجه به عناصر ماتریس های  $B$  و  $C$ ، سیستم می تواند کنترل پذیر و رؤیت پذیر باشد.
- (۴) به ازاء تمام مقادیر ماتریس های  $B$  و  $C$ ، سیستم نه کنترل پذیر است و نه رؤیت پذیر



-۱۸

کدام گزاره صحیح است؟

- (۱) تمام تحقق‌های هم درجه (بعد ماتریس حالت) یک تابع تبدیل معادل هستند.
- (۲) تمام تحقق‌های پایدار داخلی یک تابع تبدیل معادل هستند.
- (۳) تمام تحقق‌های کنترل‌پذیر و رؤیت‌پذیر یک تابع تبدیل معادل هستند.
- (۴) تمام تحقق‌های دسترس‌پذیر و آشکارپذیر یک تابع تبدیل معادل هستند.

-۱۹

یک سیستم با تحقق  $\left\{ \begin{bmatrix} A_1 & \circ \\ A_3 & A_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, [C_1 \ C_2], D \right\}$  در نظر

بگیرید.  $A_1$  و  $A_2$  دو ماتریس مربعی و سایر ماتریس‌ها دارای ابعاد مناسب هستند. کدام یک از گزینه‌های زیر معادل (equivalent) تحقق فوق است؟

$$(۱) \left\{ \begin{bmatrix} A_2 & A_3 \\ \circ & A_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, [C_1 \ C_2], D \right\}$$

$$(۲) \left\{ \begin{bmatrix} A_2 & A_3 \\ \circ & A_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, [C_2 \ C_1], D \right\}$$

$$(۳) \left\{ \begin{bmatrix} A_2 & A_3 \\ \circ & A_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_2 \\ B_1 \end{bmatrix}, [C_1 \ C_2], D \right\}$$

$$(۴) \left\{ \begin{bmatrix} A_2 & A_3 \\ \circ & A_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_2 \\ B_1 \end{bmatrix}, [C_2 \ C_1], D \right\}$$

-۲۰

سیستم خطی، پایدار مجانبی و تغییرناپذیر با زمان زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = Ax$$

$$y = Cx$$

$$x(0) = x_0$$

اگر:  $\int_0^{\infty} (y^T M y) dt = x_0^T P x_0$  باشد، کدام عبارت در مورد ماتریس صحیح  $P$

است؟

(۱) به ازای هر  $M$ ،  $P$  پاسخ یکتای معادله لیاپانوف  $A^T P + PA - C^T M C = \circ$  است.

(۲) اگر  $M$  مثبت معین باشد،  $P$  پاسخ یکتای معادله‌ی لیاپانوف

$$A^T P + PA - C^T M C = \circ$$

(۳) به ازای هر  $M$ ،  $P$  پاسخ یکتای معادله لیاپانوف  $A^T P + PA + C^T M C = \circ$  است.

(۴) اگر  $M$  مثبت معین باشد،  $P$  پاسخ یکتای معادله‌ی لیاپانوف

$$A^T P + PA + C^T M C = \circ$$

۲۱- در مورد سیستم‌های زیر کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad \text{ب)} \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad \text{الف)}$$

- (۱) حالت‌های سیستم‌های الف و ب هیچ‌کدام محدود نیستند.  
 (۲) حالت‌های سیستم الف محدود نیست ولی حالت‌های سیستم ب، محدود هستند.  
 (۳) حالت‌های سیستم‌های الف و ب هر دو محدود هستند.  
 (۴) حالت‌های سیستم الف محدود است ولی حالت‌های سیستم ب محدود نیستند.

۲۲- کدام گزینه در مورد پایداری سیستم زیر نادرست است؟

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x}$$

- (۱) به دلیل وجود دو قطب در مبدأ، سیستم پایدار BIBO نیست.  
 (۲) نقطه تعادل بدون تحریک  $(1, 2, 0)$  به مفهوم لیاپانوف، پایدار است.  
 (۳) نقطه تعادل بدون تحریک  $(1, 3, 0)$  پایدار مجانبی نیست.  
 (۴) معادله لیاپانوف  $\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = -\mathbf{Q}$  به ازای هر ماتریس مثبت معین  $\mathbf{Q}$ ، فاقد جواب مثبت معین است.

۲۳- سیستم زیر را با فضای حالت  $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$  محقق نموده‌ایم. کدام تحقق برای این سیستم برقرار است؟

$$G(s) = \frac{s^2 + 1}{s^3 + s + 1}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 1] \quad (۱)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 1] \quad (۲)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 1] \quad (۳)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 1] \quad (۴)$$

۲۴- پاسخ سیستم  $\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} x$  به شرط اولیه  $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  با پاسخ کدام

یک از سیستم‌های زیر به ورودی  $u(t) = [4\delta(t) \ 2\delta(t)]^T$  برابر است؟

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -0.5 & -0.5 \\ -0.25 & -0.5 \end{bmatrix} u \quad (۱)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} u \quad (۲)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u \quad (۳)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} u \quad (۴)$$

۲۵- سیستم غیر خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 \left( -x_1 + \frac{u}{1+x_2} \right) \\ \dot{x}_2 &= x_2(-x_2 + u)\end{aligned}$$

با فرض این که  $u > 0$  و ثابت می باشد کدام یک از ماتریس های زیر نمی تواند به عنوان ماتریس  $A$  در مدل خطی شده  $\dot{x} = Ax + Bu$  حول نقطه تعادل سیستم مطرح باشند؟

$$A = \begin{bmatrix} u & 0 \\ 0 & u \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$A = \begin{bmatrix} u & -u^2 \\ 0 & u \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{u}{1+u} & -\frac{u^2}{(1+u)^2} \\ 0 & -u \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{u}{1+u} & 0 \\ 0 & -u \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۲۶- همانگونه که می دانید برای تعیین ماتریس انتقال حالت می توان از روش کیلی - همیلتون استفاده نمود. در این روش رابطه زیر برقرار است.

$$e^{At} = \alpha_0 I + \alpha_1 A + \alpha_2 A^2$$

که ضرایب  $\alpha_0$  و  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  را می توان از قضیه کیلی - همیلتون بدست آورد. مقادیر ضریب  $\alpha_0$  برای ماتریس زیر کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -11 & -6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_0 = 3e^{-t} - 3e^{-2t} + e^{-3t} \quad (۲) \quad \alpha_0 = 3e^{-t} - 3e^{-2t} - e^{-3t} \quad (۱)$$

$$\alpha_0 = e^{-t} + e^{-2t} - 3e^{-3t} \quad (۴) \quad \alpha_0 = e^{-t} - e^{-2t} + 3e^{-3t} \quad (۳)$$

۲۷- یک سیستم چند متغیره با تابع تبدیل مربعی  $G(s)$  و تحقق  $\{A, B, C, D\}$  را در

نظر بگیرید. کدام یک از گزینه های زیر یک تحقق  $G^{-1}(s)$  (معکوس  $G(s)$ ) است؟

$$\{A + BD^{-1}C, -BD^{-1}, D^{-1}C, D^{-1}\} \quad (۱)$$

$$\{A - BD^{-1}C, BD^{-1}, -D^{-1}C, D^{-1}\} \quad (۲)$$

$$\{D^{-1} + CA^{-1}B, -D^{-1}C, BD^{-1}, D^{-1}\} \quad (۳)$$

$$\{D^{-1} - CA^{-1}B, D^{-1}C, -BD^{-1}, D^{-1}\} \quad (۴)$$

۲۸- معادلات حالت مینیمال  $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$  با مقادیر  $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ،  $C = [1 \quad -1]$  و فیدبک حالت  $u = -kx + r$  را در نظر بگیرید. به

ازای کدام یک از ماتریس‌های فیدبک حالت زیر، سیستم حلقه بسته رویت‌ناپذیر است؟

(۱)  $k = [a \quad 2-a]$  (برای تمام مقادیر  $a$ )

(۲)  $k = [a \quad 1+2a]$  (برای تمام مقادیر  $a$ )

(۳)  $k = \begin{bmatrix} a & \frac{1}{2}-a \end{bmatrix}$  (برای تمام مقادیر  $a$ )

(۴) به ازای تمام مقادیر  $k$ ، سیستم حلقه بسته رویت‌پذیر است.

۲۹- با داشتن ماتریس  $A$  به صورت  $A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\pi}{4} \\ \frac{\pi}{4} & -\frac{\pi}{2} \end{bmatrix}$ ،  $\sin(A)$  برابر کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{2}\pi}{8} \\ \frac{\sqrt{2}\pi}{8} & -1 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}(\pi+4)}{8} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}(\pi-4)}{8} \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}(\pi-4)}{8} & -\frac{\sqrt{2}\pi}{8} \\ \frac{\sqrt{2}\pi}{8} & -\frac{\sqrt{2}(\pi+4)}{8} \end{bmatrix}$

(۴)  $\begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -1 \end{bmatrix}$

۳۰- سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad A \in \mathbb{R}^n, \quad n > 1$$

می‌دانیم یکی از مقادیر ویژه ماتریس  $A$  دارای مقدار حقیقی مثبت است. کدام یک از جملات زیر درست نیست؟

(۱) ماتریس انتقال حالت سیستم نامحدود است.

(۲) پاسخ ورودی صفر سیستم لزوماً نامحدود است.

(۳) با تعریف مناسب خروجی، سیستم می‌تواند پایدار BIBO باشد.

(۴) پاسخ حالت صفر سیستم به تمام ورودی‌های محدود، لزوماً نامحدود است.

۳۱- اگر ماتریس  $A$  در فرم کانونیک کنترل پذیر باشد آنگاه فرم اسمیت  $sI - A$  کدام است؟  
( $\Delta(s)$  چند جمله‌ای مشخصه ماتریس  $A$  است)

$$\begin{array}{ll} \text{diag}(s, s, \dots, s, \Delta(s)) & (۱) \\ \text{diag}(1, 1, \dots, 1, \Delta(s)) & (۲) \\ \text{diag}(1, s, s^2, \dots, s^{n-1}, \Delta(s)) & (۳) \\ \text{diag}(1, s, s^2, \dots, s^{n-1}, \Delta(s)) & (۴) \end{array}$$

۳۲- اگر  $D(s)$  و  $N(s)$  دو ماتریس چند جمله‌ای هم اول راست (**right coprime**) باشند آنگاه کدام گزینه درست نیست؟

- (۱)  $D(s) + N(s)$  و  $N(s)$  هم اول راست هستند.
- (۲)  $D(s) + sN(s)$  و  $N(s)$  هم اول راست هستند.
- (۳)  $D(s) + sN(s)$  و  $D(s) - N(s)$  هم اول راست هستند.
- (۴)  $D(s) + N(s)$  و  $D(s) - N(s)$  هم اول راست هستند.

۳۳- اگر  $\bar{\sigma}$  و  $\underline{\sigma}$  به ترتیب بزرگترین و کوچکترین مقدار استثنایی یک ماتریس (**Singular value**) و  $X$  یک ماتریس مربعی باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) اگر  $\bar{\sigma}(X) < 1$  باشد آنگاه  $X + I$  وارون پذیر است.
- (۲) اگر  $\underline{\sigma}(X) < 1$  باشد آنگاه  $X + I$  وارون پذیر است.
- (۳) اگر  $\bar{\sigma}(X) < 1$  باشد آنگاه  $X$  وارون پذیر است.
- (۴) اگر  $\underline{\sigma}(X) < 1$  باشد آنگاه  $X$  وارون پذیر است.

۳۴- ماتریس تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید.

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \begin{bmatrix} s-a & 1 \\ (a+2)^2 & s-a \end{bmatrix}, a \in \mathbb{R}$$

در این صورت به ازای چه مقدار از  $a$  سیستم نا می نیمم فاز است؟

- (۱)  $a < -2$
- (۲)  $a < -1$
- (۳)  $a > -2$
- (۴)  $a > -1$

۳۵- نوع سیستم در ماتریس تابع تبدیل زیر کدام است؟

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s(s+1)} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

- (۱) نوع صفر
- (۲) نوع یک
- (۳) نوع دو
- (۴) نوع سه

۳۶- سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{s} \\ 1 & \frac{1}{s^2} \end{bmatrix}$$

خطای حالت ماندگار سیستم حلقه بسته با فیدبک منفی واحد به کدام ورودی صفر است؟

$$(1) \quad c_1 t \quad , \quad c_1 \in \mathbb{R}$$

$$(2) \quad c_1 t^2 \quad , \quad c_1 \in \mathbb{R}$$

$$(3) \quad c_1 + c_2 t \quad , \quad c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$$

$$(4) \quad c_1 + c_2 t + c_3 t^2 \quad , \quad c_1, c_2, c_3, c_4 \in \mathbb{R}$$

۳۷- ماتریس تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} \begin{bmatrix} s-1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

کدام گزینه در رابطه با تحقق فضای حالت این سیستم درست است؟

(۱) تحقق می‌نماید فضای حالت سیستم مرتبه ۲ است و سیستم می‌نیمم فاز است.

(۲) تحقق می‌نماید فضای حالت سیستم مرتبه ۴ و سیستم غیر می‌نیمم فاز است.

(۳) تحقق می‌نماید فضای حالت سیستم مرتبه ۲ و سیستم یک صفر عنصر در نیمه راست صفحه دارد.

(۴) تحقق می‌نماید فضای حالت سیستم مرتبه ۴ و سیستم می‌نیمم فاز با صفر عنصر در نیمه راست صفحه است.

-۳۸ برای سیستم:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{pmatrix} -۳ & -۲ & ۰ \\ ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & -۱ \end{pmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} ۱ & ۱ \\ ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{pmatrix} \underline{u}$$

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} ۱ & ۲ & ۱ \\ ۰ & -۱ & ۱ \end{pmatrix} \underline{x}$$

بردار شرایط اولیه  $\underline{x}_0$  و راستای ورودی  $\underline{u} = \underline{k}e^{\lambda t}, t \geq 0$  که خروجی  $\underline{y}$  متحد با صفر می‌باشد کدام گزینه است؟ ( $\underline{k} \neq 0, \underline{x}_0 \neq 0$ )

$$\underline{u} = \alpha \begin{pmatrix} ۴ \\ -۲ \\ -۲ \end{pmatrix} e^{-۳t} \text{ و } \underline{x}_0 = \alpha \begin{pmatrix} -۳ \\ ۱ \\ ۱ \end{pmatrix} \quad (۱)$$

$$\underline{u} = \alpha \begin{pmatrix} -۲ \\ ۴ \\ ۴ \end{pmatrix} e^{-۳t} \text{ و } \underline{x}_0 = \alpha \begin{pmatrix} ۱ \\ -۳ \\ ۱ \end{pmatrix} \quad (۲)$$

$$\underline{u} = \alpha \begin{pmatrix} ۴ \\ -۲ \\ -۲ \end{pmatrix} e^{-۳t} \text{ و } \underline{x}_0 = \alpha \begin{pmatrix} ۱ \\ -۳ \\ ۱ \end{pmatrix} \quad (۳)$$

$$\underline{u} = \alpha \begin{pmatrix} -۲ \\ ۴ \\ ۴ \end{pmatrix} e^{-۳t} \text{ و } \underline{x}_0 = \alpha \begin{pmatrix} -۳ \\ ۱ \\ ۱ \end{pmatrix} \quad (۴)$$

-۳۹ ماتریس تابع تبدیل سیستم زیر را در نظر بگیرید. برای چه مقدار  $\alpha$  نمی‌توان سیستم را با فیدبک حالت دکوپله کرد؟

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+۲} & \frac{\alpha}{s+۳} \\ \frac{۲s}{s+۵} & \frac{۳s}{s+۲} \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \frac{۳}{۲} \quad (۲)$$

$$\alpha = \frac{۲}{۳} \quad (۱)$$

$$\alpha \neq \frac{۳}{۲} \quad (۴)$$

$$\alpha \neq \frac{۲}{۳} \quad (۳)$$



۴۰- ماتریس تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{k}{s^2 - 1} \begin{bmatrix} s+3 & -4 \\ 2 & s-3 \end{bmatrix} \quad (k \in \mathbb{R})$$

- کدام گزینه درباره‌ی پایداری سیستم حلقه بسته با فیدبک منفی واحد درست است؟
- (۱) برای تمام مقادیر  $k$  ناپایدار است.
  - (۲) برای تمام مقادیر مثبت  $k$  پایدار است.
  - (۳) برای برخی مقادیر  $k$  پایدار، و برای مقادیری از  $k$ ،  $2$  قطب ناپایدار دارد.
  - (۴) برای برخی مقادیر  $k$  پایدار، و برای سایر مقادیر از  $k$ ،  $1$  قطب ناپایدار دارد.

۴۱- ماتریس تابع تبدیل زیر را با فیدبک منفی واحد در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{k}{s(s-1)} \begin{bmatrix} s-2 & 1 \\ -2 & s+1 \end{bmatrix}$$

در رابطه با پایداری حلقه بسته داریم:

- (۱) برای  $k$ های خیلی کوچک پایدار است.
- (۲) برای تمام  $k$  ناپایدار است.
- (۳) برای  $0 < k < 1$  پایدار است.
- (۴) برای  $-1 < k < 0$  پایدار است.

۴۲- با در نظر گرفتن آرایه بهره نسبی (RGA) زیر، در کدام حالت قرار گرفتن جفت ورودی - خروجی امکان پایداری سازی حلقه بسته وجود دارد؟

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & -0.1 & 0.6 \\ 0.5 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix} \quad G(0) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 & 0.3 \\ -1 & 0.1 & 1 \\ 0.5 & -0.6 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$u_1 \leftrightarrow y_1$$

$$u_1 \leftrightarrow y_2$$

$$u_2 \leftrightarrow y_2 \quad (2)$$

$$u_2 \leftrightarrow y_1 \quad (1)$$

$$u_3 \leftrightarrow y_3$$

$$u_3 \leftrightarrow y_3$$

$$u_1 \leftrightarrow y_1$$

$$u_1 \leftrightarrow y_3$$

$$u_2 \leftrightarrow y_3 \quad (4)$$

$$u_2 \leftrightarrow y_2 \quad (3)$$

$$u_3 \leftrightarrow y_3$$

$$u_3 \leftrightarrow y_1$$

۴۳- ماتریس تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{s+1} & \frac{5}{s+1} \\ \frac{2}{s+2} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

در رابطه با کنترل غیرمتمرکز این سیستم، کدام گزینه درست است؟

- (۱) کنترل غیرمتمرکز این سیستم به ناپایداری حلقه بسته منجر می‌گردد.
- (۲) تنها از ورودی اول برای کنترل خروجی دوم و از ورودی دوم برای کنترل خروجی اول می‌توان استفاده کرد.
- (۳) از هر کدام از ورودی‌ها می‌توان برای کنترل هر کدام از خروجی‌ها استفاده کرد.
- (۴) تنها از ورودی اول برای کنترل خروجی اول و از ورودی دوم برای کنترل خروجی دوم می‌توان استفاده کرد.

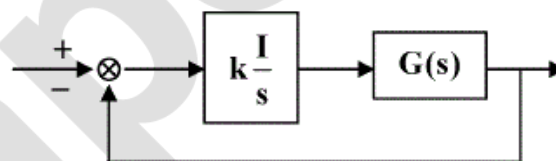
۴۴- برای سیستم  $\dot{\underline{x}} = \underline{B}\underline{u}$  و  $\underline{y} = \underline{c}\underline{x}$  که  $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$  و  $\underline{u} \in \mathbb{R}^p$  و  $\underline{y} \in \mathbb{R}^q$  تابع

معیار  $J = \int_0^{\infty} (\underline{x}^T \underline{c}^T \underline{c} \underline{x} + \underline{u}^T \underline{R} \underline{u}) dt$  که  $\underline{R}$  یک ماتریس متقارن مثبت

معین است. شرط وجود قانون کنترل بهینه کدام است؟

- (۱)  $n \leq \min(p, q)$
- (۲)  $n \leq p = q$
- (۳)  $n = p = q$
- (۴) قانون کنترل بهینه وجود ندارد.

۴۵- سیستم کنترل چند متغیره زیر را در نظر بگیرید:



که در آن:

$G(s) =$  پایدار است و آرایه بهره نسبی آن عبارت است از

$$\Lambda(0) \approx \begin{bmatrix} -1/89 & 3/59 & -0/69 \\ -0/13 & 3/02 & -1/89 \\ 3/02 & -5/6 & 3/59 \end{bmatrix}$$

آنگاه:

- (۱) با یک مقدار مناسب  $k < 0$  می‌توان سیستم حلقه بسته را پایدار کرد.
- (۲) با هیچ مقدار  $k$  نمی‌توان به یک سیستم کنترل مناسب حلقه بسته دست پیدا کرد.
- (۳) یک بازه برای مقدار  $k$  می‌توان چنان یافت که سیستم حلقه بسته پایدار باشد.
- (۴) با یک مقدار مناسب  $k > 0$  می‌توان سیستم حلقه بسته را پایدار کرد و Integrity سیستم حلقه بسته را تضمین کرد.