isipaper.org

کد کنترل

276

E

276E

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

صبح جمعه
۱۳۹۶/۱۲/۴
دفترچهٔ شماره (۱)

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۳۹۷

رشتهٔ فیزیک (کد ۲۲۳۸)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ـ الکترومغناطیس والکترودینامیک ـ ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

isipaper.org

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- عملگر $a = i|۱\rangle\langle۲|$ را که در آن $|۱\rangle$ و $|۲\rangle$ حالت‌های بهنجار متعامد هستند در نظر بگیرید. حاصل جابه‌جاگر $\left[a, a^{\dagger}\right]$ کدام است؟ $(i = \sqrt{-۱})$

۱) $|۱\rangle\langle۱| - |۲\rangle\langle۲|$

۲) $|۱\rangle\langle۱| + |۲\rangle\langle۲|$

۳) $|۱\rangle\langle۲| - |۲\rangle\langle۱|$

۴) $|۱\rangle\langle۲| + |۲\rangle\langle۱|$

۲- هامیلتونی دستگاهی به صورت $H = a_۰ \hat{۱} + \vec{\sigma}.\vec{a}$ است که در آن $\hat{۱}$ ماتریس واحد، $\vec{a}$ برداری حقیقی با مؤلفه‌های $\vec{a} = (a_۱, a_۲, a_۳)$، $a_۰$ ضریبی حقیقی و $\vec{\sigma} = (\sigma_۱, \sigma_۲, \sigma_۳)$ است. σ_iها $(i = ۱,۲,۳)$ ماتریس‌های پائولی هستند. قدرمطلق تفاضل بین ویژه مقادیر انرژی این دستگاه کدام است؟

۱) $\sqrt{a_۱^۲ + \left|a_۲^۲ - a_۳^۲\right|}$

۲) $۲\sqrt{a_۱^۲ + a_۲^۲ + a_۳^۲}$

۳) $\sqrt{a_۳^۲ + \left|a_۱^۲ - a_۲^۲\right|}$

۴) $۲\left(a_۱ + a_۲ + a_۳\right)$

۳- عملگر $S_n = \vec{S}.\hat{n}$ را که در آن $\hat{n} = \sin\beta\hat{i} + \cos\beta\hat{k}$، $\vec{S} = \frac{\hbar}{۲}(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ و σها ماتریس‌های پائولی هستند در نظر بگیرید. نمایش عملگر S_n در پایه $|+\rangle$ و $|-\rangle$، ویژه حالت‌های عملگر S_z، کدام است؟

۱) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| - |-\rangle\langle+|\right)$

۲) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| + |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| + |-\rangle\langle+|\right)$

۳) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| + |-\rangle\langle+|\right)$

۴) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| + |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| - |-\rangle\langle+|\right)$

isipaper.org

۴- اگر $|n\rangle$ ویژه حالت انرژی یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به جرم m و بسامد زاویه‌ای ω و $a=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}(x+\frac{ip}{m\omega})$ عملگر پایین آورنده باشد، حاصل عبارت $\langle m|xp+px|n\rangle$ کدام است؟

۱) $i\hbar\left(\sqrt{(m+1)n}\ \ \delta_{m+1,n-1}-\sqrt{m(n+1)}\ \ \delta_{m-1,n+1}\right)$

۲) $i\hbar\left(-\sqrt{m(m-1)}\ \ \delta_{m-2,n}-\sqrt{n(n-1)}\ \ \delta_{m,n-2}\right)$

۳) $i\hbar\left(\sqrt{(m+1)(m+2)}\ \ \delta_{m+2,n}-\sqrt{n(n-1)}\ \ \delta_{m,n-2}\right)$

۴) $i\hbar\left(\sqrt{m(n+1)}\ \ \delta_{m-1,n+1}-\sqrt{n(m+1)}\ \ \delta_{m+1,n-1}\right)$

۵- ذره‌ای به جرم m در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به عرض a، $(0<x<a)$ ، قرار دارد. تبدیل فوریه انتشارگر این ذره، $\tilde{K}(x,x';E)=\int_0^\infty dt\ e^{\frac{iEt}{\hbar}}K(x,t;x',0)$ کدام است؟

۱) $\tilde{K}(x,x';E)=\sqrt{\frac{2}{a}}i\hbar\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\frac{n\pi x}{a})+\sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E-\frac{n^2h^2}{8ma^2}}$

۲) $\tilde{K}(x,x';E)=\frac{2i\hbar}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\frac{n\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E+\frac{n^2h^2}{8ma^2}}$

۳) $\tilde{K}(x,x';E)=\sqrt{\frac{2}{a}}i\hbar\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\frac{n\pi x}{a})+\sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E+\frac{n^2h^2}{8ma^2}}$

۴) $\tilde{K}(x,x';E)=\frac{2i\hbar}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\frac{n\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E-\frac{n^2h^2}{8ma^2}}$

۶- در یک فضای سه بعدی، ماتریس چگالی یک دستگاه بر حسب پایه‌های بهنجار متعامد $|\Psi_1\rangle$، $|\Psi_2\rangle$، $|\Psi_3\rangle$ به شکل $\rho=\cos^2\theta|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|+\sin^2\theta|\Psi_2\rangle\langle\Psi_2|+2\sin^2\theta\cos^2\theta|\Psi_3\rangle\langle\Psi_3|$ است که در آن $0\le\theta\le\pi$ می‌باشد. اگر $[A]$ میانگین آنسامبلی عملگر $A=|\Psi\rangle\langle\Psi|$ باشد که در آن $|\Psi\rangle=\frac{1}{2}|\Psi_1\rangle+\frac{1}{2}|\Psi_2\rangle+\frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_3\rangle$، کدام نامساوی درست است؟

۱) $\frac{1}{8}\le[A]\le\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{4}\le[A]\le\frac{3}{8}$

۳) $\frac{1}{8}\le[A]\le\frac{3}{8}$

۴) $\frac{1}{4}\le[A]\le\frac{1}{2}$

isipaper.org

۷- ذرات با اسپین ۱ را از یک دستگاه اشترن ـ گرلاخ که میدان مغناطیسی آن در جهت $\hat{n} = \sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{k}$ است عبور می‌دهیم، این دستگاه مشاهده‌پذیر $\vec{S}.\hat{n}$ را اندازه‌گیری می‌کند. ذرات خروجی را که دارای ویژه مقدار بزرگتر هستند جدا می‌کنیم و آن‌ها را از دستگاه اشترن ـ گرلاخ دیگری که میدان مغناطیسی آن در جهت $\hat{k}$ است عبور می‌دهیم. احتمال این که ذرات خروجی از دستگاه دوم دارای $s_z = \hbar$ باشند، چقدر است؟

در صورت نیاز:
$$d^{(1)}(\beta) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+\cos\beta & -\sqrt{2}\sin\beta & 1-\cos\beta \\ \sqrt{2}\sin\beta & 2\cos\beta & -\sqrt{2}\sin\beta \\ 1-\cos\beta & \sqrt{2}\sin\beta & 1+\cos\beta \end{pmatrix}$$

۱) $\cos^4\frac{\theta}{2}$

۲) $\cos^2\frac{\theta}{2}$

۳) $\sin^4\frac{\theta}{2}$

۴) $\sin^2\frac{\theta}{2}$

۸- $X^{(k_1=2)}$ و $Z^{(k_2=3)}$ دو تانسور کروی تقلیل ناپذیر رتبهٔ ۲ و ۳ هستند. از ترکیب خطی مؤلفه‌های مختلف حاصل‌ضرب این دو، $X^{(k_1)}_{q_1} Z^{(k_2)}_{q_2}$ ، می‌توان تانسور کروی تقلیل ناپذیر رتبهٔ k ساخت. k کدام مقادیر را می‌تواند اختیار کند؟

۱) $k=5\ ,\ k=3\ ,\ k=1$

۲) $k=4\ ,\ k=2\ ,\ k=0$

۳) $k=6\ ,\ k=4\ ,\ k=2$

۴) $k=6\ ,\ k=3\ ,\ k=0$

۹- $D^{(j)} = e^{\frac{-i}{\hbar}\vec{J}\cdot\hat{n}\phi}$ عملگر دوران حول $\hat{n}$ به اندازهٔ ϕ است. برای $\hat{n}$ و ϕی دلخواه، عملگر $D^{(j_1=\frac{1}{2})} \otimes D^{(j_2=\frac{1}{2})}$ در پایه‌های $|j,m\rangle$ حداکثر چند عنصر صفر دارد؟ ($|j,m\rangle$ ویژه حالت مشترک J_z و J^2 است که $\vec{J} = \vec{J}_1 \otimes \vec{1} + \vec{1} \otimes \vec{J}_2$ است.)

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

isipaper.org

۱۰- هامیلتونی دستگاهی به شکل $H=\sum_{n=1}^{N}E_{\circ}|n\rangle\langle n|+\sum_{n=1}^{N}W\{|n\rangle\langle n+1|+|n+1\rangle\langle n|\}$ است که حالت‌های $|n\rangle$ متعامد و بهنجار هستند و $E_{\circ}$ و W ضرایب ثابت‌اند. اگر شرط تناوبی $|N+1\rangle=|1\rangle$ برقرار باشد، ویژه مقادیر H کدام‌اند؟ $(n=1,2,...,N)$

۱) $E_n=E_{\circ}+2W\sin\frac{\pi n}{N}$

۲) $E_n=E_{\circ}+2W\cos\frac{\pi n}{N}$

۳) $E_n=E_{\circ}+2W\cos\frac{2\pi n}{N}$

۴) $E_n=E_{\circ}+2W\sin\frac{2\pi n}{N}$

۱۱- اگر θ عملگر وارون زمان، $|+\rangle$ و $|-\rangle$ ویژه حالت‌های ماتریس پائولی σ_z و $|\alpha\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$ باشد، کدام عبارت صحیح است؟

۱) $\theta^2|\alpha\rangle=|\alpha\rangle$

۲) $\theta^2|\alpha\rangle=-|\alpha\rangle$

۳) $\theta^2|\alpha\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle-\frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$

۴) $\theta^2|\alpha\rangle=\frac{-1}{\sqrt{2}}|+\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$

۱۲- هامیلتونی یک نوسانگر هماهنگ ساده سه بعدی همسانگرد $H=\frac{\vec{P}.\vec{P}}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2\vec{x}.\vec{x}$ است. اگر این نوسانگر با انرژی پتانسیل λyx^2z مختل شود، انرژی نخستین حالت برانگیخته تا اولین مرتبهٔ غیر صفر λ کدام است؟ ($\vec{x}$ و $\vec{P}$ به ترتیب عملگر مکان و تکانه خطی در سه بعد هستند.)

۱) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm2\lambda\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^2\ ,\ \frac{3}{2}\hbar\omega$

۲) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm\frac{2}{\hbar\omega}\lambda^2\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^4\ ,\ \frac{3}{2}\hbar\omega$

۳) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm\frac{1}{\hbar\omega}\lambda^2\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^4\ ,\ \frac{3}{2}\hbar\omega$

۴) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm\lambda\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^2\ ,\ \frac{3}{2}\hbar\omega$

isipaper.org

۱۳- ذره‌ای به جرم m در لحظه $t=0$ در حالت پایه یک چاه کوانتومی بی‌نهایت یک بعدی که دیواره‌هایش در $x=0$ و $x=a$ است، قرار دارد. این ذره برای زمان‌های $0\le t\le\infty$ تحت تأثیر پتانسیل اختلالی $V(t)=\lambda x^2 e^{-\frac{t}{\tau}}$ قرار می‌گیرد که در آن x عملگر مکان، τ پارامتر حقیقی ثابت و λ عدد حقیقی بسیار کوچکی هستند. احتمال آن که ذره در لحظهٔ دلخواه $t\ge 0$ در اولین حالت برانگیخته چاه یافت شود کدام است؟ $(\omega_{21}=\frac{3\pi^2\hbar}{2ma^2})$

۱) $\left(\frac{16a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2\left[\frac{1+e^{-t/\tau}\sin(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2+\frac{1}{\tau^2}}\right]^2$

۲) $\left(\frac{4a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2\left[\frac{1-e^{-t/\tau}\cos(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2+\frac{1}{\tau^2}}\right]^2$

۳) $\left(\frac{4a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2\left[\frac{1+e^{-2t/\tau}-2e^{-t/\tau}\sin(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2+\frac{1}{\tau^2}}\right]$

۴) $\left(\frac{16a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2\left[\frac{1+e^{-2t/\tau}-2e^{-t/\tau}\cos(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2+\frac{1}{\tau^2}}\right]$

۱۴- سطح مقطع پراکندگی کل کشسان ذره‌ای به جرم m از یک کره نرم با پتانسیل $V(r)=\begin{cases}V_0 & r\le a\\ 0 & r>a\end{cases}$ در تقریب اول بورن به ازای $ka\ll 1$ $(E=\frac{\hbar^2k^2}{2m})$ کدام است؟

۱) $\frac{16\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right)^2a^2$

۲) $\frac{16\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right)a^2$

۳) $\frac{4\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right)a^2$

۴) $\frac{4\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right)^2a^2$

isipaper.org

۱۵- دامنهٔ پراکندگی کشسان پاره موج ℓام یک ذره به جرم m به شکل $f_\ell(k)=\frac{f_\circ k_\circ^2}{k^2-(\ell+1)k_\circ^2}$ است. انرژی‌های مجاز حالات مقید این ذره کدام است؟($k_\circ$ و $f_\circ$ ضرایب ثابتی هستند.)

۱) $\ell\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۲) $\ell^2\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۳) $(\ell+1)\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۴) $\sqrt{\ell+1}\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۱۶- دوقطبی الکتریکی نقطه‌ای با گشتاور دو قطبی $\vec{P}=P\hat{k}$ در مبدأ مختصات قرار دارد. چگالی بار حجمی بیانگر این توزیع بار کدام است؟

۱) $\rho=-P\frac{\partial}{\partial z}\delta(\vec{x})$

۲) $\rho=+P\frac{\partial}{\partial z}\delta(\vec{x})$

۳) $\rho=-P\frac{d}{dz}\delta(z)$

۴) $\rho=+P\frac{d}{dz}\delta(z)$

۱۷- بر روی یک سطح رسانای کروی به شعاع R پتانسیل الکتریکی برابر با $\phi=V_\circ\cos^2\theta$ است که در آن $V_\circ$ ضریبی ثابت و θ زاویهٔ قطبی در دستگاه مختصات کروی است. مبدأ مختصات بر مرکز کره و محور z بر یکی از قطرهای کره منطبق است. درون این سطح باری وجود ندارد. پتانسیل الکتریکی در مرکز کره کدام است؟

۱) صفر

۲) $V_\circ$

۳) $\frac{1}{3}V_\circ$

۴) $\frac{1}{2}V_\circ$

isipaper.org

۱۸- پتانسیل الکتریکی روی سطح یک پوستهٔ کروی رسانا به شعاع R برابر $V(\theta)=V_0\sin^2\frac{\theta}{2}$ است. مبدأ مختصات منطبق بر مرکز پوسته و θ زاویه با محور z است. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای به مختصات کروی (r,θ) در داخل پوسته کدام است؟

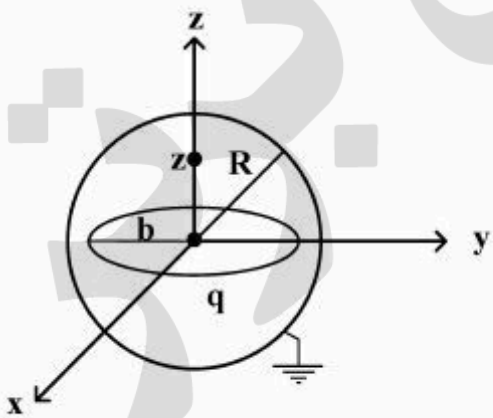
۱) صفر

۲) $\frac{V_0}{2}\frac{r}{R}\cos\theta$

۳) $V_0\sin^2\frac{\theta}{2}$

۴) $\frac{V_0}{2}(1-\frac{r}{R}\cos\theta)$

۱۹- یک پوستهٔ کروی رسانا به شعاع R در پتانسیل صفر نگه داشته شده است. مبدأ مختصات در مرکز کره قرار دارد. مطابق شکل، درون این کره یک حلقهٔ باردار به شعاع b (b < R) و بار q که به صورت یکنواخت بر روی محیط آن توزیع شده است، هم‌مرکز با کره (در صفحهٔ xy) قرار دارد. پتانسیل الکتریکی درون کره در نقطه‌ای روی محور z کدام است؟



۱) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{R}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۲) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{b}{R\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{b}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۳) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{b}{R\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{R}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۴) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{b}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۲۰- یک خط بار نامتناهی با توزیع بار یکنواخت در فضای سه بعدی موازی محور z قرار دارد و در نقطهٔ (ρ',φ') از صفحهٔ x-y عبور می‌کند. تابع گرین معادلهٔ لاپلاس در مختصات استوانه‌ای (ρ,φ,z) کدام است؟

۱) $\frac{1}{\sqrt{\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')}}$

۲) $\frac{1}{4\pi}\ln\left|\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\sin(\varphi-\varphi')\right|$

۳) $\frac{1}{\sqrt{\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\sin(\varphi-\varphi')}}$

۴) $\frac{1}{4\pi}\ln\left|\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')\right|$

isipaper.org

۲۱- یک پوستهٔ استوانه‌ای به شعاع R و طول L با دو قاعده رسانا که در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند درنظر بگیرید. در دستگاه مختصاتی که مبدأ آن واقع بر یک قاعده و محور z آن منطبق بر محور استوانه است، پتانسیل الکتریکی روی سطح جانبی پوسته با $V(\phi,z)$ داده شده است. قاعده دیگر پوسته در $z=L$ واقع است. کدام عبارت ممکن است پتانسیل الکتریکی نقطهٔ دلخواهی داخل پوسته به مختصات استوانه‌ای (ρ,φ,z) را به درستی بیان کند؟ ($I_m(x)$ و $K_m(x)$ توابع بسل اصلاح شده هستند.)

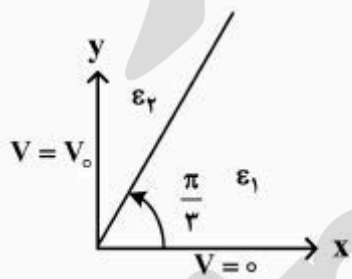
۱) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left(A_{mn}e^{im\varphi}\sin\frac{n\pi z}{L}I_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۲) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left((A_{mn}\sin m\varphi+B_{mn}\cos m\varphi)\sin\frac{n\pi z}{L}K_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۳) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left(A_{mn}e^{im\varphi}\sin\frac{n\pi z}{L}K_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۴) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left((A_{mn}\sin m\varphi+B_{mn}\cos m\varphi)\sin\frac{n\pi z}{L}I_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۲۲- مطابق شکل، در دستگاه مختصات استوانه‌ای، دو نیم‌صفحهٔ رسانای $\varphi=0$ و $\varphi=\frac{\pi}{2}$ به‌ترتیب به پتانسیل‌های الکتریکی صفر و V_0 وصل شده‌اند. ناحیهٔ $0<\varphi\le\frac{\pi}{3}$ با عایقی به‌گذردهی ε_1 و ناحیهٔ $\frac{\pi}{3}\le\varphi<\frac{\pi}{2}$ با عایق دیگری به گذردهی ε_2 پر شده است. پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ دلخواهی مانند φ از ناحیهٔ با گذردهی ε_1 کدام است؟



۱) $$2V_0\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}$$

۲) $$\frac{6V_0}{\pi}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}\varphi$$

۳) $$\frac{6V_0}{\pi}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}\varphi+2V_0\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}$$

۴) $$\frac{6V_0}{\pi}\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}\varphi+2V_0\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}$$

isipaper.org

isipaper.org

۲۳- یک کره فلزی به شعاع a توسط یک پوسته کروی نازک فلزی هم مرکز به شعاع b $(b > a)$ احاطه شده است. فضای میان کره و پوسته با ماده‌ای پر شده است که ضریب رسانندگی الکتریکی آن تابع خطی از میدان الکتریکی است یعنی $\sigma = kE$ که در آن k عددی ثابت است. اگر اختلاف پتانسیل V بین کره و پوسته ایجاد شود، جریان الکتریکی میان کره و پوسته کدام است؟

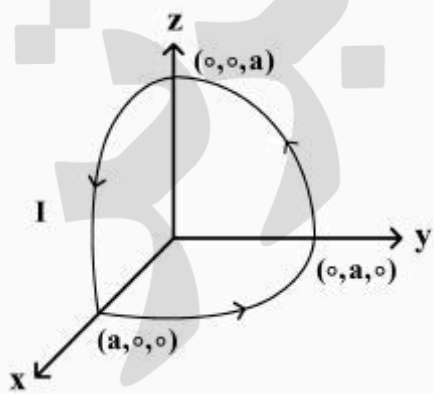
۱) $۴\pi k\left(\frac{V}{\ln(b/a)}\right)^۲$

۲) $۲\pi k\left(\frac{V^۲}{\ln(b/a)}\right)$

۳) $۴\pi kab\left(\frac{V}{b-a}\right)^۲$

۴) $۲\pi ka\frac{V^۲}{(b-a)}$

۲۴- مطابق شکل یک حلقه رسانا از سه قوس ۹۰ درجه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع a و واقع در صفحات xy ، yz و zx تشکیل شده است. از حلقه جریان I عبور می‌کند و در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B_۰\hat{i}$ قرار دارد. گشتاور نیروی وارد بر این حلقه جریان کدام است؟



۱) صفر

۲) $\frac{۱}{۴}B_۰I\pi a^۲(\hat{i}-\hat{j})$

۳) $\frac{۱}{۴}B_۰I\pi a^۲(\hat{i}-\hat{k})$

۴) $\frac{۱}{۴}B_۰I\pi a^۲(\hat{j}-\hat{k})$

۲۵- اگر میدان الکتریکی مستقل از زمان و میدان مغناطیسی در همهٔ زمان‌ها متناهی باشد، کدام رابطه همواره درست است؟

۱) $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = ۰$

۲) $\vec{\nabla}\times\vec{E} = ۰$

۳) $\vec{\nabla}\times\vec{B} = ۰$

۴) $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{۴\pi}{c}\vec{J}$

isipaper.org

۲۶- یک سیم مستقیم نامتناهی در راستای محور z را در نظر بگیرید. در لحظهٔ $t=0$ جریان الکتریکی I در سیم ایجاد می‌شود و برای $t\geq 0$ برقرار می‌ماند. پتانسیل برداری $\vec{A}(\rho,t)$ در نقطه‌ای به فاصلهٔ ρ از سیم در لحظهٔ t بر حسب سرعت نور، c، و سایر کمیت‌های معلوم کدام است؟

۱) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cosh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{z}$ است.

۲) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sinh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{z}$ است.

۳) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cosh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{\rho}$ است.

۴) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sinh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{\rho}$ است.

۲۷- کدام عبارت نادرست است؟

۱) انرژی کل یک میدان الکترومغناطیسی در حجم V از خلاء برابر $\frac{\varepsilon_0}{2}\int_V (E^2+c^2B^2)d^3x$ است.

۲) بردار پوینتینگ یک میدان الکترومغناطیسی در خلاء برابر $\vec{E}\times\vec{B}$ است.

۳) تکانه خطی یک میدان الکترومغناطیسی در حجم V از خلاء برابر $\varepsilon_0\int_V(\vec{E}\times\vec{B})d^3x$ است.

۴) تکانه زاویه‌ای یک میدان الکترومغناطیسی در حجم V از خلاء برابر $\varepsilon_0\int_V \vec{x}\times(\vec{E}\times\vec{B})d^3x$ است.

۲۸- متوسط توان تابشی بر واحد زاویهٔ فضایی بر حسب عناصر تانسور چهارقطبی Q_{ij} یک توزیع بار الکتریکی نوسان کننده با رابطه $\frac{dP}{d\Omega}=\frac{c^2 z_0}{1152\pi^2}k^6\left|\hat{n}\times(\hat{n}\times\vec{Q})\right|^2$ داده می‌شود که $Q_i=\sum_{j=1}^{3}Q_{ij}n_j$ و $\hat{n}=(n_1,n_2,n_3)$ بردار مکان یکهٔ نقطه‌ای از فضا است. اگر $Q_{33}=-2Q_{11}=-2Q_{22}=Q_0$ و $Q_{i\neq j}=0$ باشد، توان تابشی کل در تمام جهت‌ها کدام است؟ (z_0 و k مقادیر ثابتی هستند.)

۱) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{1440\pi}$

۲) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{1152\pi^2}$

۳) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{960\pi}$

۴) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{512\pi^2}$

isipaper.org

۲۹- نیروی وارد بر ذره‌ای به جرم m و بار q در میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ برابر $\vec{F} = q(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{B})$ است. کدام رابطه درست است؟ $\left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)$

۱) $\frac{d}{dt}(mv^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۲) $\frac{d}{dt}(mc^2\gamma + mv^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۳) $\frac{d}{dt}(mc^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۴) $\frac{d}{dt}(mc^2\gamma - mv^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۳۰- دو چارچوب لخت K و K' در نظر بگیرید که K' در جهت $+x$ با سرعت V نسبت به K در حرکت است. داریم $x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$ که Λ در زیر داده شده است. چهاربردار پتانسیل برای بار نقطه‌ای q ساکن در چارچوب K با $A^\mu = (A^0 = \phi = \frac{q}{r}, \vec{A} = 0)$ داده شده است. بردار میدان الکتریکی $\vec{E}$ در چارچوب K' کدام است؟

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

۱) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(\gamma x, y, z)$

۲) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(x, \gamma y, \gamma z)$

۳) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(\gamma x, \gamma\beta y, \gamma\beta z)$

۴) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(\gamma\beta x, \gamma y, \gamma z)$

isipaper.org

isipaper.org

۳۱- تعداد حالت‌های قابل دسترس یک دستگاه ترمودینامیکی بسته شامل N ذره در حجم V به‌صورت $\Omega(U,N,V)=f(U)^{2^{g(N,V)}}$ است که $g(N,V)=\left(\frac{V}{V_0}\right)^N$ و $V>V_0$. اگر دمای وابسته به این دستگاه T باشد معادله حالت دستگاه کدام است؟

۱) $PV=Nk_BT(\ln 2)\left(\frac{V}{V_0}\right)^N$

۲) $PV=2Nk_BT\left(\frac{V}{V_0}\right)$

۳) $PV=Nk_BT(\ln 2)\left(\frac{V}{V_0}\right)$

۴) $PV=2Nk_BT\left(\frac{V}{V_0}\right)^N$

۳۲- آنتروپی یک مول گاز ایده‌آل تک اتمی با جرم مولی M_1 و دمای T_1 با آنتروپی یک مول گاز ایده‌آل تک اتمی با جرم مولی M_2 و دمای T_2 برابر است. اگر حجم دو گاز با هم برابر باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $\frac{M_1}{M_2}=\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$

۲) $\frac{M_1}{M_2}=\frac{T_1}{T_2}$

۳) $\frac{M_1}{M_2}=\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

۴) $\frac{M_1}{M_2}=\frac{T_2}{T_1}$

۳۳- آنتروپی یک دستگاه ترمودینامیکی $S(N,V,U)$ است. کدام رابطه درست است؟

N، V، P، T، U و μ به‌ترتیب تعداد ذرات، حجم، فشار، دما، انرژی داخلی و پتانسیل شیمیایی دستگاه است.

۱) $U+PV-TS+N\mu=0$

۲) $U-PV-TS-N\mu=0$

۳) $U+PV-TS-N\mu=0$

۴) $U+PV+TS-N\mu=0$

isipaper.org

۳۴- انرژی کل یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به جرم m، ضریب سختی k و دامنهٔ A می‌تواند بین E و $E+dE$ تغییر کند. مساحت فضای فاز قابل دسترس این نوسانگر کدام است؟

۱) $۴\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Delta E$

۲) $۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Delta E$

۳) $۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\frac{(\Delta E)^۲}{kA^۲}$

۴) $۴\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\frac{(\Delta E)^۲}{kA^۲}$

۳۵- یک دستگاه ترمودینامیکی شامل N ذره بدون هم‌کنش در مجاورت با چشمه حرارتی به دمای T است. هر ذره می‌تواند در حالت با انرژی E یا حالت با انرژی $E+\Delta E$ باشد. ظرفیت گرمایی در حجم ثابت این دستگاه در حد دماهای بالا $E,\Delta E << k_B T$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}NK_B\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right)$

۲) $\frac{۱}{۴}NK_B\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right)$

۳) $\frac{۱}{۴}NK_B\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right)^۲$

۴) $\frac{۱}{۲}NK_B\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right)^۲$

۳۶- N نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی هر یک به جرم m، بار الکتریکی q و بسامد زاویه‌ای ω درنظر بگیرید. نوسانگرها با هم برهم‌کنش ندارند. اگر $Q_N = \left(\frac{۱}{h}\iint e^{-\beta H(p,x)}\,dpdx\right)^N$ تابع پارش این نوسانگرها در غیاب میدان الکتریکی باشد، تابع پارش آن‌ها در حضور میدان الکتریکی یکنواخت E کدام است؟ (نیروی وارد بر هر نوسانگر در میدان الکتریکی را به‌صورت qE درنظر بگیرید.)

۱) $Q_N\, e^{\frac{+N\beta q^۲E^۲}{۲m\omega^۲}}$

۲) $Q_N\, e^{\frac{+N\beta q^۲E^۲}{m\omega^۲}}$

۳) $Q_N\, e^{\frac{-N\beta q^۲E^۲}{۲m\omega^۲}}$

۴) $Q_N\, e^{\frac{-N\beta q^۲E^۲}{m\omega^۲}}$

isipaper.org

۳۷- تابع پارش یک دستگاه ترمودینامیکی شامل N ذره گاز در دمای T و حجم V که می‌توان آن‌ها را فرانسبیتی در نظر گرفت به‌صورت $Q_N(V,T)=\frac{1}{N!}\left(8\pi V\left(\frac{k_BT}{hc}\right)^3\right)^N$ است. پتانسیل شیمیایی این دستگاه کدام است؟

۱) $\mu=k_BT\ln\left(\frac{N}{8\pi}\left(\frac{hc}{k_BT}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{V^{\frac{1}{2}}}\right)$

۲) $\mu=k_BT\ln\left(\frac{N}{8\pi V}\left(\frac{hc}{k_BT}\right)^3\right)$

۳) $\mu=k_BT\ln\left(\frac{N}{8\pi}\left(\frac{hc}{k_BT}\right)^4\frac{1}{V^{\frac{4}{3}}}\right)$

۴) $\mu=k_BT\ln\left(\frac{N}{8\pi}\left(\frac{hc}{k_BTV}\right)^{\frac{5}{2}}\right)$

۳۸- نسبت تعداد میکروحالت‌های دو ذره تمیزناپذیر فرمیونی به دو ذره تمیز ناپذیر بوزونی در اشغال سه تراز انرژی کدام است؟ (درهر دو حالت ذرات را بدون اسپین فرض کنید.)

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) ۱

۳۹- یک ستاره نوترونی را متشکل از N نوترون بدون برهم‌کنش درنظر بگیرید. اگر T_F دمای فرمی ستاره و U انرژی داخلی ستاره باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $U=\frac{3}{5}Nk_BT_F$

۲) $U=\frac{3}{4}Nk_BT_F$

۳) $U=\frac{5}{3}Nk_BT_F$

۴) $U=\frac{4}{3}Nk_BT_F$

isipaper.org

۴۰- تعداد فوتون‌ها در کاواکی به حجم V و دمای T برابر $N = ۶۰V\left(\frac{k_B T}{hc}\right)^۳$ است که k_B ، c و h به‌ترتیب ثابت بولتزمن، سرعت نور و ثابت پلانک است. دمای متوسط عالم در حال حاضر $۲/۷K$ است. به طور متوسط چند فوتون در هر سانتی متر مکعب عالم وجود دارد؟

۱) ۴×۱۰^{۱۱}

۲) ۴×۱۰^{۸}

۳) ۴×۱۰^{۵}

۴) ۴×۱۰^{۲}

۴۱- هامیلتونی یک ذره آزاد به جرم m در یک بعد $(-\infty < x < +\infty)$ به‌صورت $H = \frac{P_x^۲}{۲m}$ است. حاصل $Tr\left(e^{-\frac{H}{k_B T}}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{L}\sqrt{\frac{mk_B T}{۲\pi\hbar^۲}}$

۲) $\frac{۱}{L}\left(\frac{mk_B T}{۲\pi\hbar^۲}\right)$

۳) $L\sqrt{\frac{mk_B T}{۲\pi\hbar^۲}}$

۴) $L\left(\frac{mk_B T}{۲\pi\hbar^۲}\right)$

۴۲- تابع توزیع احتمالی تندی ماکسولی ذرات در دمای T به‌صورت $P(v) = \left(\frac{m}{۲\pi k_B T}\right)^{\frac{۳}{۲}} e^{\frac{-mv^۲}{۲k_B T}} ۴\pi v^۲$ است. حاصل عبارت $< v >< \frac{۱}{v} >$ کدام است؟

۱) $\frac{۸}{\pi}$

۲) $\frac{۴}{\sqrt{\pi}}$

۳) $\frac{۴}{\pi}$

۴) $\frac{۸}{\sqrt{\pi}}$

isipaper.org

۴۳- انرژی یک گاز فوتونی در کاواکی به حجم V و دمای T برابر $U=\frac{\pi^2}{15}\frac{(k_BT)^4}{(\hbar c)^3}V$ است. S آنتروپی و μ پتانسیل شیمیایی این گاز کدام است؟

۱) $S=\frac{32\pi^5}{45}V\left(\frac{k_BT}{hc}\right)^3 k_B$ و $\mu=\frac{8\pi^5}{45}\frac{(k_BT)^4}{(hc)^3}V$

۲) $S=\frac{4\pi^5}{45}V\left(\frac{k_BT}{hc}\right)^3 k_B$ و $\mu=\frac{\pi^5}{45}\frac{(k_BT)^4}{(hc)^3}V$

۳) $S=\frac{4\pi^5}{45}V\left(\frac{k_BT}{hc}\right)^3 k_B$ و $\mu=0$

۴) $S=\frac{32\pi^5}{45}V\left(\frac{k_BT}{hc}\right)^3 k_B$ و $\mu=0$

۴۴- چگالی حالت‌ها برای ذرات آزاد غیرنسبیتی به جرم m و اسپین $\frac{1}{2}$ محصور در حجم V و با انرژی بین ε و $\varepsilon+d\varepsilon$ برابر با $D(\varepsilon)d\varepsilon=\frac{2V}{(2\pi)^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon$ است. تعداد ذرات در واحد حجم ظرف در دمای T کدام است؟

۱) $\frac{2}{\pi^2}\left(\frac{2mk_BT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \frac{x^2dx}{e^{(x^2-\mu)/k_BT}+1}$

۲) $\frac{2}{\pi^2}\left(\frac{2mk_BT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{k_BT}{\mu}\int_0^\infty \frac{x\,dx}{e^{(x^2-\mu)/k_BT}+1}$

۳) $\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{2mk_BT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{k_BT}{\mu}\int_0^\infty \frac{x\,dx}{e^{(x^2-\mu)/k_BT}+1}$

۴) $\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{2mk_BT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \frac{x^2dx}{e^{(x^2-\mu)/k_BT}+1}$

۴۵- یک دستگاه ترمودینامیکی شامل چهار ذره در دمای T است. این ذرات با هم برهم‌کنش دارند به طوری که انرژی دستگاه یکی از مقادیر $\in=-J(s_1s_2+s_2s_3+s_3s_4)$ به ازای $s_i=-1,+1$ $(i=1,2,3,4)$ است، تابع پارش این دستگاه کدام است؟ $(\beta=\frac{1}{k_BT})$

۱) $2^3(\cosh\beta J)^3$

۲) $2^4(\cosh\beta J)^3$

۳) $2^3(\cosh\beta J)^4$

۴) $2^4(\cosh\beta J)^4$

isipaper.org

پژوهش برتر
isipaper.org

isipaper.org

پژوهش برتر
isipaper.org

isipaper.org

پژوهش برتر
isipaper.org