isipaper.org

319D

319

D

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

صبح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱ از ۲

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل ـ سال ۱۳۹۴

فیزیک
(کد ۲۲۳۸)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (مکانیک کوانتومی پیشرفته ـ الکترودینامیک ـ مکانیک آماری پیشرفته ۱)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه ـ سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

isipaper.org

۱- نمایش عملگر A در پایه متشکل از بردارهای بهنجار و متعامد $|۱\rangle$ و $|۲\rangle$ به شکل $A=\begin{pmatrix} ۱ & -i \\ i & ۲ \end{pmatrix}$ است. نمایش این عملگر در پایه متشکل از بردارهای $|a_۱\rangle=\frac{۱}{\sqrt{۲}}(|۱\rangle+i|۲\rangle)$ و $|a_۲\rangle=\frac{۱}{\sqrt{۲}}(|۱\rangle-|۲\rangle)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}\begin{pmatrix} ۵ & -i \\ i & ۳ \end{pmatrix}$

۲) $\frac{۱}{۲}\begin{pmatrix} -۱ & -i \\ i & ۳ \end{pmatrix}$

۳) $\frac{۱}{۲}\begin{pmatrix} -۱ & ۲-۳i \\ ۲+۳i & ۳ \end{pmatrix}$

۴) $\frac{۱}{۲}\begin{pmatrix} ۵ & ۲+۳i \\ ۲-۳i & ۳ \end{pmatrix}$

۲- ذره‌ای در یک پتانسیل نوسانگر هماهنگ دوبعدی قرار دارد. بردار حالت این ذره به شکل

$$|\psi\rangle=\frac{۱}{\sqrt{۲}}|۱,۲\rangle+\frac{i}{\sqrt{۳}}|۲,۱\rangle+c|۰,۱\rangle$$

است که در آن c ضریبی ثابت و بردار $|n_۱,n_۲\rangle$ ویژه حالت انرژی ذره است. متوسط عملگر تعداد کل حالت‌ها در حالت $|\psi\rangle$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۰}{۳}$

۲) $\frac{۸}{۳}$

۳) ۸

۴) ۱۰

۳- بردارهای حالت غیر متعامد $|\alpha\rangle$ و $|\beta\rangle$ ویژه بردارهای عملگر یکانی U به ترتیب با ویژه مقدارهای α و β هستند. چه رابطه‌ای همواره میان این ویژه مقدارها وجود دارد؟ ستاره نشانگر مزدوج مختلط یک عدد است.

۱) $\alpha\beta^*=۱$

۲) $\alpha\beta=۱$

۳) $\alpha=\beta^*$

۴) $(\alpha\beta)^۲=۱$

isipaper.org

۴- عملگر مشاهده‌پذیر A در یک فضای دوبعدی اثر می‌کند. اگر a_1 و a_2 ویژه مقدارهای این عملگر و P_1 و P_2 به ترتیب احتمال به دست آمدن این ویژه مقدارها در اندازه‌گیری کمیت A باشند، عدم قطعیت در اندازه‌گیری این کمیت $\Delta A = \left(\langle A^2\rangle - \langle A\rangle^2\right)^{1/2}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2a_1a_2P_1P_2}$

۲) $\sqrt{a_1a_2P_1P_2}$

۳) $|a_1 - a_2|\sqrt{P_1P_2}$

۴) $|a_1 - a_2|\sqrt{2P_1P_2}$

۵- مقدار میانگین عملگر $e^{i\lambda(a-a^\dagger)}$ در اولین حالت برانگیخته نوسانگر هماهنگ یک بعدی کدام است؟ a عملگر پایین‌بر و λ ضریب ثابت حقیقی است.

۱) $e^{-\lambda^2}\left(1-\lambda^2\right)$

۲) $e^{-\lambda^2/2}\left(1-\lambda^2\right)$

۳) $e^{\lambda^2}\left(1+\lambda^2\right)$

۴) $e^{\lambda^2/2}\left(1+\lambda^2\right)$

۶- ذره بارداری به جرم m و بار الکتریکی q در میدان مغناطیسی با پتانسیل برداری $\vec{A}(\vec{x},t)$ حرکت می‌کند. اگر x_i مولفه i ام عملگرمکان و p_i مولفه i ام عملگر تکانه خطی کانونیک آن باشد، حاصل جابجاگر $\left[p_j, \frac{dx_k}{dt}\right]$ کدام است؟

۱) $\frac{i\hbar q}{m}\frac{\partial A_k}{\partial x_j}$

۲) $\frac{i\hbar q}{m}\frac{\partial A_j}{\partial x_k}$

۳) $\frac{-i\hbar q}{m}\delta_{jk}$

۴) صفر

isipaper.org

۷- در لحظه $t = ۰$ اندازه‌گیری عملگر S_y روی ذره‌ای با اسپین $\frac{۱}{۲}$ و گشتاور مغناطیسی $\frac{-|e|\hbar}{۲m_e c}$ مقدار $+\frac{\hbar}{۲}$ را به دست می‌دهد. در بازه زمانی $۰ < t \le T$ میدان مغناطیسی وابسته به زمان $\vec{B}(t) = \frac{B_۰}{T} t\,\hat{k}$ بر ذره اثر می‌کند که $B_۰$ ضریبی ثابت است و در بقیه زمان‌ها میدان مغناطیسی صفر است. مقدار متوسط عملگر S_x در لحظه دلخواه $۰ < t < T$ کدام است؟ $\lambda = \frac{|e|B_۰}{۲m_e c T}$

۱) $-\frac{\hbar}{۲}\cos(۲\lambda t)$

۲) $\frac{\hbar}{۲}\cos^۲(\lambda t)$

۳) $-\frac{\hbar}{۲}\sin(\lambda t^۲)$

۴) $\frac{\hbar}{۲}\sin(\lambda t^۲)$

۸- کدام یک از ماتریس‌های چگالی نشان داده شده در زیر معرف یک آنسامبل مخلوط (mixed) است؟

$$\rho_۱ = \frac{۱}{۴}\begin{pmatrix} ۱ & ۳ \\ ۳ & ۳ \end{pmatrix} \quad ، \quad \rho_۲ = \frac{۱}{۳}\begin{pmatrix} ۱ & \sqrt{۲} \\ \sqrt{۲} & ۲ \end{pmatrix} \quad ، \quad \rho_۳ = \frac{۱}{۴}\begin{pmatrix} ۲ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۲ & ۰ \\ ۱ & ۰ & ۰ \end{pmatrix}$$

۱) فقط $\rho_۲$

۲) فقط $\rho_۳$

۳) $\rho_۲$ و $\rho_۳$

۴) $\rho_۱$ و $\rho_۲$

۹- هامیلتونی یک ذره به شکل $H = \omega_۰ J_z$ است که J_z مولفه سوم عملگر تکانه زاویه‌ای کل ذره و $\omega_۰$ ضریب ثابت مثبتی است. متوسط عملگر J_x در زمان دلخواه $t > ۰$ کدام است؟ $\langle J_i \rangle_۰$ متوسط عملگر J_i در لحظه $t = ۰$ است.

۱) $\langle J_y \rangle_۰ \sin\omega_۰ t + \langle J_z \rangle_۰ \cos\omega_۰ t$

۲) $\langle J_x \rangle_۰ \sin\omega_۰ t + \langle J_z \rangle_۰ \cos\omega_۰ t$

۳) $\langle J_x \rangle_۰ \cos\omega_۰ t - \langle J_y \rangle_۰ \sin\omega_۰ t$

۴) $\langle J_y \rangle_۰ \cos\omega_۰ t - \langle J_x \rangle_۰ \sin\omega_۰ t$

isipaper.org

۱۰- ماتریس چگالی یک نوسانگر به شکل $\rho = \frac{۱}{۲}\left(|\beta\rangle\langle\beta| + |-\beta\rangle\langle-\beta|\right)$ است که در آن $|\beta\rangle$ حالتی همدوس $\left(a|\beta\rangle = \beta|\beta\rangle\right)$ و بهنجار است. متوسط عملگر تعداد $N = a^{\dagger}a$ در این حالت کدام است؟

۱) $|\beta|^{۲}$

۲) $e^{-|\beta|^{۲}}$

۳) $|\beta|^{۲} e^{-|\beta|^{۲}}$

۴) $e^{-|\beta|^{۲}} \sum_{n=۰}^{\infty} \frac{|\beta|^{۲n}}{\sqrt{(n)!}}$

۱۱- انرژی پتانسیل پیوندی میان نوکلئون‌ها (دو پروتون و یک نوترون) در هسته اتم هلیوم سه $_{۲}He^{۳}$ به شکل $V(\vec{r}) = V_{۱}(\vec{r}) + \frac{V_{۲}(\vec{r})}{۲\hbar^{۲}}\left(\vec{S}_{۱} + \vec{S}_{۲}\right)\cdot\vec{S}_{۳}$ است که در آن $\vec{S}_i$ بردار عملگر اسپین نوکلئون i ام است و $V_{۱}(\vec{r})$ و $V_{۲}(\vec{r})$ توابعی مثبتند. در زیرفضای اسپین هسته، بیشینه مقدار این انرژی پتانسیل کدام است؟

۱) $V_{۱}(\vec{r}) + \frac{۵}{۸}V_{۲}(\vec{r})$

۲) $V_{۱}(\vec{r}) + \frac{۹}{۸}V_{۲}(\vec{r})$

۳) $V_{۱}(\vec{r}) + \frac{۱}{۲}V_{۲}(\vec{r})$

۴) $V_{۱}(\vec{r}) + \frac{۱}{۴}V_{۲}(\vec{r})$

۱۲- برای سیستمی متشکل از دو ذره اسپین $\frac{۱}{۲}$ ، کدام حالت، ویژه حالتِ عملگر وارونی زمان است؟ حالت‌های $|\pm\rangle_i$ ویژه حالت‌های بهنجار عملگر S_z با ویژه مقدارهای $\pm\hbar/۲$ برای ذره i ام هستند.

۱) $|+\rangle_{۱}|-\rangle_{۲}$

۲) $|+\rangle_{۱}|+\rangle_{۲}$

۳) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}\left(|+\rangle_{۱}|+\rangle_{۲} + ۲|-\rangle_{۱}|-\rangle_{۲}\right)$

۴) $\frac{۱}{\sqrt{۲}}\left(|+\rangle_{۱}|-\rangle_{۲} - |-\rangle_{۱}|+\rangle_{۲}\right)$

isipaper.org

۱۳- سیستمی دو ترازه با دو ویژه حالت انرژی $|۱\rangle$ و $|۲\rangle$ به ترتیب با انرژی‌های $\hbar\omega_۰$ و $\hbar\omega_۰(۱+\beta)$ را در نظر بگیرید. در لحظه $t=۰$ سیستم در حالت خالص $|۱\rangle$ قرار دارد. از لحظه $t=۰$ به بعد تحت انرژی پتانسیل تناوبی $V(t)=\lambda\hbar\omega_۰\left(e^{i\omega_۰t}|۱\rangle\langle۲|+e^{-i\omega_۰t}|۲\rangle\langle۱|\right)$ قرار می‌گیرد که $\omega_۰$ بسامد زاویه‌ای ثابت و λ ضریب ثابت حقیقی است. کوتاهترین زمان که احتمال یافتن سیستم در حالت $|۲\rangle$ بیشینه باشد، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{\omega_۰}\left(۴\lambda^۲+(۱-\beta)^۲\right)^{-۱/۲}$

۲) $\frac{\pi}{\omega_۰}\left(۴\lambda^۲-(۱-\beta)^۲\right)^{-۱/۲}$

۳) $\frac{\pi}{۲\omega_۰}\left(\lambda^۲+(۱-\beta)^۲\right)^{-۱/۲}$

۴) $\frac{\pi}{۲\omega_۰}\left(\lambda^۲-(۱-\beta)^۲\right)^{-۱/۲}$

۱۴- نوسانگر هماهنگ یک بعدی به جرم m و بسامد زاویه‌ای ω در زمان $t=-\infty$ در حالت پایه خود است. اگر در بازه زمانی $-\infty<t<\infty$ ذره تحت تاثیر انرژی پتانسیل اختلالی $V(x,t)=-\alpha x e^{-\gamma^۲t^۲}$ قرار داشته باشد، در تقریب اول اختلال، احتمال گذار به حالت برانگیخته $|n\rangle$ ام نوسانگر با انرژی $E_n=(n+۱/۲)\hbar\omega$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi\alpha^۲n^۲}{۲m\hbar\omega\gamma}e^{-\omega^۲/\gamma^۲}$

۲) $\frac{\pi\alpha^۲n}{m\hbar\omega\gamma}e^{-\omega^۲/۴\gamma^۲}$

۳) $\frac{\pi\alpha^۲}{m\hbar\omega\gamma^۲}e^{-\omega^۲/۲\gamma^۲}\,\delta_{n,۱}$

۴) $\frac{\pi\alpha^۲}{۲m\hbar\omega\gamma^۲}e^{-\omega^۲/۲\gamma^۲}\,\delta_{n,۱}$

isipaper.org

۱۵- سطح مقطع کل پراکندگی ذره‌ای به جرم m و انرژی $E=\frac{\hbar^۲k^۲}{۲m}$ در حد انرژی‌های کم $(ka<<۱)$ از یک کره نرم با پتانسیل $V(r)=\begin{cases}V_۰ & r\le a\\ ۰ & r>a\end{cases}$ در تقریب اول "بورن" کدام است؟

۱) $\frac{۴\pi m^۲V_۰^۲a^۶}{\hbar^۴}$

۲) $\frac{۱۶\pi m^۲V_۰^۲a^۶}{۹\hbar^۴}$

۳) $\frac{۴m^۲V_۰^۲a^۶}{۹\hbar^۴}$

۴) $\frac{m^۲V_۰^۲a^۶}{\hbar^۴}$

۱۶- بار Q به طور یکنواخت روی سطح قرص بسیار نازکی به شعاع R توزیع شده است. چگالی حجمی این توزیع بار در مختصات کروی کدام است؟ مبدا مختصات بر مرکز قرص منطبق و محور z موازی محور تقارن عمود بر قرص است.

۱) $\frac{Q}{۲\pi R^۲}\delta(r-R)\delta(\cos\theta)$

۲) $\frac{Q}{۲\pi R}\delta(r-R)\delta(\cos\theta-۱)$

۳) $\frac{Q}{\pi R^۲}\delta(r-R)\delta(\cos\theta)$

۴) $\frac{Q}{\pi R}\delta(r-R)\delta(\cos\theta)$

isipaper.org

۱۷- پوسته کروی عایقی به شعاع داخلی a، شعاع خارجی $2a$ و ثابت دی الکتریک k در نظر گرفته شود. روی سطح خارجی پوسته، توزیع باری با چگالی سطحی $\sigma_0 \cos\theta$ موجود است. پتانسیل الکتریکی در ناحیه $0 \le r \le a$ کدام است؟ مبدا مختصات بر مرکز کره منطبق است و محور z در امتداد یکی از قطرهای کره، θ زاویه بردار مکان یک نقطه با محور z و σ_0 ضریب ثابتی است.

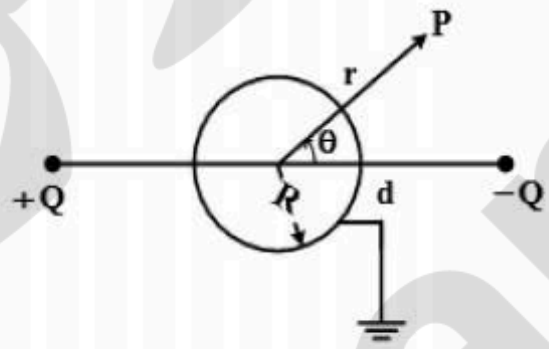
۱) $\frac{\sigma_0 a}{3k\epsilon_0}$

۲) $\frac{\sigma_0}{3k\epsilon_0} r\cos\theta$

۳) $\frac{k\sigma_0}{\epsilon_0}\frac{12}{7k^2+22k+7} r\cos\theta$

۴) $\frac{k\sigma_0}{\epsilon_0}\frac{12}{7k^2+22k+7}\left(r-\frac{a^3}{r^2}\right)\cos\theta$

۱۸- کره رسانایی به شعاع R و متصل به زمین را در نظر بگیرید. دو بار الکتریکی Q و $-Q$ هر یک به فاصله $d > R$ از مرکز کره و در طرفین آن مطابق شکل زیر قرار دارند. خط واصل این دو بار از مرکز کره می‌گذرد. پتانسیل الکتریکی در نقطه P خارج از کره و به فاصله r از مرکز آن کدام است $(r \ll d)$؟



۱) $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d^2 r^2}(R^3 - d^3)\cos\theta$

۲) $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d^2 r^2}(R^3 - r^3)\cos\theta$

۳) $\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 d^2 r^2}(R^3 - r^3)\cos\theta$

۴) $\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 d^2 r^2}(R^3 - d^3)\cos\theta$

isipaper.org

۱۹- میدان الکتریکی یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور دوقطبی $\vec{p}$ در نقطه‌ای در امتداد دوقطبی و به فاصله x از آن در شرایطی که x از ابعاد دوقطبی بسیار بزرگتر است به شکل $\vec{E} = k\frac{۲\vec{p}}{x^۳} + \vec{E}_{next}$ نوشته می‌شود. اولین جمله غیرصفر از توان‌های d در $\vec{E}_{next}$ کدام است؟ (دوقطبی الکتریکی متشکل از دو بار نقطه‌ای غیرهمنام به اندازه q است که به فاصله d از هم قرار دارند.) $k = ۱/۴\pi\varepsilon_۰$

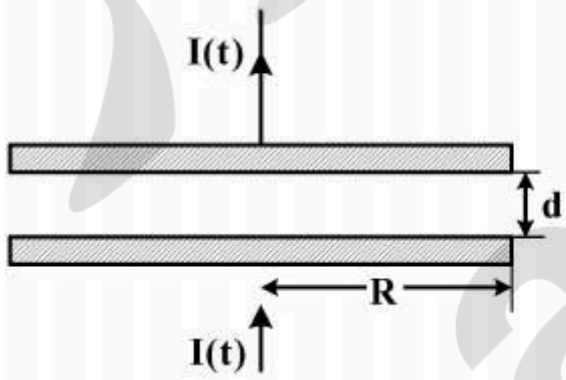
۱) $-k\frac{۳p}{x^۳}\left(\frac{d}{x}\right)$

۲) $k\frac{۳p}{۲x^۳}\left(\frac{d}{x}\right)$

۳) $-k\frac{۲p}{x^۳}\left(\frac{d}{x}\right)^۲$

۴) $k\frac{p}{x^۳}\left(\frac{d}{x}\right)^۲$

۲۰- یک خازن استوانه‌ای ایده‌ال از دو صفحه دایره‌ای به شعاع R که به فاصله d از هم قرار دارند تشکیل شده است. این خازن مطابق شکل زیر با سیم حامل جریانی به صورت $I(t) = I_۰ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ در حال پر شدن است که در آن τ زمان مشخصه خازن است. در لحظه $t = \tau \ln ۲$ انرژی مغناطیسی ذخیره شده در خازن کدام است؟



۱) $\frac{\mu_۰ I_۰^۲ d}{۶۴\pi}$

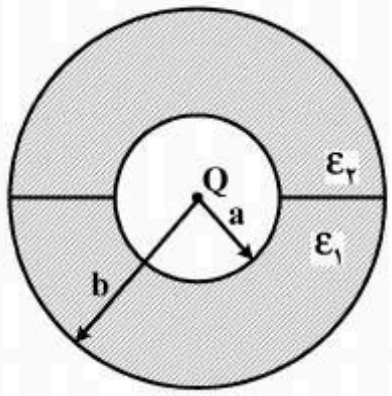
۲) $\frac{\mu_۰ I_۰^۲ d}{۶۴\pi^۲}$

۳) $\frac{\mu_۰ I_۰^۲ d}{۳۲\pi}$

۴) $\frac{\mu_۰ I_۰^۲ d}{۸\pi^۲}$

isipaper.org

۲۱- مطابق شکل زیر نیمی از یک پوسته کروی عایق به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b از دی الکتریکی با ضریب گذردهی ϵ_1 و نیم دیگر آن از دی الکتریکی با ضریب گذردهی ϵ_2 پر شده است. بار نقطه‌ای Q در مرکز پوسته قرار دارد. چگالی بار قطبشی القایی در سطح $r=a$ در نیم‌کره با ضریب گذردهی ϵ_2 کدام است؟



۱) $\frac{Q}{4\pi a^2}\frac{\epsilon_1-\epsilon_0}{\epsilon_2+\epsilon_1}$

۲) $\frac{Q}{2\pi a^2}\frac{\epsilon_2-\epsilon_0}{\epsilon_2+\epsilon_1}$

۳) $\frac{Q}{2\pi a^2}\frac{\epsilon_2-\epsilon_1}{\epsilon_2+\epsilon_1}$

۴) $\frac{Q}{4\pi a^2}\frac{\epsilon_2-\epsilon_1}{\epsilon_2+\epsilon_1}$

۲۲- درون گلوله فلزی بزرگ و توپری به شعاع R و ضریب رسانش الکتریکی σ_0 در لحظه $t=0$ به طور همسانگرد باردار شده است به طوری که چگالی بار به شکل $\rho(r,0)=\frac{\rho_0}{R}r$ است. تابع چگالی بار در لحظه دلخواه $t>0$ کدام است؟

۱) $\rho(\vec{r},t)=\frac{\rho_0}{R}r\cos\left(\frac{\sigma_0}{\epsilon_0}t\right)$

۲) $\rho(\vec{r},t)=\frac{\rho_0}{R}r\left(1-\frac{\epsilon_0}{\sigma_0}t\right)$

۳) $\rho(\vec{r},t)=\frac{\rho_0}{R}re^{-\frac{\epsilon_0}{\sigma_0}t}$

۴) $\rho(\vec{r},t)=\frac{\rho_0}{R}re^{-\frac{\sigma_0}{\epsilon_0}t}$

isipaper.org

۲۳- در سوال ۲۲ چگالی جریان الکتریکی درون گلوله داده شده در لحظه دلخواه $t > 0$ کدام است؟

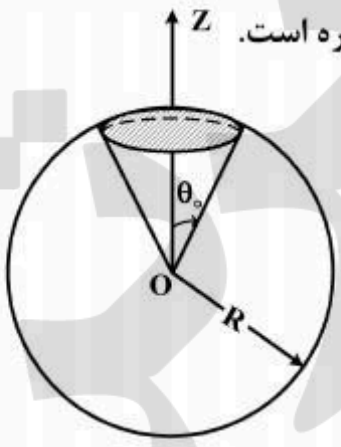
۱) $\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{\rho_0 \sigma_0}{\epsilon_0} \frac{r^2}{4R} \cos\left(\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} t\right) \hat{r}$

۲) $\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{\rho_0 \epsilon_0}{\sigma_0} \frac{r^2}{R} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\sigma_0} t\right) \hat{r}$

۳) $\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{\rho_0 \sigma_0}{\epsilon_0} \frac{r^2}{4R} e^{-\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} t} \hat{r}$

۴) $\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{\rho_0 \epsilon_0}{\sigma_0} \frac{r^2}{R} e^{-\frac{\epsilon_0}{\sigma_0} t} \hat{r}$

۲۴- در ناحیه‌ای از فضا پتانسیل برداری در مختصات کروی به شکل $\vec{A}(r,\theta) = \beta \frac{1-\cos\theta}{r\sin\theta} \hat{\varphi}$ وجود دارد که β ضریب ثابتی است. شار میدان مغناطیسی گذرنده از کلاهکی از سطح کره‌ی به شعاع R مطابق شکل زیر محصور در $0 \le \theta \le \theta_0$ کدام است؟ مبدا مختصات منطبق بر مرکز کره است.



۱) $4\pi\beta\sin^2\theta_0$

۲) $2\pi\beta\cos\theta_0$

۳) $4\pi\beta\sin^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right)$

۴) $2\pi\beta\sin^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right)$

۲۵- کره‌ای با شعاع a و دارای مغناطش دائمی یکنواخت $\vec{M} = M_0 \hat{k}$ درون یک محیط غیر مغناطیسی قرار دارد. پتانسیل برداری $\vec{A}(\vec{r})$ در ناحیه $r > a$ کدام است؟

۱) $\frac{\mu_0 a^3}{2r^3} (\vec{M} \times \vec{r})$

۲) $\frac{\mu_0 a^3}{3r^3} (\vec{M} \times \vec{r})$

۳) $\frac{\mu_0 a^2}{2r^2} (\vec{M} \times \vec{r})$

۴) $\frac{\mu_0 a^2}{3r^2} (\vec{M} \times \vec{r})$

isipaper.org

۲۶- کدام چگالی جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی به صورت $\vec{B}(\vec{r})=\frac{\vec{r}\times\vec{\nabla}f(\vec{r})}{r}$ در فضا ایجاد می کند؟ $f(\vec{r})$ تابعی مستقل از زمان است که در معادله لاپلاس صدق می‌کند.

۱) $\frac{-1}{\mu_\circ}\left[\frac{1}{r}\vec{\nabla}f+\frac{1}{r}\frac{\vec{r}}{r}\left(\frac{\vec{r}}{r}\cdot\vec{\nabla}f\right)+\left(\frac{\vec{r}}{r}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{\nabla}f\right]$

۲) $\frac{-1}{\mu_\circ}\left[\frac{1}{r}\frac{\vec{r}}{r}\left(\frac{\vec{r}}{r}\cdot\vec{\nabla}f\right)+\left(\frac{\vec{r}}{r}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{\nabla}f\right]$

۳) $\frac{-1}{\mu_\circ}\left[\frac{1}{r}\vec{\nabla}f+\frac{1}{r}\frac{\vec{r}}{r}\left(\frac{\vec{r}}{r}\cdot\vec{\nabla}f\right)\right]$

۴) $\frac{-1}{\mu_\circ}\left[\frac{1}{r}\vec{\nabla}f+\left(\frac{\vec{r}}{r}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{\nabla}f\right]$

۲۷- در یک محیط دی‌الکتریک خطی، همگن، همسانگرد و غیر پاشنده در غیاب چشمه بار و جریان الکتریکی موج تخت الکترومغناطیس عرضی با میدان الکتریکی $\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_\circ e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ و میدان مغناطیسی $\vec{H}(\vec{r},t)=\vec{H}_\circ e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ انتشار یافته است. نسبت $\frac{E_\circ}{H_\circ}$ کدام است؟ n ضریب شکست محیط است.

۱) $\frac{1}{n}\sqrt{\mu_\circ/\epsilon_\circ}$

۲) $\frac{1}{n}\sqrt{\mu_\circ/\epsilon_\circ}$

۳) $n\sqrt{\mu_\circ/\epsilon_\circ}$

۴) $n\sqrt{\mu_\circ/\epsilon_\circ}$

۲۸- فرض شود در ناحیه‌ای از فضا یک میدان الکترواستاتیکی و نیز یک میدان مغناطواستاتیکی وجود دارد. اگر $\vec{S}$ بردار پوینتینگ و سطح $S_\circ$ سطح بسته دلخواهی در فضا باشد، کدام عبارت نادرست است؟

۱) در تمام نقاط این ناحیه $\vec{\nabla}\cdot\vec{S}$ صفر است.

۲) همواره انتگرال $\oint_{S_\circ}\vec{S}\cdot\hat{n}\,da$ صفر است.

۳) ممکن است انتگرال $\oint_{S_\circ}\vec{S}\cdot\hat{n}\,da$ غیر صفر باشد.

۴) ممکن است در برخی نقاط این ناحیه مقدار کمیت $\vec{S}\cdot\hat{n}$ غیر صفر باشد.

isipaper.org

۲۹- هر یک از دو صفحه یک خازن تخت، مربعی به ضلع a است و اندازه بار روی صفحات خازن $\pm Q$ است. از دید ناظر لختی که با سرعت ثابت نسبیتی v موازی صفحات خازن حرکت می‌کند، میدان الکتریکی در فضای میان دو صفحه کدام است؟

۱) $\sqrt{۱-(v/c)^۲}\,\dfrac{Q}{\epsilon_\circ a^۲}$

۲) $\dfrac{۱}{\sqrt{۱-(v/c)^۲}}\dfrac{Q}{\epsilon_\circ a^۲}$

۳) $\left(۱-\dfrac{v}{c}\right)\dfrac{Q}{\epsilon_\circ a^۲}$

۴) $\dfrac{Q}{\epsilon_\circ a^۲}$

۳۰- ذره‌ای به جرم m و بار q در میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم نازک مستقیم و بسیار طویل در راستای محور z و حامل جریان ثابت I قرار دارد . هامیلتونی این ذره کدام است؟ $r_\circ$ ثابتی با بعد طول است.

۱) $\dfrac{۱}{۲m}\left(P_x^۲+P_y^۲+\left(P_z+\dfrac{\mu_\circ Iq}{۲\pi}\dfrac{\sqrt{x^۲+y^۲}}{r_\circ}\right)^۲\right)$

۲) $\dfrac{۱}{۲m}\left(P_x^۲+P_y^۲+\left(P_z+\dfrac{\mu_\circ Iq}{۴\pi}\ln\dfrac{x^۲+y^۲}{r_\circ^۲}\right)^۲\right)$

۳) $\dfrac{۱}{۲m}\left(\left(P_x+\dfrac{\mu_\circ Iq}{۲\pi}\dfrac{y}{r_\circ}\right)^۲+\left(P_y+\dfrac{\mu_\circ Iq}{۲\pi}\dfrac{x}{r_\circ}\right)^۲+P_z^۲\right)$

۴) $\dfrac{۱}{۲m}\left(\left(P_x-\dfrac{\mu_\circ Iq}{۴\pi}\ln\dfrac{y}{r_\circ}\right)^۲+\left(P_y+\dfrac{\mu_\circ Iq}{۴\pi}\ln\dfrac{x}{r_\circ}\right)^۲+P_z^۲\right)$

isipaper.org

۳۱- انرژی یک سیستم کلاسیک یک بعدی به جرم m به شکل $E = \frac{p^۲}{۲m} + b x^۴$ است، که b ضریب ثابت مثبتی است. سیستم در دمای تعادلی T قرار دارد. میانگین انرژی سیستم کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۵} k_B T$

۲) $\frac{۴}{۳} k_B T$

۳) $\frac{۳}{۲} k_B T$

۴) $\frac{۳}{۴} k_B T$

۳۲- در یک گاز ایده‌ال کلاسیک سه بعدی در دمای T اگر $\bar{v}$ میانگین تندی هر ذره، $\overline{v^۲}$ میانگین مربع سرعت هر ذره و $\overline{\left(\frac{۱}{v}\right)}$ میانگین وارون تندی هر ذره باشد، در رابطه $\bar{v} = \alpha \overline{v^۲} \overline{\left(\frac{۱}{v}\right)}$ مقدار ضریب ثابت α کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) ۱

۳۳- N رویداد از لحاظ آماری از یکدیگر مستقلند. اگر احتمال رخ دادن هر یک از آن‌ها p و احتمال عدم رخ دادن آن‌ها $q = ۱ - p$ باشد، انحراف معیار مربوط به رخ دادن، از میان این N رویداد کدام است؟

۱) $\sqrt{Npq}$

۲) $۲\sqrt{Npq}$

۳) $\sqrt{N}\, pq$

۴) $N\sqrt{pq}$

isipaper.org

۳۴- انرژی پتانسیل یک مولکول دو اتمی به شکل $U(r)=U_{\circ}\left[۴\left(\frac{a}{r}\right)^{۶}-\left(\frac{a}{r}\right)^{۳}\right]$ است که در آن r فاصله میانگین دو اتم و $U_{\circ}$ و a مقدار ثابتی هستند. حداقل دمایی که موجب ناپایداری مولکول و شکسته شدن پیوند دو اتم می شود، کدام است؟ k_B ثابت بولتزمن است.

۱) $\frac{U_{\circ}}{۸k_B}$

۲) $\frac{U_{\circ}}{۲۴k_B}$

۳) $\frac{۲U_{\circ}}{k_B}$

۴) $\frac{U_{\circ}}{۶k_B}$

۳۵- درون یک استوانه توخالی با مساحت قاعده A و ارتفاع L یک گاز کلاسیکی وجود دارد. جرم هر یک از ذرات گاز m و تحت تاثیر گرانش با شتاب جاذبه g قرار دارند. در دمای تعادل T انرژی داخلی به ازای هر ذره این گاز کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}k_BT-\frac{k_BT}{e^{mgL/k_BT}+۱}$

۲) $\frac{۳}{۲}k_BT-\frac{k_BT}{e^{mgL/k_BT}-۱}$

۳) $\frac{۵}{۲}k_BT-\frac{k_BT}{e^{mgL/k_BT}+۱}$

۴) $\frac{۵}{۲}k_BT-\frac{k_BT}{e^{mgL/k_BT}-۱}$

۳۶- یک ستاره نوترونی از ذرات نوترون آزاد با تندی‌های فوق نسبیتی تشکیل یافته است؟ از برهم‌کنش میان نوترون‌ها چشم پوشی شود. اگر N تعداد کل و n چگالی تعداد نوترون‌ها، P فشار گاز نوترونی، U انرژی داخلی سیستم، V حجم ستاره، k_F عدد موجی فرمی و ε_F انرژی سطح فرمی باشند، کدام رابطه نادرست است؟

۱) $U=\frac{۳}{۴}N\varepsilon_F$

۲) $PV=\frac{U}{۳}$

۳) $PV=\frac{۱}{۳}N\varepsilon_F$

۴) $k_F=\sqrt[۳]{۳\pi^{۲}n}$

isipaper.org

۳۷- سیستمی از N_0 مولکول در دمای T تشکیل شده است. هر مولکول فقط می‌تواند یکی از دو مقدار انرژی $-\varepsilon_0$ و ε_0 را اختیار کند. ظرفیت گرمایی این سیستم کدام است؟

۱) $N_0 k_B \left(\frac{\varepsilon_0}{k_B T}\right)^2 \left[\frac{e^{-\varepsilon_0/k_B T}}{1+e^{-2\varepsilon_0/k_B T}}\right]^2$

۲) $N_0 k_B \left(\frac{2\varepsilon_0}{k_B T}\right)^2 \left[\frac{e^{-\varepsilon_0/k_B T}}{1+e^{-2\varepsilon_0/k_B T}}\right]^2$

۳) $N_0 k_B \left(\frac{2\varepsilon_0}{k_B T}\right) \left[\frac{e^{-\varepsilon_0/k_B T}}{1+e^{-2\varepsilon_0/k_B T}}\right]^2$

۴) $N_0 k_B \left(\frac{\varepsilon_0}{k_B T}\right) \left[\frac{e^{-\varepsilon_0/k_B T}}{1+e^{-2\varepsilon_0/k_B T}}\right]^2$

۳۸- گاز ایده‌الی متشکل از N فرمیون هر یک به جرم m و اسپین $\frac{1}{2}$ روی سطحی دو بعدی به مساحت A در نظر گرفته شود. پتانسیل شیمیایی این سیستم کدام است؟ $\alpha = \pi\hbar^2/(mA)$

۱) $\mu = k_B T \ln\left(e^{\alpha N/(2k_B T)} + 1\right)$

۲) $\mu = k_B T \ln\left(e^{\alpha N/(2k_B T)} - 1\right)$

۳) $\mu = k_B T \ln\left(e^{\alpha N/(k_B T)} - 1\right)$

۴) $\mu = k_B T \ln\left(e^{\alpha N/(k_B T)} + 1\right)$

۳۹- گاز الکترونی ایده‌ال با تعداد کل ذرات N و ضریب قطبش $x = \frac{N_\uparrow - N_\downarrow}{N}$ در دمای T در نظر گرفته شود. انرژی داخلی این گاز کدام است؟ $N_\uparrow$ تعداد الکترون ها بااسپین بالا و $N_\downarrow$ تعداد الکترون‌ها با اسپین پایین و ε_F انرژی فرمی سیستم است.

۱) $\frac{3}{4} N \varepsilon_F \left((1+x)^{4/3} + (1-x)^{4/3}\right)$

۲) $\frac{3}{5} N \varepsilon_F \left((1+x)^{5/3} + (1-x)^{5/3}\right)$

۳) $\frac{3}{10} N \varepsilon_F \left((1+x)^{4/3} + (1-x)^{4/3}\right)$

۴) $\frac{3}{10} N \varepsilon_F \left((1+x)^{5/3} + (1-x)^{5/3}\right)$

isipaper.org

۴۰- سیستمی متشکل از N نوسانگر هماهنگ یک بعدی کوانتومی با بسامد زاویه‌ای ω_0 را در دمای تعادلی T در نظر بگیرید. اگر $k_B T >> \hbar\omega_0$ و ذرات با یکدیگر برهمکنشی نداشته باشند، ظرفیت گرمایی در حجم ثابت این مجموعه کدام است؟

۱) $Nk_B\left(1-\frac{\hbar^2\omega_0^2}{12k_B^2T^2}\right)$

۲) $Nk_B\left(1+\frac{\hbar^2\omega_0^2}{12k_B^2T^2}\right)$

۳) $Nk_B\left(1-\frac{\hbar^2\omega_0^2}{3k_B^2T^2}\right)$

۴) $Nk_B\left(1+\frac{\hbar^2\omega_0^2}{3k_B^2T^2}\right)$

۴۱- یک نمک پارامغناطیس متشکل از n یون مغناطیسی در واحد حجم در دمای تعادلی T در معرض یک میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت $\vec{B} = B_0\hat{k}$ قرار دارد. گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر یون $\vec{\mu} = -\mu_B g_j \vec{j}$ است که $\vec{j}$ بردار تکانه زاویه‌ای کل هر یون است. اندازه بردار مغناطش این نمک کدام است؟ $(x = \mu_B g_j B_0 / k_B T)$

۱) $n\mu_B g_j[j\coth(jx) - 1/2\coth(x/2)]$

۲) $n\mu_B g_j[j\tanh(jx) - 1/2\tanh(x/2)]$

۳) $n\mu_B g_j[(j+1/2)\coth((j+1/2)x) - 1/2\coth(x/2)]$

۴) $n\mu_B g_j[(j+1/2)\tanh((j+1/2)x) - 1/2\tanh(x/2)]$

۴۲- در سوال ۴۱ در حد $k_B T >> \mu_B B_0$ پذیرفتاری پارامغناطیسی این نمک کدام است؟

۱) $n\frac{j(j+1)\mu_0}{3k_B T}(\mu_B g_j)^2$

۲) $n\frac{j(j+1)\mu_0}{2k_B T}(\mu_B g_j)^2$

۳) $n\frac{(4j^2+1)\mu_0}{4k_B T}(\mu_B g_j)^2$

۴) $n\frac{(4j^2-1)\mu_0}{8k_B T}(\mu_B g_j)^2$

isipaper.org

۴۳- هامیلتونی سیستمی متشکل از N ذره بدون برهمکنشی در دمای مطلق T به شکل $H=-\varepsilon_{\circ}\sum_{i=1}^{N}S_i$ است که در آن $\varepsilon_{\circ}$ مقدار ثابت مثبتی است و برای هر ذره $S_i=-1,\circ,1$ می‌تواند اختیار شود. انرژی آزاد هلمهولتز این سیستم کدام است؟

۱) $-Nk_BT\ln\left(1+\cosh(2\varepsilon_{\circ}/k_BT)\right)$

۲) $-Nk_BT\ln\left(1+2\cosh(\varepsilon_{\circ}/k_BT)\right)$

۳) $-Nk_BT\sinh(\varepsilon_{\circ}/k_BT)$

۴) $-Nk_BT\sinh(\varepsilon_{\circ}/k_BT)$

۴۴- انرژی کل گاز فوتونی درون یک کاواک به حجم V و دمای T برابر $\sigma_{\circ}T^4V$ است که $\sigma_{\circ}$ ثابت استفان-بولتزمن است. آنتروپی این گاز فوتونی کدام است؟

۱) $\frac{5}{3}\sigma_{\circ}T^3V$

۲) $\frac{1}{3}\sigma_{\circ}T^3V$

۳) $\frac{3}{4}\sigma_{\circ}T^3V$

۴) $\frac{4}{3}\sigma_{\circ}T^3V$

۴۵- چگالی تعداد نوترون‌ها در یک ستاره نوترونی $4\times10^{44}\ m^{-3}$ است. دمای فرمی این ستاره تقریبا چند کلوین است؟ جرم نوترون $1/7\times10^{-27}\ kg$ است.

۱) 10^{27}

۲) 10^{18}

۳) 10^{12}

۴) 10^{9}

isipaper.org

isipaper.org