isipaper.org

کد کنترل

270

E

270E

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

صبح جمعه
۱۳۹۶/۱۲/۴
دفترچهٔ شماره (۱)

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۳۹۷

رشتهٔ آمار (کد ۲۲۳۲)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: مبانی آنالیز ریاضی ـ ریاضی عمومی ۱و۲ ـ مبانی احتمال ـ احتمال ۱و۲ ـ استنباط آماری ۱	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

isipaper.org

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- فرض کنید $\Psi(x)=\frac{d}{dx}\ln(\Gamma(x)), x>0$، که در آن Γ تابع گاما می‌باشد. تابع $\Psi(x+1)-\Psi(x)$ کدام است؟

۱) e^x

۲) $\ln x$

۳) $\frac{1}{x}$

۴) $\frac{1}{x^2}$

۲- مقدار $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\tan x}$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) $+\infty$

۴) موجود نیست.

۳- مقدار $\lim_{n\to\infty}\tan\frac{1}{n}.\ln\left(\frac{1}{1+\frac{2}{n}}\times\cdots\times\frac{1}{1+\frac{2(n-1)}{n}}\right)$ کدام است؟

۱) $3\ln 3+1$

۲) $3\ln 3-1$

۳) $1+\frac{3}{2}\ln 3$

۴) $1-\frac{3}{2}\ln 3$

۴- اگر $y=x^y$، مقدار $\frac{dy}{dx}$ در نقطه $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$ کدام است؟

۱) -1

۲) ۰

۳) ۱

۴) e

isipaper.org

۵- مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{2n}{2n+1}(\frac{1}{3})^n$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$

۲) $\frac{3\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{2}$

۳) $\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{2}$

۴) $\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$

۶- مقدار $\int_0^1 \log(1-x)\,dx$ کدام است؟

۱) $-\infty$

۲) -1

۳) 0

۴) 1

۷- معادله $e^x = 1+\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^6}{6!}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱) 0

۲) 1

۳) 2

۴) 3

۸- توابع $f(x)=\sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m$ و $g(x)=\frac{f(x)}{1-x}$ را برای $|x|<1$ درنظر بگیرید، تابع $g(x)$ کدام است؟

۱) $\sum_{i=0}^{\infty}(\sum_{k=0}^{i} a_k)x^i$

۲) $\sum_{i=0}^{\infty}(\sum_{k=0}^{i+1} a_k)x^i$

۳) $\sum_{i=0}^{\infty}(\sum_{k=0}^{i}(k+1)a_k)x^i$

۴) $\sum_{i=0}^{\infty}(\sum_{k=0}^{i+1}(k+1)a_k)x^i$

isipaper.org

۹- حجم جسم دوار حاصل از دوران ناحیه بین دو منحنی $y = x^3$ و $y = x^2$ حول محور yها کدام است؟

۱) π

۲) $\frac{3\pi}{5}$

۳) $\frac{\pi}{2}$

۴) $\frac{\pi}{10}$

۱۰- مقدار $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{5x}{1+y^5} dy\, dx$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}\ln 2$

۲) $\frac{1}{3}\ln 2$

۳) $2\ln 2$

۴) $3\ln 2$

۱۱- به چند طریق می‌توان ۱۳ مهره یکسان را بین ۸ نفر تقسیم کرد به‌طوری که به هر نفر حداکثر ۲ مهره برسد؟

۱) ۱۱۲

۲) ۱۲۱

۳) ۱۲۰

۴) ۱۰۲

۱۲- اگر در یافته‌های مرتب شدهٔ $x_{(11)}, x_{(10)}, x_{(9)}, 13, 13, 12, 11, 7, 6, 4, 3, 1$ مقدار برد میان چارکی (IQR) برابر ۱۰ باشد، در این‌صورت مقدار $x_{(9)}$ کدام است؟

۱) ۱۴

۲) ۱۵

۳) ۱۶

۴) ۱۷

۱۳- در شهری تعداد افراد دارای گروه خونی O و گروه خونی A تقریباً با هم برابرند. تعداد افراد گروه خونی B، $\frac{1}{10}$ برابر تعداد افراد گروه خونی A و دو برابر تعداد افراد گروه خونی AB هستند. احتمال اینکه نوزادی که قرار است در این شهر تازه به دنیا آید دارای گروه خونی AB باشد، کدام است؟

۱) $\frac{1}{43}$

۲) $\frac{2}{43}$

۳) $\frac{3}{43}$

۴) $\frac{4}{43}$

isipaper.org

۱۴- در یک مسابقه پینت‌بال، کیوان و کامران یکی پس از دیگری به سمت یکدیگر تیرهای رنگی پرتاب می‌کنند، هر کدام که زودتر بتواند تیررنگی را به دیگری بزند، برنده اعلام می‌شود. با فرض اینکه اصابت تیر به هر یک دارای احتمال مساوی p باشد و کیوان تیر اول را پرتاب کند، احتمال برنده شدن کامران کدام است؟

۱) $\frac{p}{1-(1-p)^2}$

۲) $\frac{p^2}{1-(1-p)^2}$

۳) $\frac{1-p}{1-(1-p)^2}$

۴) $\frac{(1-p)p}{1-(1-p)^2}$

۱۵- دو جعبه در اختیار داریم، در جعبه اول ۴ فیوز سالم و ۶ فیوز خراب و در جعبه دوم ۱۶ فیوز سالم و a فیوز خراب وجود دارد. یک فیوز از هر جعبه به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه هر دو سالم یا هر دو خراب باشند، $\frac{1}{2}$ است. مقدار a کدام است؟

۱) ۱۰

۲) ۱۲

۳) ۱۴

۴) ۱۶

۱۶- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با توزیع پواسون و با واریانس یک باشد، مقدار متوسط فاصله X از میانگین آن کدام است؟

۱) $\frac{1}{e}$

۲) $\frac{2}{e}$

۳) ۱

۴) $2e$

۱۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت بر بازهٔ $[-1,1]$ باشد. کدام‌یک از دو متغیر تصادفی زیر ناهمبسته هستند؟

۱) X و $-X$

۲) X و X^2

۳) X و X^3

۴) X و $\sin(X)$

isipaper.org

۱۸- در دسته کلید شخصی n کلید وجود دارد که فقط یکی از آن‌ها درب اتاق کارش را باز می‌کند. هر بار این شخص به تصادف و یک به یک هر یک از کلیدها را مستقل از یکدیگر امتحان می‌کند. واریانس تعداد دفعاتی که لازم است تا درب باز شود در صورتی‌که کلیدهای اشتباهی کنار گذاشته شوند، کدام است؟

۱) $\frac{n(n-1)}{12}$

۲) $\frac{n(n+1)}{12}$

۳) $\frac{n^2-1}{12}$

۴) $\frac{n^2+1}{12}$

۱۹- تعداد ۱۶ عدد به تصادف و با جایگذاری از مجموعه $\{1,2,...,10\}$ انتخاب می‌شود. فرض کنید X تعدادی از این اعداد که کمتر یا مساوی پنج هستند و Y تعدادی که بیش از پنج هستند، باشند، کواریانس X و Y کدام است؟

۱) ۲

۲) ۲-

۳) ۴

۴) ۴-

۲۰- نقطه‌ای به تصادف در بازه $[0,1]$ انتخاب می‌کنیم و آن‌را t می‌نامیم. متغیر تصادفی S را سطح محصور بین منحنی $y=x^3$ و محور xها از نقطه صفر تا نقطه انتخاب شده t درنظر می‌گیریم، دراین صورت تابع چگالی احتمال S کدام است؟

۱) $(4s)^{\frac{-3}{4}}$; $0 \le s \le 1$

۲) $(4s)^{\frac{-3}{4}}$; $0 \le s \le \frac{3}{4}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}s^{\frac{-3}{4}}$; $0 \le s \le \frac{1}{4}$

۴) $\left(\frac{1}{4s}\right)^{\frac{-3}{4}}$; $0 \le s \le 1$

isipaper.org

۲۱- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ متغیرهای تصادفی نمایی مستقل با $E(X_i)=\frac{1}{\lambda_i}$ ، $i=1,2,\dots,n$ باشند. مقدار $P(X_{(1)}=X_1)$ کدام است؟ ($X_{(1)}$ آماره ترتیبی اول است)

۱) $\frac{\lambda_1}{\lambda_2+\dots+\lambda_n}$

۲) $\frac{\lambda_1}{\lambda_2+\dots+\lambda_{n-1}}$

۳) $\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\dots+\lambda_n}$

۴) $\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\dots+\lambda_{n-1}}$

۲۲- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی با تابع احتمال توأم زیر باشند. مقدار $E[\mathrm{cov}(Y,Y\mid X)]$ کدام است؟

$$f(x,y)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^y}{(y+1)!}\ ,\ x=0,1,\dots,y\ \ ,\ \ y=0,1,2,\dots\ ,\ \ \lambda>0$$

۱) λ

۲) λ^2

۳) $\frac{\lambda}{2}$

۴) $\frac{\lambda^2}{2}$

۲۳- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل از توزیع برنولی با پارامتر p باشند. مقدار $E(XY\mid X+Y)$ کدام است؟

۱) $\begin{cases}0 & x+y=2\\ 1 & x+y=0,1\end{cases}$

۲) $\begin{cases}0 & x+y=0,1\\ 1 & x+y=2\end{cases}$

۳) $\begin{cases}0 & x+y=2\\ \frac{1}{2} & x+y=0,1\end{cases}$

۴) $\begin{cases}0 & x+y=0,1\\ \frac{1}{2} & x+y=2\end{cases}$

isipaper.org

۲۴- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی با تابع احتمال توأم زیر باشند، مقدار $\lim_{n\to\infty} E\left\{\frac{n(n+1)}{X(1+X)}Ye^{-X}\right\}$ کدام است؟

$$P(X=i, Y=j)=\frac{2}{n(n+1)},\ j=1,2,\ldots,i,\ i=1,2,\ldots,n$$

۱) $\frac{e}{e-1}$

۲) $\frac{1}{e-1}$

۳) $\frac{2}{e-1}$

۴) $\frac{1}{2(e-1)}$

۲۵- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با میانگین θ باشد، همچنین فرض کنید $\bar{X}_n$ میانگین نمونه است. توزیع مجانبی $\sqrt{n}(\frac{1}{\bar{X}_n}-\frac{1}{\theta})$ کدام است؟

۱) $N(0,1)$

۲) $N(0,\frac{1}{\theta^2})$

۳) $N(0,\frac{1}{\theta^3})$

۴) $N(0,\frac{1}{\theta^4})$

۲۶- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین μ باشد. اگر $\bar{X}$ میانگین نمونه باشد، کدام‌یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

۱) $\bar{X}$ برای μ^2 بسنده است.

۲) $\bar{X}$ برای μ^2 بسنده نیست.

۳) $\bar{X}^2$ برای μ بسنده است.

۴) $\bar{X}$ برای μ^3 بسنده نیست.

۲۷- فرض کنید $X_j \sim P(\lambda\mu^{j-1})$ ، $j=1,\ldots,n$ ، متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند که در آن λ و μ نامعلوم می‌باشند. آماره بسنده برای μ و λ کدام است ؟

۱) $(\Sigma X_j\ ,\ \Sigma j^2X_j)$

۲) $(\Sigma(X_j-1)\ ,\ \Sigma jX^2_j)$

۳) $(\Sigma jX_j\ ,\ \Sigma j^2X_j)$

۴) $(\Sigma X_j\ ,\ \Sigma(j-1)X_j)$

isipaper.org

۲۸- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0,\theta)$ باشد. اگر $X_{(n)}$ بزرگ‌ترین آماره ترتیبی و M میانهٔ نمونه باشد (n عددی فرد است)، مقدار $E(\frac{M}{X_{(n)}})$ کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{1}{n}$

۳) $\frac{n+1}{2n}$

۴) $\frac{n+1}{n}\theta$

۲۹- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآورد گشتاوری θ کدام است؟

$$f_\theta(x)=\frac{1}{Beta(3,3)}(x-\theta)^2(1-x+\theta)^2,\ \theta<x<\theta+1,\ \theta\in\mathbb{R},\ Beta(\alpha,\beta)=\int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}dx$$

۱) $\bar{X}$

۲) $\bar{X}-\frac{1}{2}$

۳) $2\bar{X}-1$

۴) $\bar{X}+\frac{1}{2}$

۳۰- اگر X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد، تمام برآوردهای ماکسیمم درستنمایی (MLES) پارامتر θ براساس تک مشاهده $X=x$ کدام است؟ $(\alpha\in[0,1])$

$$f_\theta(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}e^{x-\theta} & x<\theta\\ \frac{1}{3} & \theta\le x<\theta+1\\ \frac{1}{3}e^{-(x-\theta-1)} & x\ge\theta+1\end{cases}$$

۱) $\alpha x+1$

۲) $\alpha x-1$

۳) $x+\alpha$

۴) $x-\alpha$

isipaper.org

۳۱- فرض کنید X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد، اگر $x = ۷$ مشاهده شود برآورد ماکسیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

$$f_\theta(x) = \frac{(x-\theta)^۲}{۳} \quad , \quad \theta - ۱ \le x \le \theta + ۲$$

۱) ۸
۲) ۲
۳) ۵
۴) ۷

۳۲- فرض کنید $X_۱,...,X_n$ و $Y_۱,...,Y_n$ دو نمونهٔ تصادفی مستقل از توزیع‌های نمایی به‌ترتیب با میانگین‌های θ و $\frac{۱}{\theta}$ باشند. به ازای چه مقدار از C آمارهٔ $T = C\frac{\overline{X}}{\overline{Y}}$ یک برآوردگر نااریب $\theta^۲$ است؟ $(n > ۲)$

۱) $\frac{n-۲}{n}$
۲) $\frac{n-۱}{n}$
۳) $\frac{n}{n-۲}$
۴) $\frac{n}{n-۱}$

۳۳- فرض کنید $X_۱,...,X_n$ یک نمونهٔ تصادفی از توزیع $N(\theta\ ,\ ۱)$ باشد. UMVUE پارامتر $\gamma(\theta) = P_\theta(X_۱ > ۲\theta)$ کدام است؟ (Φ نمایانگر تابع توزیع نرمال استاندارد است)

۱) $\Phi(\sqrt{\frac{n}{n-۱}}\overline{X})$
۲) $۱ - \Phi(\sqrt{\frac{n-۱}{n}}\overline{X})$
۳) $\Phi(\sqrt{\frac{n-۱}{n}}\overline{X})$
۴) $۱ - \Phi(\sqrt{\frac{n}{n-۱}}\overline{X})$

۳۴- اگر $X_۱,...,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد، برآورد UMVU صدک p ام توزیع کدام است؟ ($x_{۱:n}$ و $\overline{x}$ به‌ترتیب آمارهٔ ترتیبی اول و میانگین نمونه‌اند.)

$$f(x) = e^{-(x-\theta)} \quad , \quad x > \theta$$

۱) $\overline{x} - \frac{۱}{n}$
۲) $x_{۱:n} - \frac{۱}{n} - Ln(۱-p)$
۳) $x_{۱:n} - \frac{۱}{n}$
۴) $\overline{x} - \frac{۱}{n} - Ln(۱-p)$

isipaper.org

۳۵- فرض کنید $X \sim N(\theta , ۱)$ و $h(\theta) = \theta^۲$ باشد. مقدار تابع اطلاع فیشر $h(\theta)$ کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{۱}{\theta^۲}$

۳) $۴\theta^۲$

۴) $\frac{۱}{۴\theta^۲}$

۳۶- فرض کنید $\mathbb{A} = \{a_۱ , a_۲ , a_۳\}$ ، $\Theta = \{\theta_۱ , \theta_۲\}$ ، جدول زیان و تابع احتمال به‌صورت زیر باشند. با در نظر گرفتن پیشین یکنواخت تصمیم بیز کدام است؟

Θ \ A	$a_۱$	$a_۲$	$a_۳$
$\theta_۱$	۰	۱	۲
$\theta_۲$	۲	۰	۱

θ \ x	$x_۱$	$x_۲$
$\theta_۱$	۰/۱	۰/۹
$\theta_۲$	۰/۹	۰/۱

۱) $d_\pi(x) = \begin{cases} a_۲ & x = x_۱ \\ a_۱ & x = x_۲ \end{cases}$

۲) $d_\pi(x) = \begin{cases} a_۱ & x = x_۱ \\ a_۲ & x = x_۲ \end{cases}$

۳) $d_\pi(x) = \begin{cases} a_۲ & x = x_۱ \\ a_۳ & x = x_۲ \end{cases}$

۴) $d_\pi(x) = \begin{cases} a_۱ & x = x_۱ \\ a_۳ & x = x_۲ \end{cases}$

isipaper.org

۳۷- فرض کنید $\mathbb{A}=\{a_1, a_2\}$ ، $\Theta=\{\theta_1, \theta_2\}$ ، جدول زیان و تابع احتمال به‌صورت زیر باشند. تصمیم مینیماکس (غیرتصادفی) کدام است؟

Θ \ A	a_1	a_2
θ_1	۱	۰
θ_2	۲	۳

θ \ x	۰	۱
θ_1	۰/۲	۰/۸
θ_2	۰/۹	۰/۱

۱) $\delta_M(x)\equiv a_1$

۲) $\delta_M(x)=\begin{cases}a_1 & x=0\\ a_2 & x=1\end{cases}$

۳) $\delta_M(x)\equiv a_2$

۴) $\delta_M(x)=\begin{cases}a_2 & x=0\\ a_1 & x=1\end{cases}$

۳۸- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. اگر توزیع نمایی با پارامتر ۱ به‌عنوان توزیع پیشین برای λ در نظر گرفته شود، برآورد بیز برای $\psi(\lambda)=e^{-\lambda}$ تحت تابع زیان مربع خطا کدام است؟

۱) $(\frac{1}{n+1})^{\bar{x}}$

۲) $e^{\frac{\sum x_i+1}{n+1}}$

۳) $(\frac{n+1}{n+2})^{\sum x_i+1}$

۴) $e^{-\bar{x}}$

isipaper.org

۳۹- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازهٔ $(\circ\ ,\ \theta)$ باشد و θ خود دارای توزیع پیشین یکنواخت روی بازهٔ $(\circ,c)$ است. تابع زیان را به‌صورت $L(\theta,\delta)=(\frac{\delta-\theta}{\theta})^2$ در نظر بگیرید. برآورد بیز پارامتر θ کدام است؟ ($X_{(n)}$ آماره ترتیبی n ام است)

۱) $\frac{n+1}{n}x_{(n)}.c\frac{x_{(n)}^n-c^n}{x_{(n)}^{n+1}-c^{n+1}}$

۲) $\frac{n+1}{n}x_{(n)}\frac{x_{(n)}^n-c^n}{x_{(n)}^{n+1}-c^{n+1}}$

۳) $\frac{n+1}{n}x_{(n)}.c\frac{x_{(n)}^n+c^n}{x_{(n)}^{n+1}+c^{n+1}}$

۴) $\frac{n+1}{n}x_{(n)}\frac{x_{(n)}^n+c^n}{x_{(n)}^{n+1}+c^{n+1}}$

۴۰- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازهٔ $(\theta\ ,\ \theta+1)$ باشد. اگر بدانیم θ دارای تابع چگالی احتمال پیشین $U(\circ,1)$ است، برآورد بیز θ تحت تابع زیان مربع خطا کدام است؟ ($X_{(i)}$، i امین آماره ترتیبی است)

۱) $\frac{x_{(n)}+x_{(1)}}{2}$

۲) $\frac{x_{(n)}+x_{(1)}-1}{2}$

۳) $\frac{\min(\circ\ ,\ x_{(n)}-1)+\max(1\ ,\ x_{(1)})}{2}$

۴) $\frac{\max(\circ\ ,\ x_{(n)}-1)+\min(1\ ,\ x_{(1)})}{2}$

isipaper.org

۴۱- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونهٔ تصادفی از توزیع $Bin(1,\theta)$ باشد. اگر تابع زیان مربع خطا، $\gamma(\theta)=\theta(1-\theta)$ و $\hat{\gamma}_B$ و $\hat{\theta}_B$ به‌ترتیب نمایانگر برآوردگرهای بیز $\gamma(\theta)$ و θ تحت تابع زیان مربع خطا با درنظرگرفتن پیشین یکنواخت و $\hat{\theta}$ برآوردگر ML پارامتر θ باشند، کدام گزینه با احتمال یک برقرار است؟

۱) $\gamma(\hat{\theta}_B)=\hat{\gamma}_B$

۲) $\gamma(\hat{\theta})>\hat{\gamma}_B$

۳) $\gamma(\hat{\theta}_B)\neq\hat{\gamma}_B$

۴) $\gamma(\hat{\theta})<\hat{\gamma}_B$

۴۲- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع $Exp(1,\mu)$، با تابع چگالی احتمال زیر باشد. اگر $x_{1:n}$ اولین آماره ترتیبی در این نمونه باشد. در کلاس برآوردگرهای $\{c(x_{1:n}-\frac{1}{n}):c>0\}$ تحت تابع زیان مربع خطا، برآورد مینیماکس μ کدام است؟

$$f_\mu(x)=\exp\{-(x-\mu)\}\ ,\ x>\mu$$

۱) $\frac{n}{n+1}(x_{1:n}-\frac{1}{n})$

۲) $(x_{1:n}-\frac{1}{n})$

۳) $\frac{n}{n+2}(x_{1:n}-\frac{1}{n})$

۴) $\frac{n+1}{n}(x_{1:n}-\frac{1}{n})$

۴۳- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونهٔ تصادفی از توزیعی با تابع توزیع F باشد. برآوردگر مینیماکس $P(X_1\le 0)$ با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطا کدام است؟ $(T=\#\text{of } X_i\le 0)$

۱) $\frac{T}{\sqrt{n}}\frac{1}{1+\sqrt{n}}+\frac{1}{2(1+\sqrt{n})}$

۲) $\frac{T}{n}\frac{1}{1+\sqrt{n}}+\frac{1}{2(1+\sqrt{n})}$

۳) $\frac{T}{\sqrt{n}}\frac{1}{1+\sqrt{n}}+\frac{1}{1+\sqrt{n}}$

۴) $\frac{T}{n}\frac{1}{1+\sqrt{n}}+\frac{1}{1+\sqrt{n}}$

isipaper.org

۴۴- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونهٔ تصادفی از توزیع پاراتو با تابع چگالی احتمال زیر باشد. اگر $T_1=\frac{1}{n-1}\sum \ln\frac{x_i}{x_{(1)}}$، $T_2=\frac{1}{n}\sum \ln\frac{x_i}{x_{(1)}}$ و $T_3=\frac{1}{n+1}\sum \ln\frac{x_i}{x_{(1)}}$ باشند، تحت تابع زیان مربع خطا، گزینه صحیح کدام است؟

$$f_{\alpha,\sigma}(x)=\frac{\alpha\sigma^{\alpha}}{X^{\alpha+1}}\ ,\ x\geq\sigma$$

۱) T_1 بر T_2 غلبه اکید دارد و T_2 مجاز (پذیرفتنی) نیست.
۲) T_3 بر T_2 غلبه اکید دارد و T_2 مجاز (پذیرفتنی) نیست.
۳) T_2 بر T_1 غلبه اکید دارد و T_1 مجاز (پذیرفتنی) نیست.
۴) T_1 بر T_3 غلبه اکید دارد و T_3 مجاز (پذیرفتنی) نیست.

۴۵- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونهٔ تصادفی از توزیع $U(0,\theta)$ باشد. با تعریف $\delta_1(\underline{X})=(n+1)X_{(1)}$ و $\delta_2(\underline{X})=2\bar{X}$، $\delta_3(\underline{X})=\frac{n+1}{n}X_{(n)}$ و $\delta_4(\underline{X})=\frac{n+2}{n+1}X_{(n)}$، گزینه صحیح تحت تابع زیان مربع خطا کدام است؟

۱) $\delta_1(\underline{X})$ برآوردگر ناریب و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.
۲) $\delta_4(\underline{X})$ برآوردگر اریب و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.
۳) $\delta_2(\underline{X})$ برآوردگر ناریب و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.
۴) $\delta_3(\underline{X})$ برآوردگر ناریب با کمترین واریانس و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

isipaper.org

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9623	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

مقادیر بحرانی توزیع t

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756

مقادیر بحرانی توزیع مربع کای

df\a	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.277	14.860
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8919	22.362	24.735	27.688	29.819
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582
20	7.433	8.2604	9.5907	10.851	31.410	34.169	37.566	39.997
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.290
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.963	49.645
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.588	52.335
30	13.78	14.953	16.791	18.493	43.772	46.979	50.892	53.671