

112F

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :

صبح جمعه

۹۲/۱۲/۱۶

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

**آزمون ورودی**  
**دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل**  
**سال ۱۳۹۳**

**مجموعه فیزیک**  
**فیزیک (کلیه گرایش‌ها) - فیزیک محاسباتی (کد ۲۲۳۸)**

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکتروپدینامیک - مکانیک آماری پیشرفته (۱))	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- هامیلتونی سیستمی با فضای هیلبرت دوبعدی به شکل  $H = \beta [ |a_1\rangle\langle a_2| + |a_2\rangle\langle a_1| ]$  است که در آن  $\beta$  ضریب ثابت حقیقی و  $|a_i\rangle$  ویژه بردار عملگر هرمیتی  $A$  با ویژه مقدار متناظر  $a_i$  است. نمایش عملگر  $A$  در پایه متشکل از ویژه بردارهای انرژی کدام است؟

$$(1) \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} \beta & a_1 - a_2 \\ a_1 - a_2 & \beta \end{pmatrix}$$

$$(3) \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_1 & a_1 - a_2 \\ a_1 - a_2 & a_2 \end{pmatrix}$$

$$(4) \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_1 + a_2 & a_1 - a_2 \\ a_1 - a_2 & a_1 + a_2 \end{pmatrix}$$

۲- برای یک ذره اسپین  $\frac{1}{2}$  مقدار چشمداشتی عملگر  $A = iS_x S_y S_z$  در حالت  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  کدام است؟  
 $S_i = \frac{\hbar}{2} \sigma_i$  که  $\sigma_i$  ها ماتریسهای پائولی هستند.

$$(1) -\frac{\hbar^3}{8}$$

$$(2) \text{صفر}$$

$$(3) -\frac{\hbar^3}{16}$$

$$(4) \frac{\hbar^3}{8}$$

۳- اگر  $A_1$  عملگر پایین بر برای نوسانگر هماهنگ یک بعدی اول و  $A_2$  عملگر پایین بر برای نوسانگر هماهنگ یک بعدی دوم باشد، در آن صورت شرط آن که عملگر  $C = \alpha A_1 + \beta A_2$  (که در آن  $\alpha$  و  $\beta$  ضرایب ثابت مختلطی هستند) در رابطه  $[C, C^\dagger] = 1$  صدق کند کدام است؟

$$(1) |\alpha|^2 - |\beta|^2 + \alpha\beta^* + \alpha^*\beta = 1$$

$$(2) |\alpha|^2 - |\beta|^2 = 1$$

$$(3) |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

$$(4) |\alpha|^2 + |\beta|^2 + \alpha\beta^* + \alpha^*\beta = 1$$

۴- برای یک نوسانگر هماهنگ یک بعدی مقدار متوسط عملگر  $e^{i\lambda(a-a^\dagger)}$  در حالت پایه نوسانگر کدام است؟  
 $\lambda$  ضریب ثابت حقیقی و  $a$  عملگر پایین برنده است.

$$e^{-\lambda^2/2} \quad (۱)$$

$$e^{2\lambda} \quad (۲)$$

$$e^{\lambda^2/2} \quad (۳)$$

$$e^{\lambda-(\lambda^2/2)} \quad (۴)$$

۵- هامیلتونی ذره‌ای با اسپین صفر و تکانه زاویه مداری  $\ell = 1$  به شکل  $H = \alpha \hbar L_x + \beta \hbar L_z$  است که در آن  $L_x$  و  $L_z$  مولفه‌های  $x$  و  $z$  عملگر تکانه زاویه‌ای مداری و  $\alpha$  و  $\beta$  ضرایب ثابت حقیقی هستند. نمایش این

هامیلتونی در پایه  $|\ell, m\rangle$  ها (ویژه حالت‌های مشترک عملگرهای  $L_x$  و  $L_z$ ) کدام است؟  $\gamma = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}$

$$\hbar \begin{pmatrix} \beta & \gamma & \gamma \\ \gamma & -\beta & \gamma \\ \gamma & \gamma & \beta \end{pmatrix} \quad (۱)$$

$$\hbar \begin{pmatrix} \beta & \gamma & 0 \\ \gamma & 0 & \gamma \\ 0 & \gamma & \beta \end{pmatrix} \quad (۲)$$

$$\hbar \begin{pmatrix} -\beta & \gamma & 0 \\ \gamma & 0 & \gamma \\ 0 & \gamma & \beta \end{pmatrix} \quad (۳)$$

$$\hbar \begin{pmatrix} \beta & \gamma+\beta & 0 \\ \gamma+\beta & \gamma & \gamma \\ 0 & \gamma & \beta \end{pmatrix} \quad (۴)$$

۶- هامیلتونی یک سامانه کوانتومی دو ترازه در پایه  $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  و  $|-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  به شکل  $H = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 3 \end{pmatrix}$  است. اگر این سامانه در لحظه  $t = 0$  در حالت  $|+\rangle$  باشد احتمال آن که در لحظه  $t > 0$  در حالت  $|-\rangle$  قرار داشته باشد کدام است؟

$$(1) \frac{1}{9} \left( 5 + \frac{1}{4} \cos \frac{\Delta \varepsilon_0 t}{\hbar} \right)$$

$$(2) \frac{8}{9} \sin^2 \left( \frac{\sqrt{2} \varepsilon_0 t}{\hbar} \right)$$

$$(3) \frac{1}{9} \left( 3 + \frac{1}{4} \sin \frac{\Delta \varepsilon_0 t}{\hbar} \right)$$

$$(4) \frac{8}{9} \cos^2 \left( \frac{\sqrt{2} \varepsilon_0 t}{\hbar} \right)$$

۷- ذره بدون اسپینی به جرم  $m$  مقید است که فقط به طور آزاد روی یک حلقه دایروی به محیط  $L$  حرکت کند. ویژه مقدهای انرژی ذره و مرتبه تبهگنی آنها کدام است؟  $n = 1, 2, \dots$

$$(1) E_n = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2} n^2 \text{ و هر یک از ترازهای انرژی تبهگنی دوگانه دارد.}$$

$$(2) E_n = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2} n^2 \text{ و هیچیک از ترازهای انرژی تبهگنی ندارد.}$$

$$(3) E_n = \frac{\hbar^2}{2mL^2} n^2 \text{ و هر یک از ترازهای انرژی تبهگنی دوگانه دارد.}$$

$$(4) E_n = \frac{\hbar^2}{mL^2} n^2 \text{ و هیچیک از ترازهای انرژی تبهگنی ندارد.}$$

۸- اگر  $\vec{S} \cdot \hat{n}$  عملگر اسپین در راستای بردار یکه  $\hat{n} = \sin \theta \cos \phi \hat{i} + \sin \theta \sin \phi \hat{j} + \cos \theta \hat{k}$  باشد در آن صورت حاصل عبارت  $\langle + | \vec{S} \cdot \hat{n} | + \rangle - \langle - | \vec{S} \cdot \hat{n} | - \rangle$  که در آن  $|\pm\rangle$  ویژه بردارهای عملگر  $S_z$  هستند، کدام است؟

$$(1) \hbar \cos \theta$$

$$(2) \hbar (\cos \theta + \sin \phi \sin \theta)$$

$$(3) 2\hbar \cos \theta$$

$$(4) 2\hbar (\cos \theta - \sin \phi \sin \theta)$$

۹- برای یک نوسانگر هماهنگ یک بعدی با بسامد زاویه ای  $\omega$  تغییرات زمانی عملگر  $C = a^2 + a^{\dagger 2}$  در تصویر هایزنبرگ کدام است؟  $a$  عملگر پایین بر است.

$$(1) i\omega(a^\dagger a)^2$$

$$(2) 2i\omega(a^{\dagger 2} + a^2)$$

$$(3) 2i\omega a^\dagger a$$

$$(4) 2i\omega(a^{\dagger 2} - a^2)$$

۱۰- در آنسامبلی از الکترون‌ها مخلوطی از ذرات با اسپین  $\uparrow$  و ذرات با اسپین  $\downarrow$  وجود دارند. اگر متوسط ممان مغناطیسی ذاتی در هر ذره این مجموعه  $\mu_B/4$  باشد، چند درصد ذرات در حالت اسپین  $\uparrow$  هستند؟

$$\vec{\mu}_e = \frac{e\hbar}{m_e} \vec{S} \quad \text{و} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

$$(1) 10\%$$

$$(2) 70\%$$

$$(3) 30\%$$

$$(4) 90\%$$

۱۱- دو ذره یکسان هر یک به جرم  $m$  و اسپین صفر در یک بعد (راستای  $x$ ) با انرژی پتانسیل  $V(x_1, x_2) = k(x_1 - x_2)^2$  با هم برهمکنش دارند. اگر اندازه حرکت خطی کل دو ذره صفر باشد، انرژی اولین حالت برانگیخته این مجموعه کدام است؟

$$(1) \frac{3}{2} \hbar \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$(2) 3 \hbar \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

$$(3) \frac{5}{2} \hbar \sqrt{\frac{2k}{2m}}$$

$$(4) 3 \hbar \sqrt{\frac{k}{m}}$$

۱۲- یک سامانه دو ترازه با هامیلتونی  $H^{(0)} = \hbar\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{\alpha}{\omega} \end{pmatrix}$  ابتدا در حالت  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  به سر می برد. از لحظه

$t = 0$  به بعد انرژی پتانسیل برهمکنشی  $V(t) = \lambda \hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & e^{i\alpha t} \\ e^{-i\alpha t} & 0 \end{pmatrix}$  که در آن  $1 \leq \lambda \leq 0$  است به این

سامانه افزوده می شود. حداقل چه مدت طول می کشد تا سامانه به حالت  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  تغییر حالت یابد؟  $\alpha$  و  $\omega$  ثابت هایی حقیقی هستند.

$$(1) \frac{\pi}{\lambda\omega}$$

$$(2) \frac{\pi}{\sqrt{(\lambda\omega)^2 + \alpha^2}}$$

$$(3) \frac{\pi}{2\lambda\omega}$$

$$(4) \frac{\pi}{2\sqrt{(\lambda\omega)^2 + \alpha^2}}$$

۱۳- اگر  $|0,0\rangle$  حالت یکتایی و  $|1,1\rangle$ ،  $|1,0\rangle$  و  $|1,-1\rangle$  حالت های سه گانه یک سیستم متشکل از دو ذره با اسپین  $\frac{1}{2}$  باشند، کدام حالت ها ویژه بردار عملگر وارونی زمان هستند؟

$$(1) |0,0\rangle, |1,-1\rangle \text{ و } |1,1\rangle$$

$$(2) |0,0\rangle \text{ و } \frac{|1,1\rangle + |1,-1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$(3) |1,0\rangle, \frac{|1,1\rangle - |1,0\rangle}{\sqrt{2}} \text{ و } \frac{|1,1\rangle + |1,0\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$(4) |1,0\rangle, \frac{|1,0\rangle + |0,0\rangle}{\sqrt{2}} \text{ و } \frac{|1,1\rangle - |0,0\rangle}{\sqrt{2}}$$

۱۴- با توجه به رابطه دامنه پراکندگی در تقریب اول بورن

$$f^{(1)}(\vec{k}', \vec{k}) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \int d^3x' e^{i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{x}'} V(\vec{x}')$$

سطح مقطع پراکندگی الاستیک از پتانسیل  $V(r) = V_0 e^{-r^2/r_0^2}$  که در آن  $V_0$  و  $r_0$  مقادیر ثابتی هستند،

کدام است؟  $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$  و  $q = 2k \sin \theta / 2$

$$\pi \left( \frac{m r_0^2 V_0}{\hbar^2} \right)^2 e^{-2k^2 r_0^2 \sin^2 \theta / 2} \quad (1)$$

$$2\pi \left( \frac{m r_0^2 V_0}{\hbar^2} \right)^2 e^{-4k^2 r_0^2 \sin^2 \theta / 2} \quad (2)$$

$$\left( \frac{\pi m r_0^2 V_0}{2\hbar^2} \right)^2 e^{-4k^2 r_0^2 \sin^2 \theta / 2} \quad (3)$$

$$\left( \frac{\sqrt{2\pi} m r_0^2 V_0}{\hbar^2} \right)^2 e^{-2k^2 r_0^2 \sin^2 \theta / 2} \quad (4)$$

۱۵- ذره‌ای با انرژی  $\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  از کره سختی به شعاع  $a$  پراکنده می‌شود. سهم موج  $S$  در سطح مقطع کل

کدام است؟

$$\frac{2\pi}{k^2} \left( \frac{1}{1 + \sin^2(ka)} \right) \quad (1)$$

$$\frac{4\pi}{k^2} \left( \frac{1}{1 + \cot^2(ka)} \right) \quad (2)$$

$$\frac{4\pi}{k^2} \left( \frac{(ka)^2}{1 + \sin^2(ka)} \right) \quad (3)$$

$$\frac{2\pi}{k^2} \left( \frac{(ka)^2}{1 + \cot^2(ka)} \right) \quad (4)$$

۱۶- یک کره فلزی توپر به شعاع  $a$  با یک پوسته کروی فلزی هم مرکز به شعاع داخلی  $b$  و شعاع خارجی  $c$  احاطه شده است ( $b > a$ ). فضای میان دو کره با ماده‌ای پر شده که ضریب هدایت الکتریکی آن با میدان الکتریکی به شکل  $\sigma = KE$  تغییر می‌کند که در آن  $K$  ضریب ثابتی است. یک اختلاف پتانسیل ثابت  $V$  بین دو کره اعمال و حفظ می‌شود. شدت جریان میان دو کره کدام است؟

$$(۱) \quad 4\pi K V^2 a/b$$

$$(۲) \quad 2\pi K V^2 \left( \frac{b}{a} - \frac{c}{b} \right)$$

$$(۳) \quad 2\pi K V^2 / \ln(b/a)$$

$$(۴) \quad 4\pi K V^2 / \ln(b/a)$$

۱۷- میدان الکتریکی در ناحیه  $r \geq R$  به شکل  $\vec{E} = E_0 \frac{R^2}{r^3} \vec{r}$  و برای ناحیه  $r < R$  به شکل  $\vec{E} = E_0 \frac{r}{R^2} \vec{r}$  است که در آن  $E_0$  و  $R$  مقادیر ثابت و  $\vec{r}$  بردار مکان نقطه مشاهده میدان است. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای در داخل ناحیه  $r < R$  کدام است؟

$$(۱) \quad \frac{1}{2} E_0 \frac{r^2}{R}$$

$$(۲) \quad \frac{1}{2} E_0 R \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$(۳) \quad \frac{1}{3} E_0 \frac{r^3}{R^2}$$

$$(۴) \quad \frac{1}{3} E_0 R \left( 4 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

۱۸- توزیع باری با چگالی حجمی  $\rho(\vec{r}) = -(\vec{a} \cdot \vec{\nabla}) \delta(\vec{r})$  در فضا موجود است. بار الکتریکی کل ... و گشتاور دو قطبی الکتریکی کل ... و ممان چهار قطبی ... است.

$$(۱) \quad \text{صفر، } \vec{a} \text{، صفر}$$

$$(۲) \quad \text{صفر، } -\vec{a} \text{، صفر}$$

$$(۳) \quad 4\pi|\vec{a}| \text{، } -2\vec{a} \text{، غیر صفر}$$

$$(۴) \quad \text{غیر صفر، صفر، غیر صفر}$$



۱۹- کره رسانایی به شعاع  $a$  به زمین متصل است. بارهای مثبت  $q_1$  و  $q_2$  در دو طرف مقابل هم از کره قرار دارند. بار اولی به فاصله  $2a$  و بار دومی به فاصله  $4a$  از مرکز کره و در یک راستا با مرکز کره قرار دارند. برای آن که بار  $q_2$  از کره دفع شود چه رابطه‌ای میان اندازه دو بار باید برقرار باشد؟

$$(1) \quad \frac{q_2}{q_1} < \frac{5}{16}$$

$$(2) \quad \frac{q_2}{q_1} < \frac{325}{16}$$

$$(3) \quad \frac{q_2}{q_1} < \frac{25}{144}$$

$$(4) \quad \frac{q_2}{q_1} < \frac{425}{144}$$

۲۰- ظرفیت دو رسانای ایزوله  $C_1$  و  $C_2$  است. این دو رسانا در خلا به فاصله  $r$  از هم چنان قرار می‌گیرند که اندازه  $r$  در مقایسه با ابعاد دو رسانا بزرگ است. کدام عبارت در مورد  $c_{ij}$  ضرایب ظرفیت این مجموعه درست است؟

$$(1) \quad c_{12} = -\frac{C_1 C_2}{2r} \quad \text{و} \quad c_{22} = \frac{C_1 C_2^2}{r^2}$$

$$(2) \quad c_{12} = \frac{C_1 C_2}{2r} \quad \text{و} \quad c_{22} = \frac{C_1 C_2^2}{r^2}$$

$$(3) \quad c_{12} = -\frac{C_1 C_2}{r} \quad \text{و} \quad c_{11} = C_1 \left( 1 + \frac{C_1 C_2}{r^2} \right)$$

$$(4) \quad c_{12} = \frac{C_1 C_2}{r} \quad \text{و} \quad c_{11} = C_2 \left( 1 + \frac{C_1 C_2}{r^2} \right)$$

۲۱- فرض کنید  $N$  رسانا با وضعیت هندسی ثابت در فضا موجود است. به جز رسانای  $j$  ام که بار آن  $Q_j$  است سایر رساناها بدون بارند. حال اگر بار رسانای  $j$  ام  $\lambda$  برابر شود ...

(۱) پتانسیل در تمام نقاط فضا و روی سایر رساناها  $\lambda$  برابر می‌شود.

(۲) پتانسیل در تمام نقاط فضا و روی سایر رساناها  $\alpha \lambda$  برابر می‌شود که  $\alpha < 1$  است.

(۳) پتانسیل در تمام نقاط فضا خارج از رساناها  $\lambda$  برابر و روی سایر رساناها تغییری نمی‌کند.

(۴) پتانسیل در تمام نقاط فضا خارج از رساناها  $\alpha \lambda$  و روی سایر رساناها  $\beta \lambda$  برابر می‌شود که  $\beta < \alpha < 1$  است.

۲۲- در یک کابل هم محور بسیار طویل رسانای داخلی استوانه‌ای توپر به شعاع  $R_1$  در پتانسیل  $V_0$  و رسانای خارجی پوسته‌ای نازک به شعاع  $R_2$  در پتانسیل  $V_0/2$  است. اندازه میدان الکتریکی در نقطه‌ای میان دو رسانا و به فاصله  $r$  از محور استوانه‌ها ( $R_1 < r < R_2$ ) کدام است؟

$$(1) \frac{R_2 V_0}{2 R_1 r}$$

$$(2) \frac{R_1 V_0}{2 R_2 r}$$

$$(3) \frac{1}{2} \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{V_0}{r}$$

$$(4) \frac{1}{2 \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right)} \frac{V_0}{r}$$

۲۳- یک حلقه نازک رسانا به شعاع  $a$  و بار الکتریکی کل  $Q$  جلوی یک تیغه رسانای بی‌نهایت زمین شده قرار دارد به طوری که صفحه حلقه موازی تیغه و فاصله مرکز حلقه تا تیغه برابر  $d$  است. پتانسیل الکتریکی در مرکز حلقه کدام است؟

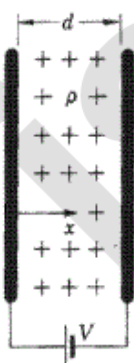
$$(1) \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d}$$

$$(2) \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + 4d^2}}$$

$$(3) \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + 2d^2}}$$

$$(4) \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 d} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + 2d^2}}$$

۲۴- خازن تختی که فاصله دو صفحه آن از هم برابر  $d$  است به اختلاف پتانسیل ثابت  $V$  متصل است. فضای میان دو صفحه خازن از توده ابر بارداری با چگالی ثابت  $\rho$  پر شده است. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای در میان دو صفحه و به فاصله  $x$  از صفحه پتانسیل مثبت کدام است؟ از اثرات لبه چشم‌پوشی شود.



$$(1) -\frac{\rho x^2}{2\epsilon_0} + \left( \frac{\rho d}{2\epsilon_0} - \frac{V}{d} \right) x + V$$

$$(2) \frac{\rho x^2}{\epsilon_0} - \left( \frac{\rho d}{\epsilon_0} - \frac{V}{d} \right) x - V$$

$$(3) -\frac{\rho x^2}{2\epsilon_0 d} + \left( \frac{\rho}{2\epsilon_0} - \frac{V}{d^2} \right) x^2 + V$$

$$(4) V \left( 1 - \frac{x}{d} \right)$$

۲۵- یک کره مغناطیسی به شعاع  $R$  و قطبش مغناطیسی دائمی یکنواخت  $\vec{M}_0$  را در نظر بگیرید. ضریب تراوایی مغناطیسی کره  $\mu_1$  و ضریب تراوایی مغناطیسی محیط اطراف کره  $\mu_2$  است. میدان  $\vec{H}$  در یک نقطه داخل کره به فاصله  $r$  از مرکز کره کدام است؟

$$\vec{H} = \frac{\mu_0 \vec{M}_0}{2\mu_1 + \mu_2} \quad (1)$$

$$\vec{H} = \frac{-\mu_0 \vec{M}_0}{2\mu_2 + \mu_1} \quad (2)$$

$$\vec{H} = \frac{-\mu_0 M_0}{2\mu_2 + \mu_1} \hat{r} \quad (3)$$

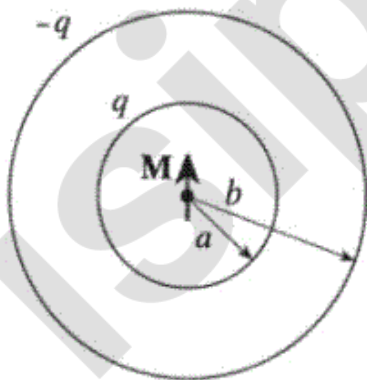
$$\vec{H} = \frac{\mu_0 M_0}{2\mu_1 + \mu_2} \hat{r} \quad (4)$$

۲۶- کدام عبارت در مورد پاشندگی امواج الکترومغناطیسی نادرست است؟

- (۱) در پاشندگی عادی با افزایش فرکانس امواج، قسمت حقیقی ثابت دی‌الکتریک افزایش می‌یابد.
- (۲) در نواحی از فرکانس که جذب تشدید رخ می‌دهد، قسمت موهومی ثابت دی‌الکتریک یک افت شدید دارد.
- (۳) در نواحی از فرکانس که پاشندگی غیر عادی رخ می‌دهد، قسمت موهومی ثابت دی‌الکتریک افزایش قابل ملاحظه‌ای دارد.
- (۴) در فرکانس‌های بسیار بالا ثابت دی‌الکتریک عددی حقیقی و کوچکتر از یک است و با افزایش فرکانس مقدار آن کمی افزایش می‌یابد.

۲۷- بر روی دو پوسته کروی هم مرکز به شعاع‌های  $a$  و  $b$  ( $b > a$ ) به ترتیب بار  $+q$  و  $-q$  قرار دارد. یک دو قطبی مغناطیسی با گشتاور دوقطبی  $\vec{M}$  در مرکز دو کره وجود دارد.  $\vec{L}_{em}$  ممثوم زاویه‌ای مربوط به میدان الکترومغناطیسی این سیستم کدام است؟ میدان مغناطیسی یک دوقطبی مغناطیسی در نقطه  $\vec{r}$  از آن

به شکل  $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3\vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{m})}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3} \right)$  است.



$$\frac{\mu_0 q}{\pi} \left( \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \vec{M} \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 q}{2\pi} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \vec{M} \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 q}{6\pi} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \vec{M} \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0 q}{2\pi} \left( \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \vec{M} \quad (4)$$

۲۸- ناظر ساکن در آزمایشگاه مشاهده می‌کند که درون یک سیم استوانه‌ای طویل به شعاع  $R$  الکترون‌ها با چگالی عددی حجمی ثابت و یکنواخت  $n_e$  با سرعت  $v = \beta c$  در امتداد محور استوانه در حرکتند. با چشم‌پوشی از حضور یونهای ساکن در سیم، اندازه نیروی لورنتس وارد بر الکترونی که به فاصله  $r$  از محور استوانه در حال حرکت است، از دید این ناظر کدام است؟

$$(1) \frac{e^2 n_e r}{\epsilon_0}$$

$$(2) \frac{e^2 n_e}{2\epsilon_0} (1 + \beta^2) r$$

$$(3) \frac{e^2 n_e r}{2\epsilon_0}$$

$$(4) \frac{e^2 n_e}{2\epsilon_0} (1 - \beta^2) r$$

۲۹- بر روی چهاربردار  $A^\mu$  چه شرطی باید وجود داشته باشد تا از معادلات حرکت اویلر - لاگرانژ با استفاده از چگالی لاگرانژی  $L = -\frac{1}{4\pi} \partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu - \frac{1}{c} J_\mu A^\mu$  معادله‌های غیرهمگن ماکسول به دست آید؟

$$(1) A_\mu \partial^\mu \partial_\nu A^\nu = 0$$

$$(2) \partial_\mu F^{\mu\nu} = \square A^\nu$$

$$(3) \partial_\mu \partial_\nu A^\nu = 0$$

$$(4) \partial^\mu A_\mu = 0$$

۳۰- ذره بارداری به جرم سکون  $m_0$  و بار الکتریکی  $q$  تحت تاثیر میدان مغناطیسی  $\vec{B} = B\hat{k}$  با سرعت

زاویه‌ای  $\omega = \frac{|q|B}{\gamma m_0}$  در صفحه  $x-y$  دوران می‌کند که در آن  $\gamma = \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$ . اگر شدت میدان

مغناطیسی با آهنگ بسیار کند  $B(t) = B_0 \frac{t}{T_0}$  افزایش یابد به طوری که  $T_0 \gg \frac{2\pi}{\omega}$  در این صورت کدام

عبارت نادرست است؟

$$(1) \text{شعاع دوران به صورت } \frac{1}{\sqrt{B(t)}} \text{ کاهش می‌یابد.}$$

$$(2) \text{تندی خطی ذره به صورت } \frac{1}{\sqrt{B(t)}} \text{ کاهش می‌یابد.}$$

$$(3) \text{ممان دوقطبی مغناطیسی تولید شده به صورت } \frac{1}{\gamma} \text{ کاهش می‌یابد.}$$

$$(4) \text{تکانه خطی ذره به صورت } \sqrt{B(t)} \text{ افزایش می‌یابد.}$$

۳۱- اگر  $U$  انرژی داخلی،  $F$  انرژی آزاد هلمهولتز،  $G$  انرژی گیبس،  $\Omega$  انرژی ترمودینامیکی،  $S$  آنتروپی،  $P$  فشار،  $V$  حجم،  $T$  دما،  $\mu$  انرژی شیمیایی،  $N$  تعداد ذرات سیستم باشد کدام رابطه نادرست است؟

$$F = PV - TS + \mu N \quad (۱)$$

$$G = \mu N \quad (۲)$$

$$U = TS - PV + \mu N \quad (۳)$$

$$\Omega = PV \quad (۴)$$

۳۲- در معادله گاز واندروالس  $\left(P + \frac{A}{V^2}\right)(V - B) = N k_B T$  کدام جمله بیانگر انرژی برهمکنش بلند برد

ربایشی میان ذرات گاز است؟

$$P(V - B) \quad (۱)$$

$$BP \quad (۲)$$

$$\frac{A}{V} \left(1 - \frac{B}{V}\right) \quad (۳)$$

$$\frac{A}{V} \quad (۴)$$

۳۳- یک ذره آزاد به جرم  $m$  در یک بعد (راستای  $x$ ) در بازه  $0 \leq x \leq L$  در مجاورت منبع حرارتی با دمای  $T$  در حرکت است. عناصر ماتریس چگالی در پایه مکان  $\langle x' | \rho | x'' \rangle$  کدامند؟

$$\frac{1}{L} \exp\left[-\frac{\hbar^2}{2mkT} \frac{d^2}{dx'^2}\right] \delta\left(\frac{x' - x''}{L}\right) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{L} \exp\left[-\frac{\hbar^2}{2mkT} (x' - x'')^2\right] \quad (۲)$$

$$\frac{1}{L} \exp\left[-\frac{mkT}{2\hbar^2} (x' - x'')^2\right] \quad (۳)$$

$$\frac{1}{L} \exp\left[-\frac{2mkT}{\hbar^2} \frac{d^2}{dx'^2}\right] \delta\left(\frac{x' - x''}{L}\right) \quad (۴)$$

۳۴- اگر  $P$  فشار،  $V$  حجم و  $U$  انرژی داخلی یک گاز فرمیونی نسبتی آزاد باشد، معادله حالت این گاز در چگالی‌های پایین و بالا به ترتیب از راست به چپ به شکل ... است.

$$(1) \quad PV = \frac{1}{3}U \quad \text{و} \quad PV = \frac{2}{3}U$$

$$(2) \quad PV = \frac{1}{3}U \quad \text{و} \quad PV = \frac{2}{3}U$$

$$(3) \quad PV = \frac{2}{3}U \quad \text{و} \quad PV = \frac{3}{4}U$$

$$(4) \quad PV = \frac{3}{4}U \quad \text{و} \quad PV = \frac{2}{3}U$$

۳۵- اگر  $T_c$  دمای چگالش بوز - اینشتین یک گاز بوزونی بدون برهمکنش در حد ترمودینامیکی باشد کدام عبارت نادرست است؟

(1) در دمای  $T_c$  انرژی شیمیایی این گاز صفر است.

(2) در این گاز گذار فاز در  $T_c$  از نوع گذار فاز نوع دوم است.

(3) در دماهای نزدیک صفر مطلق گرمای ویژه در حجم ثابت این گاز متناسب با  $T^{\frac{3}{2}}$  تغییر می‌کند.

(4) در دمای  $T < T_c$  تعداد ذرات با تکانه خطی صفر نسبت به تعداد کل ذرات این گاز برابر با  $1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{\frac{3}{2}}$  است.

۳۶- آنتروپی یک گاز سه بعدی فوق نسبتی متشکل از  $N$  ذره کلاسیکی تک اتمی در ظرفی به حجم  $V$  و

دمای  $T$  به شکل  $S(T, V, N) = Nk_B \ln \left( \frac{cT^{\frac{3}{2}}V}{N} \right)$  است. معادله حالت و  $\gamma$  ضریب اتمیسیته این گاز

کدام است؟  $c$  ضریب ثابتی است.

$$(1) \quad PV = \frac{4}{3}Nk_B T \quad \text{و} \quad \frac{4}{3}$$

$$(2) \quad PV = Nk_B T \quad \text{و} \quad \frac{4}{3}$$

$$(3) \quad PV = Nk_B T \quad \text{و} \quad \frac{5}{3}$$

$$(4) \quad PV = \frac{5}{3}Nk_B T \quad \text{و} \quad \frac{5}{3}$$

۳۷- سیستمی متشکل از  $N$  نوسانگر سه بعدی همسانگرد کلاسیکی با بسامد زاویه‌ای  $\omega$  دارای انرژی کل ثابت  $E$  است. حجم فضای فاز اشغال شده توسط این سیستم کدام است؟ حجم کره‌ای به شعاع  $R$  در

فضای  $d$  بعدی برابر با  $\frac{\pi^{d/2}}{(d/2)\Gamma(d/2)} R^d$  است.

$$\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^{3N/2} \frac{1}{3N\Gamma(3N)} E^{3N/2} \quad (1)$$

$$\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^{3N/2} \frac{1}{3N\Gamma(3N)} E^{3N} \quad (2)$$

$$\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^{3N} \frac{1}{3N\Gamma(3N)} E^{3N/2} \quad (3)$$

$$\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^{3N} \frac{1}{3N\Gamma(3N)} E^{3N} \quad (4)$$

۳۸- سیستمی متشکل از  $N$  ذره یکسان تمیزپذیر است. هر یک از ذرات یکی از دو تراز انرژی  $\epsilon$  و  $-\epsilon$  را می‌تواند اختیار کند. اگر انرژی کل سیستم  $E$  باشد  $\Omega(E, N)$  تعداد میکروحالت‌های با انرژی کل  $E$  کدام است؟

$$\frac{(N/2)!}{\left(\frac{N}{2} + \frac{E}{2\epsilon}\right)! \left(\frac{N}{2} - \frac{E}{2\epsilon}\right)!} \quad (1)$$

$$\frac{N!}{\left(\frac{N}{2} + \frac{2E}{\epsilon}\right)! \left(\frac{N}{2} - \frac{2E}{\epsilon}\right)!} \quad (2)$$

$$\frac{N!}{\left(\frac{N}{2} + \frac{E}{2\epsilon}\right)! \left(\frac{N}{2} - \frac{E}{2\epsilon}\right)!} \quad (3)$$

$$\frac{N!}{\left(\frac{N}{2} + \frac{E}{\epsilon}\right)! \left(\frac{N}{2} - \frac{E}{\epsilon}\right)!} \quad (4)$$

۳۹- یک گاز متشکل از  $N$  ذره نقطه‌ای کلاسیکی بدون برهمکنش در دمای  $T$  است که در فضای سه بعدی روی سطح یک کره با مساحت  $A$  حرکت می‌کنند. انرژی داخلی این گاز کدام است؟

$$2Nk_B T \quad (1)$$

$$\frac{3}{2}Nk_B T \quad (2)$$

$$Nk_B T \quad (3)$$

$$\frac{1}{2}Nk_B T \quad (4)$$

۴۰- ظرفی حاوی یک گاز ایده‌ال کلاسیکی در فشار  $P$  و دمای  $T$  است. دیواره این ظرف  $N_0$  جایگاه جاذب دارد که هر یک می‌تواند یک مولکول گاز را جذب کند. اگر  $\mu$  انرژی شیمیایی گاز و  $\epsilon$  انرژی هر مولکول جذب شده باشد، تابع پارش هر جایگاه جاذب در دیواره کدام است؟  $\beta = 1/k_B T$

$$\tanh(\beta(\epsilon - \mu)) \quad (۱)$$

$$1 + e^{\beta(-\epsilon + \mu)} \quad (۲)$$

$$\sinh(\beta(\epsilon + \mu)) \quad (۳)$$

$$1 + e^{\beta(\epsilon + \mu)} \quad (۴)$$

۴۱- انرژی شیمیایی یک گاز فوق نسبتی کلاسیکی که در ظرفی به حجم  $V$ ، دمای  $T$  و فشار  $P$  کدام است؟

$$\mu(T, P) = k_B T \ln \left( \frac{h^3 c^3 P}{\lambda \pi (k_B T)^4} \right) \quad (۱)$$

$$\mu(T, P) = k_B T \ln \left( \frac{h^3 c^3 P}{4 \pi (k_B T)^4} \right) \quad (۲)$$

$$\mu(T, P) = k_B T \ln \left( \frac{h^3 c^3}{6 \pi (k_B T)^3 P} \right) \quad (۳)$$

$$\mu(T, P) = k_B T \ln \left( \frac{(k_B T)^4 P}{4 \pi h^3 c^3} \right) \quad (۴)$$

۴۲- برای یک گاز فوتونی در کاواک بسته به حجم  $V$ ، فشار  $P$  و دمای  $T$  تعداد فوتون‌ها در واحد حجم

برابر  $n(T) = bT^3$  و انرژی در واحد حجم آن برابر  $u(T) = aT^4$  و فشار آن برابر  $P = \frac{1}{3}u$  است. اگر

معادله گاز فوتونی به شکل  $PV = \alpha N k_B T$  باشد مقدار ضریب  $\alpha$  تقریباً کدام است؟

$N$  تعداد کل فوتون‌ها در کاواک،  $b = 2 \times 10^7 \text{ K}^{-3} \text{ m}^{-3}$ ،  $a = 7.56 \times 10^{-16} \text{ J/K}^4 \text{ m}^3$  و

$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  است.

$$0/3 \quad (۱)$$

$$1/1 \quad (۲)$$

$$0/9 \quad (۳)$$

$$2/7 \quad (۴)$$



۴۳- اگر تغییر حجم یک فلز بر حسب دما از رابطه  $\Delta V = \beta V \frac{\Delta T}{T}$  پیروی کند که در آن  $\beta$  ضریب مثبتی

است، در این صورت تغییر دمای فرمی این قطعه فلز بر حسب دما از رابطه  $\Delta T_F = \gamma T_F \frac{\Delta T}{T}$  تبعیت خواهد کرد. مقدار ضریب ثابت  $\gamma$  بر حسب ضریب  $\beta$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{3}\beta$

(۲)  $\frac{2}{5}\beta$

(۳)  $-\frac{2}{5}\beta$

(۴)  $\frac{2}{3}\beta$

۴۴- باریکه‌ای از نور با قطبیدگی خطی خالص با باریکه دیگری از نور با قطبیدگی خالص دوار راستگرد مخلوط

می‌شود. اگر نسبت شدت نور قطبیده خطی به شدت نور قطبیده دوار راستگرد برابر  $\frac{3}{4}$  باشد افزایش آنروپی

عالم در اثر این اختلاط چند برابر  $k_B$  (ثابت بولتزمن) است؟

(۱)  $\frac{1}{\gamma}(\gamma \ln \gamma - 6 \ln 6)$

(۲)  $\frac{1}{\gamma}(\gamma \ln \gamma - 6 \ln 6)$

(۳)  $\frac{1}{\gamma}(\gamma \ln 4 - 3 \ln 3)$

(۴)  $\frac{1}{\gamma}(\gamma \ln 4 - 3 \ln 3)$

۴۵- در فضای  $d$  بعدی یک ظرف به حجم  $V$  و دمای  $T$  حاوی گازی شامل  $N$  ذره اسپین صفر با رابطه

پاشندگی  $\epsilon_p = \alpha |\vec{p}|^s$  است که در آن  $\vec{p}$  تکانه خطی یک ذره و  $\alpha$  و  $s$  اعداد ثابت مثبتی هستند. در حالت پایه، متوسط تعداد ذرات در واحد حجم کدام است؟

(۱)  $\frac{4\pi^{d/2}}{\Gamma(d/2) h^d \alpha^{d/s}} \int_0^\infty d\epsilon \frac{\epsilon^{(d/s)-1}}{\beta(\epsilon-\mu)+1} + \frac{1}{V} \frac{1}{e^{-\beta\mu}+1}$

(۲)  $\frac{4\pi^{d/2}}{\Gamma(d/2) s h^d \alpha^{d/s}} \int_0^\infty d\epsilon \frac{\epsilon^{(d/s)-1}}{e^{\beta(\epsilon-\mu)}-1} + \frac{1}{V} \frac{1}{e^{-\beta\mu}-1}$

(۳)  $\frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma(d/2) h^d \alpha^{d/s}} \int_0^\infty d\epsilon \frac{\epsilon^{(d/s)}}{e^{\beta(\epsilon-\mu)}+1} + \frac{1}{V} \frac{1}{e^{-\beta\mu}+1}$

(۴)  $\frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma(d/2) s h^d \alpha^{d/s}} \int_0^\infty d\epsilon \frac{\epsilon^{(d/s)-1}}{e^{\beta(\epsilon-\mu)}-1} + \frac{1}{V} \frac{1}{e^{-\beta\mu}-1}$